

Измерение электромагнитного формфактора пиона с детектором СНД на ускорительном комплексе ВЭПП-2000 (апробация диссертации)

КУПИЧ Андрей Сергеевич

специальность: физика атомного ядра и элементарных частиц (01.04.16)

Научный руководитель: д. ф.-м. н. Ачасов М.Н.

ИЯФ СО РАН

Лаб. 3-1

Экспериментальный семинар ИЯФ (22.11.21)



Введение

- ❶ Величина a_μ была измерена в экспериментах в BNL (США) с относительной точностью 5×10^{-7} . При этом отклонение от вычисленного a_μ находится в пределах $3.3\text{--}3.7 \sigma$. Это расхождение может указывать на вклад взаимодействий вне рамок СМ
- ❷ Сейчас для прояснения ситуации с этим отклонением в Fermilab (США) проводятся новые эксперименты по измерению a_μ , с целью увеличения точности в 4 раза, на данный момент результат расходится со предсказанием СМ на 4.2σ
- ❸ Для теоретического расчета адронного вклада в a_μ необходимо использовать экспериментально измеренное сечение e^+e^- -аннигиляции в адроны, где наибольший вклад (порядка 70%) дает сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области рождения резонанса $\rho(770)$
- ❹ Ранее данное сечение было измерено с наилучшей точностью (0.5 - 1 %) методом прямого сканирования в экспериментах КМД-2 и СНД на ускорительном комплексе ВЭПП-2М, и методом радиационного возврата (ISR) в экспериментах KLOE на phi-фабрике DAFNE и BABAR на b-фабрике PEP-II
- ❺ В результатах измерений есть заметные расхождения, например, в диапазоне энергии от 800 до 1000 МэВ разница между данными BABAR и KLOE достигает 6 % при заявленной точности лучше 1%
- ❻ Данная работа посвящена измерению сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ процесса при $\sqrt{s} < 1$ ГэВ с систематической ошибкой менее 1 % с детектором СНД на ускорительном комплексе ВЭПП-2000



На защиту выносятся следующие основные положения диссертации

- ① Разработка алгоритма разделения событий процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$
- ② Измерение сечений процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, с точностью до 0.8 % в экспериментах с детектором СНД на e^+e^- коллайдере ВЭПП-2000
- ③ Определение основных параметров векторных мезонов $\rho(770)$ и $\omega(782)$

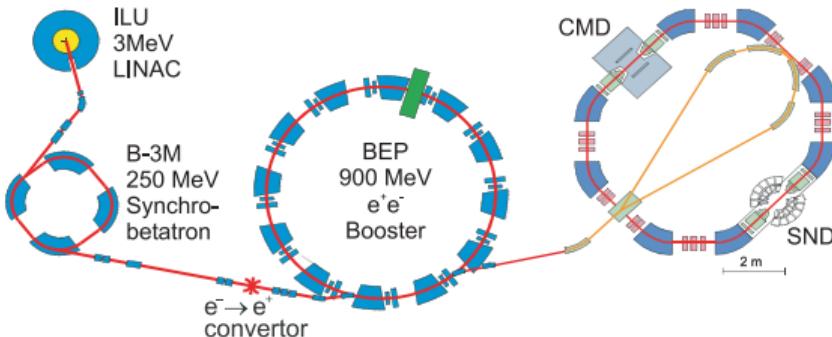


- ➊ M.N. Achasov, K.I. Beloborodov and A.S. Kupich Separation of $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ and $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ events using SND detector calorimeter // JINST **12T** 01002 (2017)
- ➋ M. N. Achasov et al. (SND Collaboration) Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ process cross section with the SND detector at the VEPP-2000 collider in the energy region $0.525 < \sqrt{s} < 0.883$ GeV // JHEP **01** 113 (2021)
- ➌ Achasov M.N., Kupich A.S. Separation of electrons and pions in the SND detector calorimeter // Phys. Part. Nuclei **49**, 64-66 (2018)

Основные результаты также были представлены на международных конференциях **INSTR17, HADRON17, MESON2018, EPS-HEP2019, ConfinementXIII** и **ICHEP2020**



Ускорительный комплекс ВЭПП-2000



Основные характеристики

- Энергия в с.ц.м. $\sqrt{s}=0.3\text{-}2.0$ ГэВ
- Светимость $10^{30} - 10^{31} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
- Разброс энергии в с.ц.м. - 0.3 МэВ при $\sqrt{s}=0.8$ ГэВ

- энергия измерялась с помощью системы измерения, основанной на обратном комптоновском рассеянии излучения инфракрасного лазера на пучке электронов
- для абсолютной калибровки энергии коллайдера было произведено сканирование резонанса $\phi(1020)$, с последующим измерением его массы
- была проведена независимая проверка измерений энергий пучков путем аппроксимации сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, полученная в итоге масса ω мезона соответствует среднемировому значению с точностью 46 кэВ



год	Энергия, ГэВ	IL(пб ⁻¹)
2010	1.05-2.0	5
2011	1.05-2.0	25
2012	0.783-2.0	17
2013	0.32-1.06	22
2017	1.7-2.0	50
2018	0.548-1.2	90
2019	0.36-1.975	70
2020	1.87-1.94	50
Всего	0.32-2.0	329

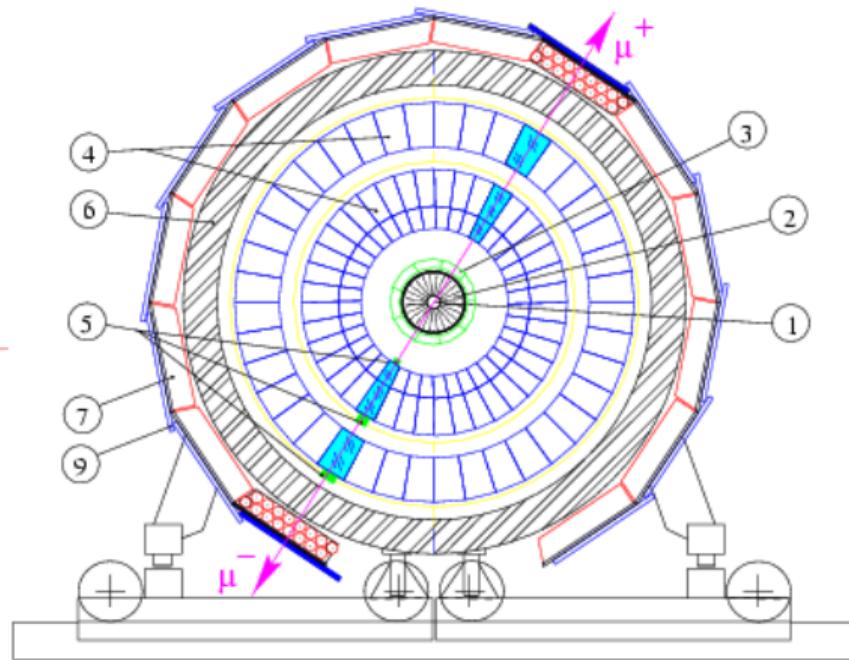
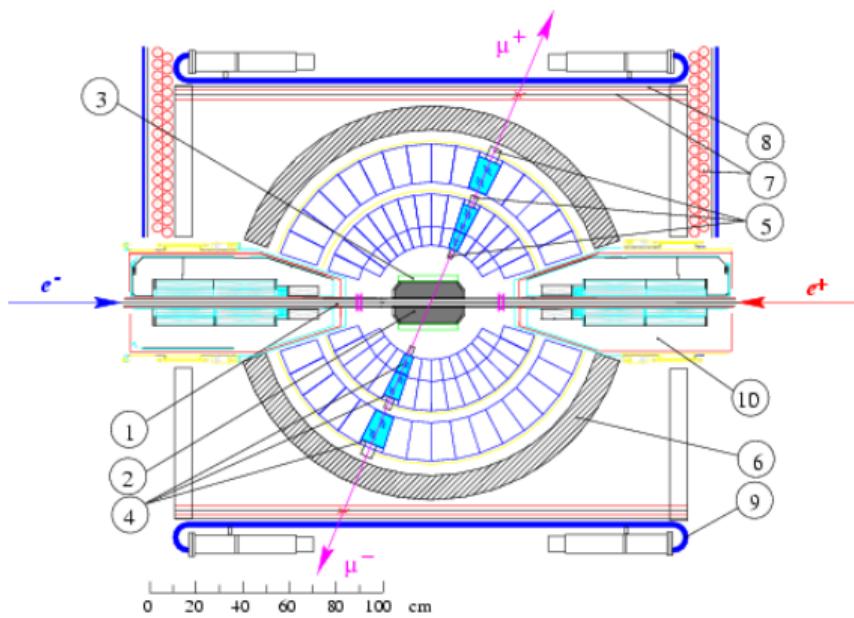
Timeline

- Набор данных на ВЭПП-2000 был начат в 2010 году и продолжался вплоть до июля 2013 года
- Ускорительный комплекс был закрыт на модернизацию и продолжил работу в 2017 году
- В данном анализе использовались данные, записанные в 2012–2013 гг. в энергетическом диапазоне от 525 до 883 МэВ, в 37 энергетических точках

Всего в анализе было использовано 2.3×10^6 коллинеарных событий из которых 10^6 – события процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $\mu^+\mu^-$ и 1.3×10^6 – события процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. Также использовалась данные, набранные в области ϕ мезона в 2013 году, для отбора событий $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$



Детектор СНД



Детектор СНД – сечение поперек оси пучков; 1 – вакуумная камера, 2 – дрейфовая камера, 3 – аэрогелевый черенковский счетчик, 4 – кристаллы NaI(Tl), 5 – фототриоды, 6 – железный поглотитель, 7,8,9 – элементы внешней мюонной системы, 10 – фокусирующие соленоиды ВЭПП-2000



Изучение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ измеряется следующим образом:

- Отбираются коллинеарные события процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $\pi^+\pi^-$, $\mu^+\mu^-$
- События разделяются по типам на e^+e^- и $\pi^+\pi^- (\mu^+\mu^-)$
- Эффективности регистрации событий ε_{ee} и $\varepsilon_{\pi\pi}$ определяется по моделированию
- По событиям $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ измеряется интегральная светимость $IL = N_{ee}/\sigma_{ee}\varepsilon_{ee}$
- Для определения количества событий $N_{\pi\pi}$ процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ количество событий реакции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ рассчитывается по теоретическому сечению и вычитается с учетом эффективности регистрации
- Вычисляется $1 + \delta_{rad}$ – поправка на излучение фотонов
- Величина сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ определяется по формуле:

$$\sigma_{\pi\pi} = \frac{N_{\pi\pi}}{N_{ee}} \frac{\varepsilon_{ee}}{\varepsilon_{\pi\pi}} \frac{\sigma_{ee}}{1 + \delta_{rad}}$$



- ① Количество заряженных частиц $N_{cha} \geq 2$, при этом событие может содержать нейтральную частицу появление которой может быть связано с наложением пучкового фона, ядерным взаимодействием заряженных пионов с веществом детектора, расщеплением электромагнитных ливней в калориметре
- ② $|\Delta\theta| = |180^\circ - (\theta_1 + \theta_2)| < 12^\circ$ и $|\Delta\phi| = |180^\circ - |\phi_1 - \phi_2|| < 4^\circ$, где $\theta_{1,2}$ и $\phi_{1,2}$ – полярные и азимутальные углы заряженных частиц с наибольшим энерговыделением
- ③ $E_{1,2} > 40$ МэВ, где E_i – энерговыделение заряженной частицы с номером i
- ④ $50^\circ < \theta_0 < 130^\circ$, где $\theta_0 = (\theta_1 - \theta_2 - 180^\circ)/2$
- ⑤ $|r_{1,2}| < 1$ см, где r_i – расстояние между треком частицы с номером i и осью пучков
- ⑥ $|z_{1,2}| < 8$ см, где z_i – координата точки вылета частицы вдоль оси пучков
- ⑦ Нет срабатывания мюонной системы: $veto = 0$



Условия отбора

Эти условия проходят события процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

Вклады других процессов ($\pi^+\pi^-\pi^0$ и космического фона) существенно меньше в сравнении с данными процессами.

Вероятность срабатывания триггера для событий, удовлетворяющих данным условиям отбора, оценивалась по значениям триггерных масок в эксперименте. Полученная оценка соответствует триггерной эффективности $> 99.9\%$

Порог на энерговыделение в кластере равнялся 20 МэВ. Частицы в событии упорядочивались по энерговыделению. Далее рассматривались события в которых первые две частицы с наибольшим энерговыделением были заряженными.



Условия отбора

Для вычитания фона $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ и оценки различных систематических неопределенностей, использовались события $e^+e^- \rightarrow \omega, \phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, записанные при энергиях $775 \text{ МэВ} < \sqrt{s} < 794 \text{ МэВ}$ и $1 \text{ ГэВ} < \sqrt{s} < 1.04 \text{ ГэВ}$ и прошедшие условия отбора:

- ① $N_{cha} \geq 2$
- ② Количество нейтральных частиц $N_{neu} \geq 2$
- ③ $|\Delta\theta| > 10^\circ$ и $|\Delta\phi| > 10^\circ$
- ④ $40^\circ < \theta_{1,2} < 140^\circ$, для заряженной частицы с номером i
- ⑤ $\chi^2_{\pi^+\pi^-\pi^0} < 30$ – условие на величину χ^2 кинематической реконструкции в гипотезе, что событие является процессом $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, в котором $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$
- ⑥ $|r_{1,2}| < 1 \text{ см}$ и $|z_{1,2}| < 8 \text{ см}$



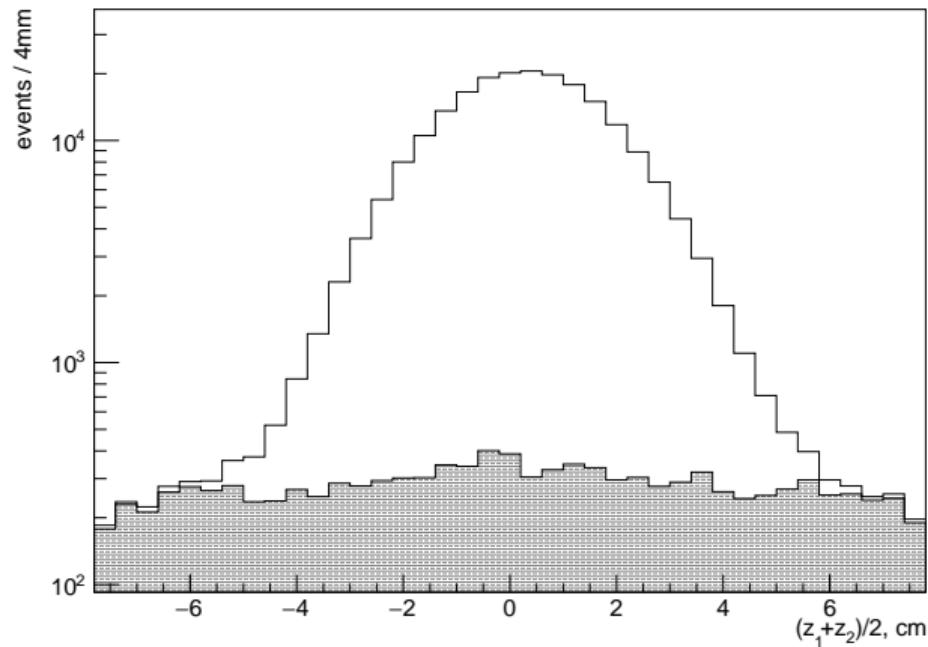
Для моделирования процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ использовался генератор первичных частиц **MCGPJ**, в котором учитывается излучение из начального и конечного состояний

При моделировании полярные углы электронов и позитронов в процессе $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ограничивались условием $30^\circ < \theta_e < 150^\circ$. Моделирование детектора осуществлялось при помощи пакета **GEANT4**. Вклад шумов учитывался путем наложения экспериментальных событий, запись которых запускалась по сигналу с генератора.

Для каждой точки по энергии моделировалось 10^6 событий $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, а также по 2×10^6 событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Половина использовалась для тренировки дискриминаторов. Остальные применялись в дальнейшем анализе для вычисления эффективностей. При моделировании процессов $e^+e^- \rightarrow \omega, \phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ использовался модифицированный генератор событий **PHOKHARA**.



Оценка фона от процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ и космических мюонов



Распределения по z_0 для коллинеарных событий с условием $veto = 0$ (гистограмма) и $veto = 1$ (заштрихованная гистограмма) в точке $\sqrt{s} = 778.6$ МэВ



Остаточный космический фон оценивался по формуле:

$$N_{cosm} = N_{exp}^{veto=1} \frac{N_{cosm}^{veto=0}}{N_{cosm}^{veto=1}}$$

где $N_{exp}^{veto=1}$ – количество коллинеарных событий с инвертированным условием на *veto*,
 $N_{cosm}^{veto=0}$ и $N_{cosm}^{veto=1}$ – числа космических событий для которых *veto* = 0 и *veto* = 1
соответственно

Использовалось два типа космических событий:

- ① Коллинеарные события, отобранные по описанным ранее условиям, для которых требовалось дополнительно: $|r_{1,2}| > 0.5$ см и $|z_{1,2}| > 5$ см
- ② События, набранные без пучков в ВЭПП–2000 и прошедшие условия отбора для коллинеарных событий 1 – 6

Оба метода дают отношение $N_{cosm}^{veto=0}$ к $N_{cosm}^{veto=1}$ равное $2.5\% \pm 0.1\%$



Количество фоновых событий от процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ вычислялось по формуле:

$$N_{3\pi} = N^{exp}[3\pi] \times \frac{N_{3\pi}^{mc}[2\pi]}{N_{3\pi}^{mc}[3\pi]}$$

где $M_{3\pi}$ – число событий процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в моделировании отобранных по условиям для коллинеарных событий, а $n_{3\pi}$ и $m_{3\pi}$ – числа событий в эксперименте и моделировании, прошедших условия отбора для $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$.

Вклад событий процесса $e^+e^- \rightarrow 3\pi$ в общее количество событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ не превышает 0.15% в точке $\sqrt{s} = 782.9$ МэВ, где данный вклад максимален, что соответствует 37 фоновым событиям. Главную роль в подавлении $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ играют условия отбора $\Delta\theta < 12^\circ$ и $\Delta\phi < 4^\circ$.



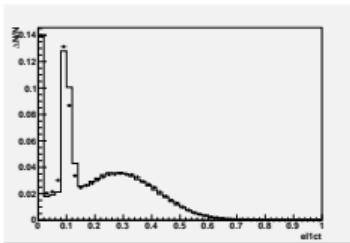
В качестве входных параметров для разделения используются энерговыделения в слоях башен из которых состоит кластер в калориметре соответствующий частице:

- 1E_j – энерговыделение в j -ом слое башни с наибольшим энерговыделением
- 2E_j – сумма энерговыделений в j -ом слое восьми башен расположенных вокруг башни с наибольшим энерговыделением
- 3E_j – сумма энерговыделений в j -ом слое остальных башен кластера ($j = 1, 2, 3$)

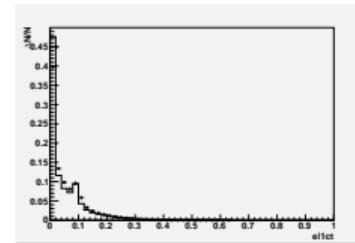
Учесть корреляции энерговыделений в слоях калориметра позволяет параметр разделения, основанный на **машинном обучении**. Для обучения была выбрана сеть (лес), включающая **900** решающих деревьев с глубиной равной **9** каждое. Данная архитектура и метод машинного обучения (**Gradient Boosted Decision Trees**) были выбраны поскольку они продемонстрировали наилучшую эффективность разделения. Каждое дерево представляет собой простой дискриминатор, оптимизированный для разделения части событий.



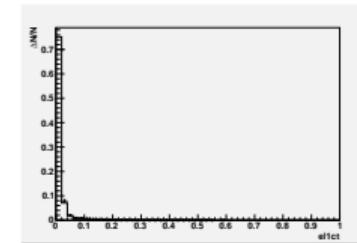
Параметр e/π разделения



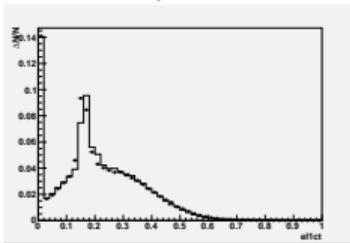
$^1E_1/E_{beam}$



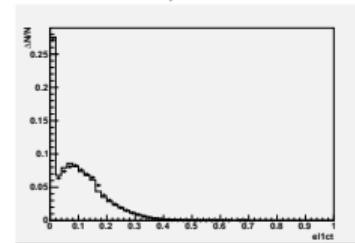
$^2E_1/E_{beam}$



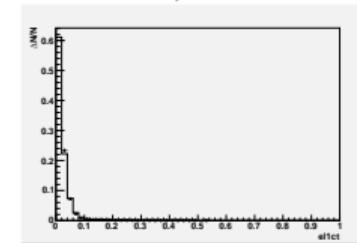
$^3E_1/E_{beam}$



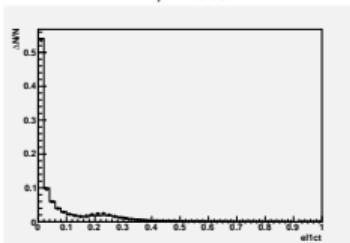
$^1E_2/E_{beam}$



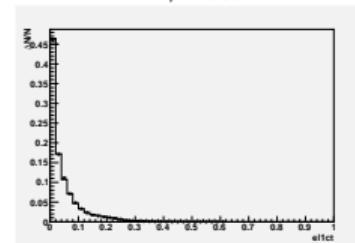
$^2E_2/E_{beam}$



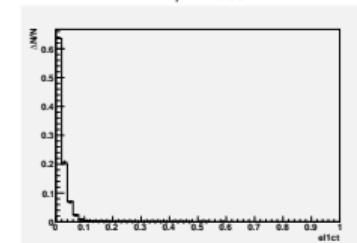
$^3E_2/E_{beam}$



$^1E_3/E_{beam}$



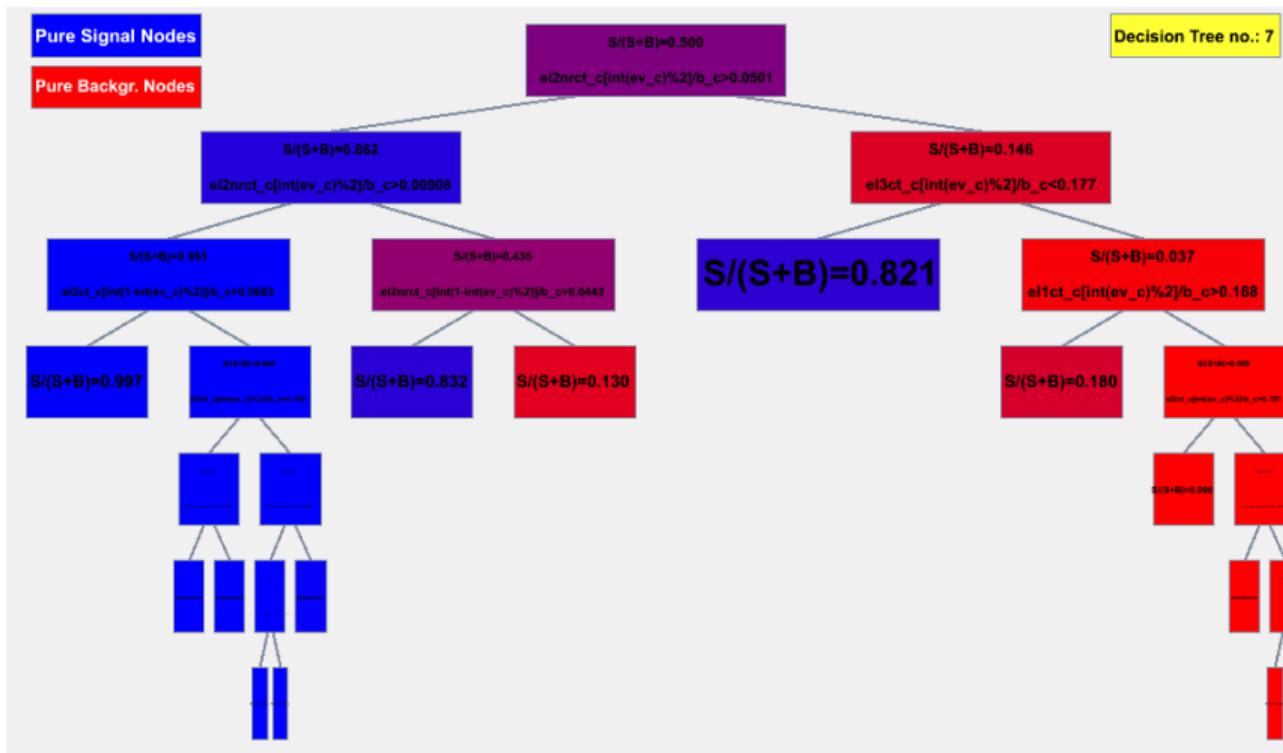
$^2E_3/E_{beam}$



$^3E_3/E_{beam}$



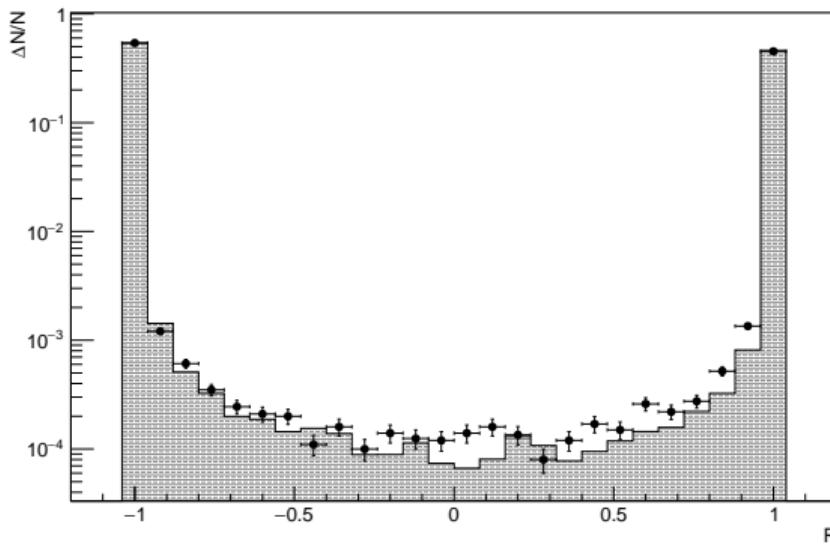
Параметр e/π разделения



Характерный вид одного из решающих деревьев в дискриминаторе



Параметр e/π разделения



Выходной параметр сети R (параметр разделения) принимает значения от -1 до 1

События $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ преимущественно попадают в области $R < 0$, а $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $\mu^+\mu^-$ в области $R > 0$

Сеть обучалась по событиям моделирования процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$

Входными параметрами являются энерговыделения kE_j каждой из частиц и средний угол $\theta_0 = (\theta_1 - \theta_2 - 180^\circ)/2$ – всего **19** параметров

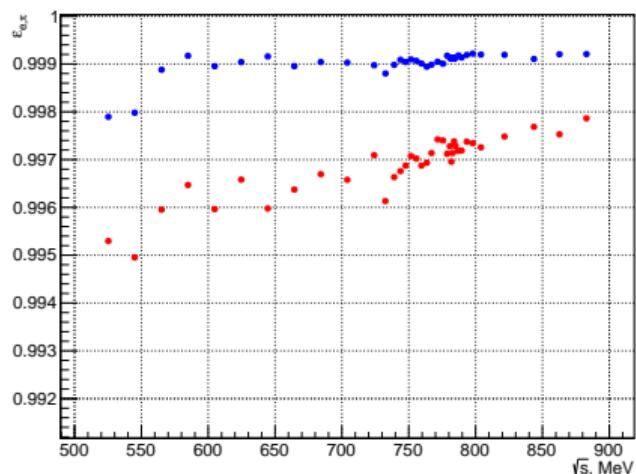


Эффективность e/π разделения

Эффективности идентификации событий каждого типа определяются формулами:

$$\varepsilon_e = \frac{N^{ee}(R \in [-1; 0])}{N^{ee}(R \in [-1; 1])}, \quad \varepsilon_\pi = \frac{N^{\pi\pi}(R \in [0; 1])}{N^{\pi\pi}(R \in [-1; 1])}$$

$N^{ee,\pi\pi}(R \in [a; b])$ – количества событий процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $\pi^+\pi^-$ при значениях R в интервале $[a; b]$.



Эффективность
разделения в событиях
моделирования
 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и
 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$



Поправка к эффективности e/π разделения

Для оценки систематической ошибки процедуры e/π разделения из частиц в процессах $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ составлялись псевдо- ee и псевдо- $\pi\pi$ события, с применением метода, аналогичного методике Tag-and-Probe

Для отбора таких частиц использовались сигналы АЧС (счетчик срабатывает от e и не срабатывает от π) и параметр e/π разделения R' для одной tag-частицы. probe-частица считалась «пионом», если обе коллинеарные частицы не вызвали срабатывания АЧС и для tag-частицы $R' > 0$. В случае, когда $R' < 0$ для tag-частицы и счетчик сработал для обеих частиц, probe-частица считалась «электроном». Отобранные probe-частицы из разных событий объединялись попарно в псевдособытия. Эффективность разделения в моделировании для псевдособытий и настоящих событий согласуются с точностью 0.02% для e^+e^- и 0.01% для $\pi^+\pi^-$

События псевдо- $\pi\pi$ для области энергий от 0.6 до 0.5 ГэВ были сконструированы из пионов в событиях $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Для построения события псевдо- $\pi\pi$ с пионами с энергией E_0 , два пиона с энергиями из кинематической реконструкции E_π , удовлетворяющими условию $|E_0 - E_\pi| < 5$ МэВ брались из двух разных событий $e^+e^- \rightarrow \omega, \phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$



Поправка к эффективности e/π разделения

Псевдособытия использовались для определения поправочных коэффициентов к эффективности идентификации

$$\delta_x = \epsilon_x^{exp} / \epsilon_x^{mc}$$

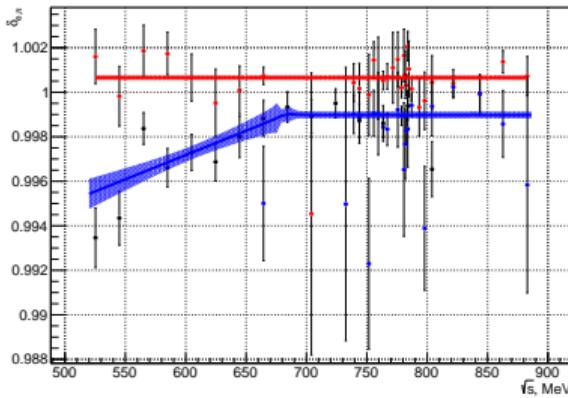
где $x = e$ или π , ϵ_x^{exp} и ϵ_x^{mc} – эффективности идентификации в эксперименте и моделировании. Величины поправочных коэффициентов меняются от **0.999** до **0.994** с уменьшением энергии.

В качестве итоговой поправки δ_e бралось усредненное по всем энергиям значение. В случае δ_π итоговая поправка к эффективности представляла собой результат аппроксимации всех δ_π функцией

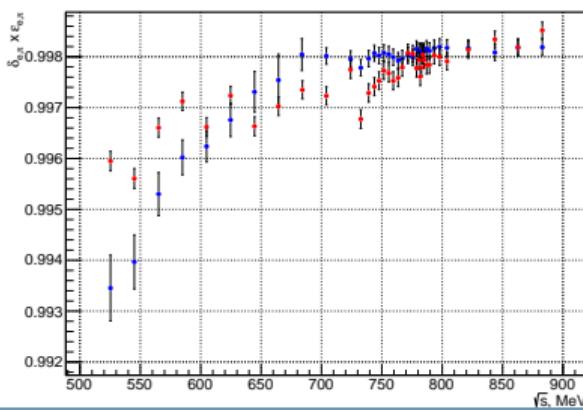
$$\delta_\pi(\sqrt{s}) = a \left(\sqrt{(\sqrt{s} - b)^2 + 10} - (\sqrt{s} - b) \right) + c$$



Поправка к эффективности e/π разделения



поправочные коэффициенты к эффективностям разделения событий процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в зависимости от энергии, заштрихованные области - результат аппроксимации

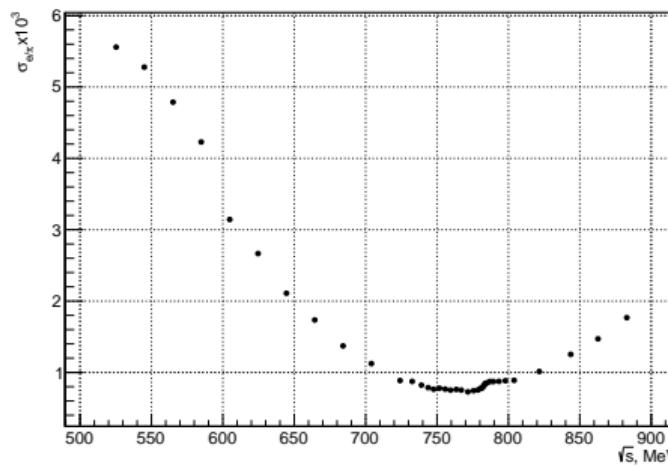


эффективности идентификации событий процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ после умножения на поправочные коэффициенты



Вклад в ошибку измеряемого сечения

Источник	$\delta_e, \%$	δ_π	δ_π
		at $\sqrt{s} > 0.65$ GeV, %	at $\sqrt{s} < 0.65$ GeV, %
σ_{stat}	0.01	0.02	0.02 – 0.06
σ_{ID}	0.02	0.01	0.02
σ_{bkg}	0.02	0.02	–
σ_{tot}	0.03	0.03	0.03 – 0.06



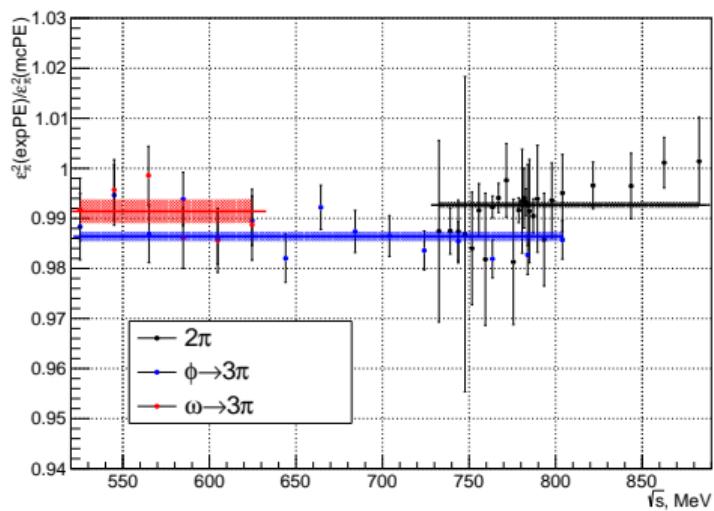
Вклад ошибки эффективности идентификации в ошибку измерения сечения оценивался путем вариации ε_e и ε_π в пределах их ошибок, он составляет менее 0.2% в большинстве точек



Эффективность отбора по полному энерговыделению частиц

Псевдособытия $\pi\pi$ использовались для проверки эффективности отбора $E_{1,2} > 40$ МэВ в моделировании. В качестве поправки к эффективности бралось отношение:

$$\delta_E = \frac{\varepsilon_{exp}}{\varepsilon_{mc}}, \quad \varepsilon_{exp} = \frac{N_{exp}(E_1, E_2 > 40\text{MeV})}{N_{exp}}, \quad \varepsilon_{mc} = \frac{N_{mc}(E_1, E_2 > 40\text{MeV})}{N_{mc}}$$

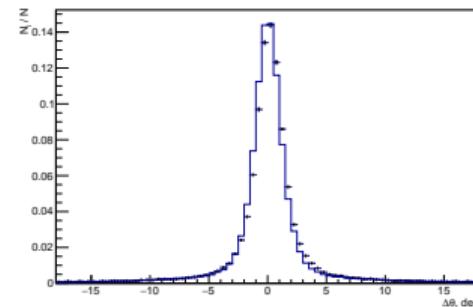
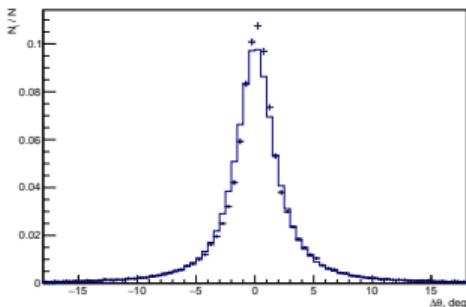
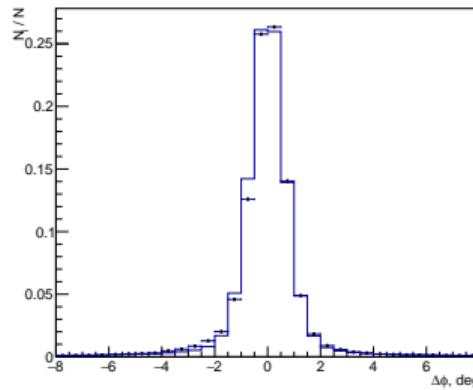
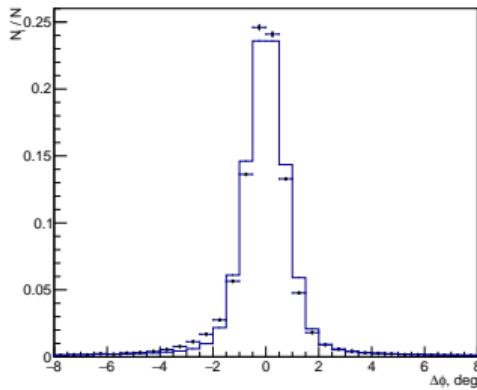


Среднее значение поправки равно 0.992. Максимальная разница между средними значениями поправок, полученными для разных типов псевдособытий, составила 0.5%

Данная величина взята как вклад в систематику от условия отбора $E_{1,2} > 40$ МэВ



Эффективность условий отбора по углам



Между угловыми распределениями в моделировании и эксперименте есть небольшие отличия

Вследствие чего, эффективность условий отбора по углам в моделировании может отличаться от истинной

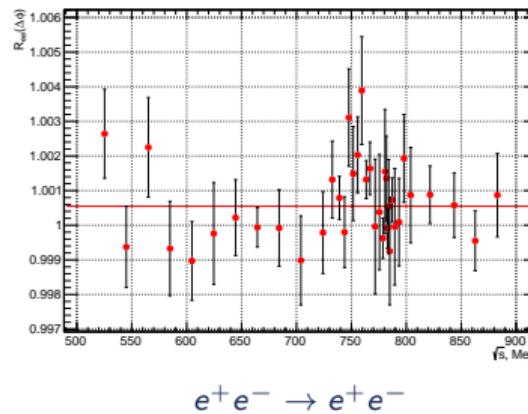
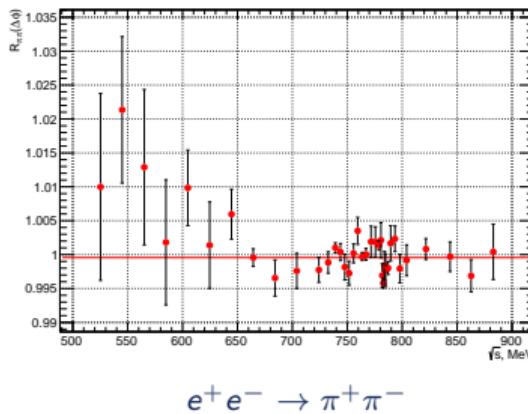


Эффективность условий отбора по углам

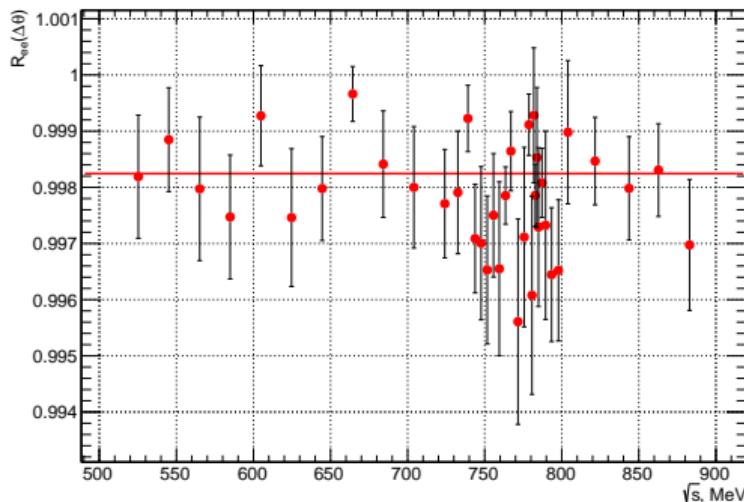
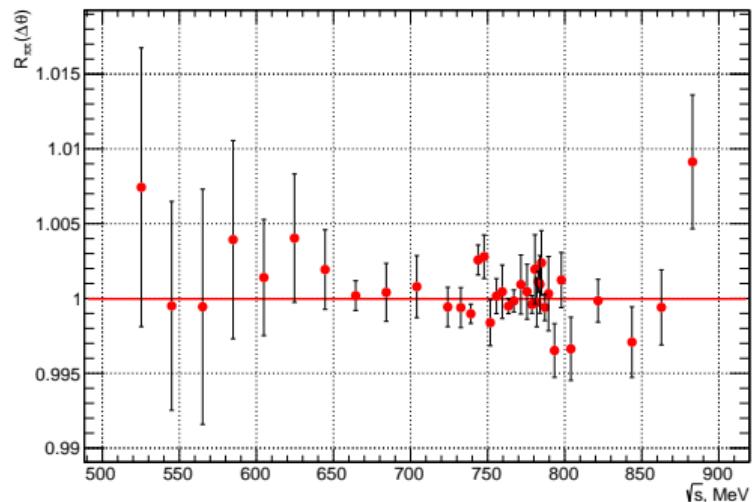
На первом этапе рассматривались условия отбора: $|\Delta\phi| = |180^\circ - |\phi_1 - \phi_2|| < 4^\circ$ и $|\Delta\theta| = |180^\circ - (\theta_1 + \theta_2)| < 12^\circ$. В каждой точке по энергии вводилась поправка к эффективности:

$$R_i(x) = \frac{\epsilon_i^{\text{exp}}(x)}{\epsilon_i^{\text{mc}}(x)} \quad \epsilon_i^{\text{exp}} = \frac{N_i(x \in [A_x; B_x])}{N_i(x \in [C_x; D_x])} \quad \epsilon_i^{\text{mc}} = \frac{M_i(x \in [A_x; B_x])}{M_i(x \in [C_x; D_x])}$$

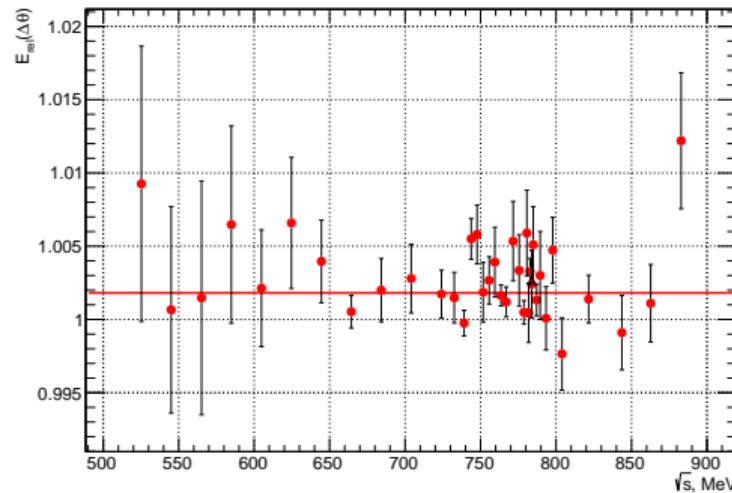
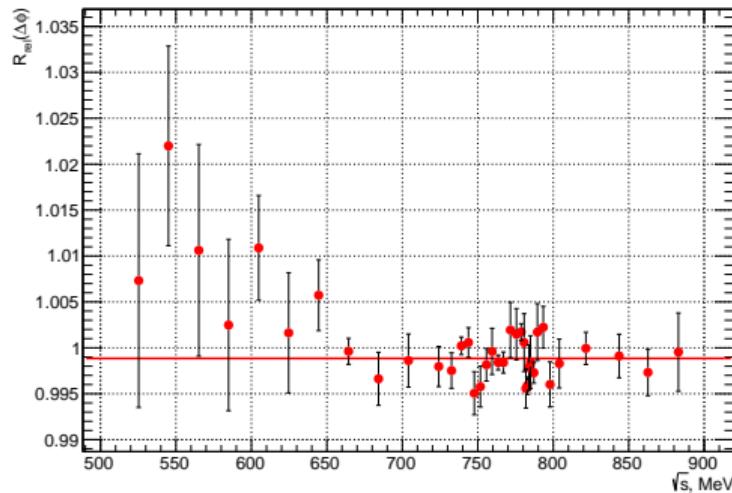
$x = \Delta\phi, \Delta\theta$; $i = ee, \pi\pi$; $[A_x; B_x]$ - интервал допустимых значений x ; $[C_x; D_x]$ - расширенный интервал допустимых значений x ($C_{\Delta\phi} = -8^\circ, D_{\Delta\phi} = 8^\circ, C_{\Delta\theta} = -18^\circ, D_{\Delta\theta} = 18^\circ$)



Эффективность условий отбора по углам



Эффективность условий отбора по углам

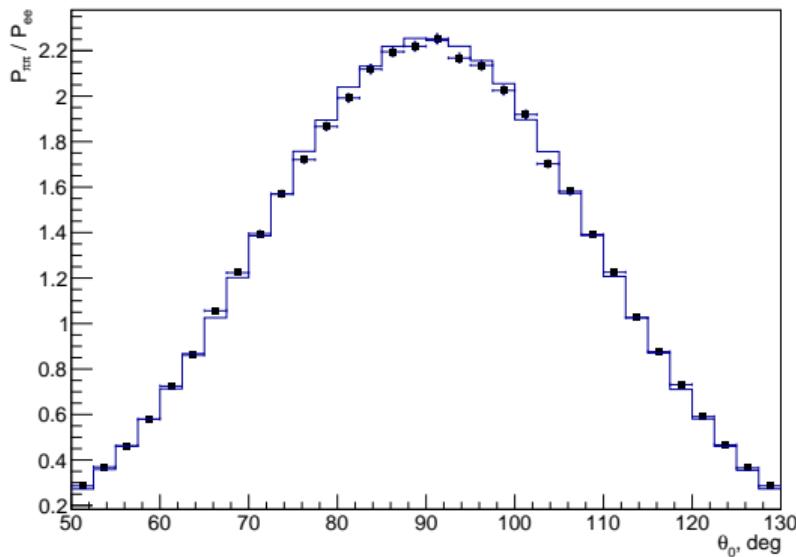


Среднее значение $R_{rel}(\Delta\phi) = R_{\pi\pi}(\Delta\phi)/R_{ee}(\Delta\phi)$ отличается от 1 на 0.1%,
 $R_{rel}(\Delta\theta) = R_{\pi\pi}(\Delta\theta)/R_{ee}(\Delta\theta)$ - на 0.2 %

Статистически значимых отклонений от среднего не наблюдается. Итоговый вклад в систематику от условий на коллинеарность треков получается равным $0.001 \oplus 0.002 = 0.002$



Эффективность условий отбора по углам



Для оценки систематической ошибки, связанной с отборами по θ_0 , использовалось отношение:

$$\delta_\theta = \frac{\delta(\theta_x)}{\delta(50^\circ)}, \quad 40^\circ < \theta_x < 55^\circ$$

$$\delta(\theta_x) = \frac{N_{\pi\pi}(\theta_x < \theta < 180^\circ - \theta_x)}{N_{ee}(\theta_x < \theta < 180^\circ - \theta_x)} /$$

$$\frac{M_{\pi\pi}(\theta_x < \theta < 180^\circ - \theta_x)}{M_{ee}(\theta_x < \theta < 180^\circ - \theta_x)}$$

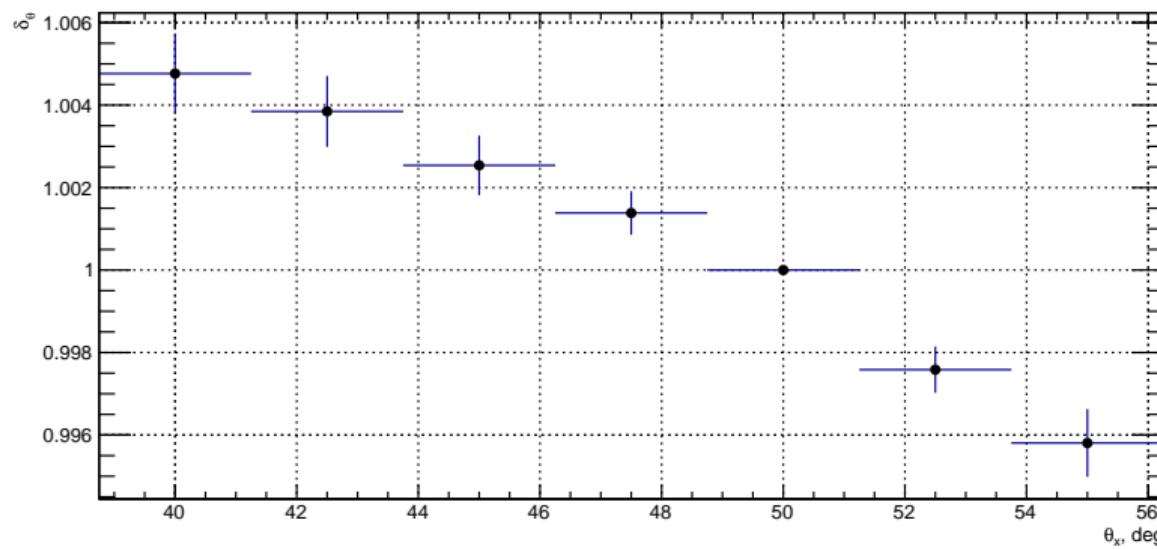
Отношение распределений по θ_0 в событиях $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$



Эффективность условий отбора по углам

Наибольшее отклонение δ_{θ_0} от 1 составило 0.005

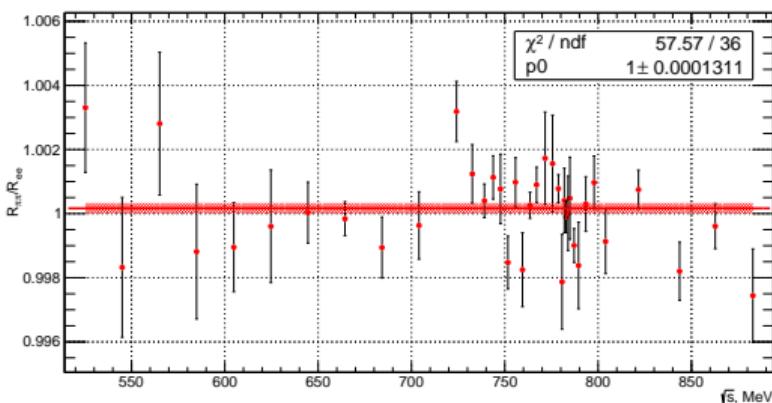
Данное значение было взято в качестве систематической ошибки, связанной с условием отбора $50^\circ < \theta_0 < 130^\circ$



Оценка эффективности регистрации треков в дрейфовой камере

$$R_{\pi\pi} = \frac{1 - P_{exp}^{\pi\pi}}{1 - P_{mc}^{\pi\pi}}, \quad R_{ee} = \frac{1 - P_{exp}^{ee}}{1 - P_{mc}^{ee}}$$

$P_{exp(mc)}^{jj}$ - вероятность потери одного из двух треков в событиях эксперимента (моделирования) с $jj = ee, \pi\pi$ в конечном состоянии. В $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ добавлялось условие на срабатывание одного из АЧС напротив единственной заряженной частицы в событии, для подавления вклада $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ с конверсией одного из фотонов



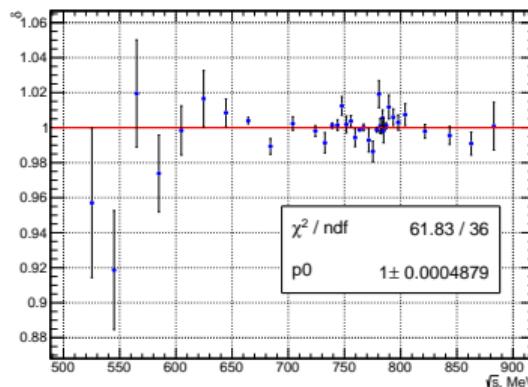
Отношение $R_{\pi\pi}$ к R_{ee} , дающее вклад в измеряемое сечение, не зависит от \sqrt{s} . Среднее значение поправки не демонстрирует статистически значимого отклонения от единицы



Эффективность космического вето

$$\delta_{veto} = \frac{\sigma_{\pi\pi}((\phi_1 + \phi_2 - 180^\circ)/2 > 166^\circ \text{ or } < 14^\circ; veto \geq 0)}{\sigma_{\pi\pi}((\phi_1 + \phi_2 - 180^\circ)/2 > 166^\circ \text{ or } < 14^\circ; veto = 0)}$$

В случае $veto \geq 0$ остаточный фон от космических мюонов оценивался путем аппроксимации распределения по $(z_1 + z_2)/2$ суммой нормального и равномерного распределений и вычитался из общего числа событий. Ширина и среднее нормального распределения фиксировались в каждой энергетической точке на значениях, полученных из аппроксимации распределения по $(z_1 + z_2)/2$ в событиях с $veto = 0$.



Величина δ_{veto} не
зависит от энергии
ее среднее значение равно
1 в пределах
статистической ошибки.



Основной вклад в систематику

- Отборы $\Delta\theta, \Delta\phi, \theta_0$: $0.001 \oplus 0.002 \oplus 0.005 = 0.55\%$
- Условие $E_{1,2} > 40$ МэВ: 0.5 %
- e/π -разделение $\sqrt{s} \leq 600$ МэВ: 0.3 – 0.5%
- Вычитание мюонов $\sqrt{s} \leq 600$ МэВ: 0.3 – 0.7%

$$\sigma_\mu = (\sigma_{\theta_0} \oplus \sigma_\Delta \oplus \sigma_{rad}) \times \frac{\varepsilon_{\mu\mu}^1 \sigma_{\mu\mu}}{\varepsilon_{\pi\pi}^1 \sigma_{\pi\pi}}$$



Дополнительные источники систематики

- Вероятности потери заряженных пионов в событиях $e^+e^- \rightarrow 3\pi$ в эксперименте и моделировании различаются на 0.2%. Эта величина была взята в качестве вклада эффекта ядерного взаимодействия с веществом до газового объема трековой системы в систематическую ошибку
- Теоретическая неопределенность: 0.2%. Сравнение физических сечений и эффективностей регистрации для событий моделирования процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ с применением генераторов MCNPJ и BABAYAGA–NLO показало, что разница находится в согласии с заявленной ошибкой.



Систематические погрешности определения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. σ_{sys} – суммарная систематическая ошибка, $\sigma_{sys} = \sigma_{E>40} \oplus \sigma_{nucl} \oplus \sigma_\Delta \oplus \sigma_{act} \oplus \sigma_{\theta_0} \oplus \sigma_{e/\pi} \oplus \sigma_{rad} \oplus \sigma_\mu$

Источник	$\sqrt{s} > 600$ МэВ	$\sqrt{s} \leq 600$ МэВ
ID e/π	0.1-0.2	0.3-0.5
μ	0.0-0.2	0.3-0.7
$\Delta\theta$		0.1
$\Delta\phi$		0.2
θ_0		0.5
$E_{1,2}$		0.5
rad		0.2
trig		0.1
nucl		0.2
полная ошибка	0.8	0.9-1.2



Вычисление сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

$$N_a = L(\sigma_{\pi\pi}\varepsilon_{\pi\pi}^a + \sigma_{\mu\mu}\varepsilon_{\mu\mu}^a + \sigma_{ee}\varepsilon_{ee}^a) + N_{nc}^a$$

$a=1,2$ соответствует $R_{e/\pi} \in [0,1]$ и $R_{e/\pi} \in [-1,0]$ соответственно; σ_{jj} и ε_{jj}^a , с $jj = \pi^+\pi^-$, $\mu^+\mu^-$, e^+e^- в конечном состоянии; N_{nc}^a - число космических и неколлинеарных событий; L - светимость, набранная в точке s_i .

Решив эту систему уравнений можно получить выражения для сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и интегральной светимости L :

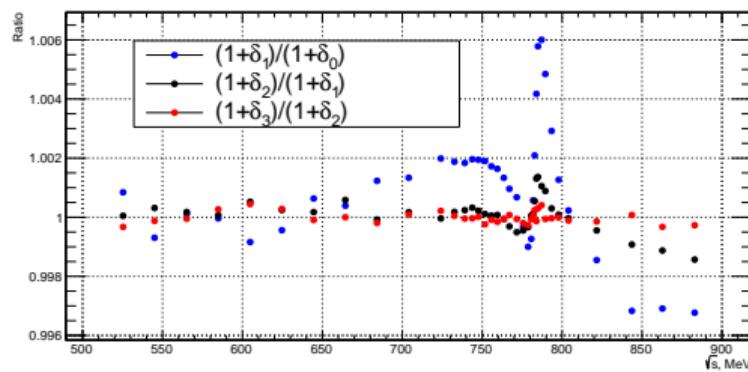
$$L(s_i) = \frac{(N_2 - N_{nc}^2)\varepsilon_{\pi\pi}^1 - (N_1 - N_{nc}^1)\varepsilon_{\pi\pi}^2}{\sigma_{ee}(\varepsilon_{ee}^2\varepsilon_{\pi\pi}^1 - \varepsilon_{ee}^1\varepsilon_{\pi\pi}^2) + \sigma_{\mu\mu}(\varepsilon_{\mu\mu}^2\varepsilon_{\pi\pi}^1 - \varepsilon_{\mu\mu}^1\varepsilon_{\pi\pi}^2)}$$

$$\sigma_{\pi\pi}(s_i) = \frac{N_1 - N_{nc}^1 - L(s_i)\sigma_{\mu\mu}\varepsilon_{\mu\mu}^1(s_i) - L(s_i)\sigma_{ee}\varepsilon_{ee}^1}{L(s_i)\varepsilon_{\pi\pi}^1}$$



$$\sigma_{\pi\pi}^0(s_i) = \frac{\sigma_{\pi\pi}(s_i)}{1 + \delta_{rad}(s_i)}$$

$\delta_{rad}(s_i)$ – радиационная поправка на излучение из начального и конечного состояний, вычисленная с применением кода MCGPJ



$\delta_{rad}(s_i)$ вычислялась итерационно:

- сечения аппроксимируются в модели из MCGPJ
- полученные параметры модели добавляются в код MCGPJ
- вычисляется новое $\delta_{rad}(s_i)$, которое будет использоваться в следующей итерации

JHEP 9710, 006 (1997)



наблюдаемое сечение σ' представляет собой свертку истинного сечения σ с функцией распределения по энергии $f(x)$:

$$\sigma'(E) = \int_0^{\infty} \sigma(E') f(E' - E, \delta_E) dE'$$

δ_E соответствует разбросу энергии в системе центра масс, который оценивался по формуле:

$$\delta_E [\text{КэВ}] = 4.05 \sigma_z \sqrt{\frac{V_c \sqrt{s}}{2}} \sqrt{1 - \frac{15.6 s^4}{V_c^2}}$$

\sqrt{s} – энергия в системе центра масс в единицах ГэВ, V_c – напряжение на резонаторе в киловольтах, σ_z – разброс по z-координате точки вылета в см



В экспериментах на ВЭПП-2000 в области энергий $< 1 \text{ ГэВ}$ δ_E не превышает 0.3 МэВ. Пользуясь тем, что данный разброс значительно меньше характерного масштаба энергий, на которых происходит существенное изменение сечения, можно выразить истинное сечение через наблюдаемое:

$$\sigma(E) = \sigma'(E) - \frac{1}{2} \frac{d^2\sigma'}{dE'^2}(E) \times \delta_E^2$$

Отсюда следует, что для извлечения истинного сечения желательно представить наблюдаемое сечение как функцию от энергии. После аппроксимации измеренных сечений выражение подставляется во второй член в формуле для вычисления истинного сечения. Относительная разница между истинным и наблюдаемым сечениями не превышает **0.1 %** в области ω резонанса и пренебрежимо мала во всем остальном диапазоне энергий.



Модель доминантности векторных мезонов

$$\sigma_{\pi\pi}(s) = \frac{2}{3} \frac{\alpha^2}{s^{5/2}} P_{\pi\pi}(s) |A_{\pi\pi}(s)|^2$$

$$P_{\pi\pi}(s) = q_\pi^3(s), \quad \text{где } q_\pi(s) = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4m_\pi^2}$$

$$|A_{\pi\pi}(s)|^2 = \left| \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\alpha} \sum_{V=\rho,\omega,\rho'} \frac{\Gamma_V m_V^3 \sqrt{m_V \sigma(V \rightarrow \pi^+ \pi^-)}}{D_V(s)} \frac{e^{i\phi_{\rho} V}}{\sqrt{q_\pi^3(m_V)}} \right|^2$$

$$D_V(s) = m_V^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_V(s), \quad \Gamma_V(s) = \sum_f \Gamma(V \rightarrow f, s)$$

$$\Gamma_\omega(s) = \frac{m_\omega^2}{s} \frac{q_\pi^3(s)}{q_\pi^3(m_\omega)} \Gamma_\omega B_{\omega \rightarrow \pi^+ \pi^-} + \frac{q_{\pi\gamma}^3(s)}{q_{\pi\gamma}^3(m_\omega)} \Gamma_\omega B_{\omega \rightarrow \pi^0 \gamma} + \frac{W_{\rho\pi}(s)}{W_{\rho\pi}(m_\omega)} \Gamma_\omega B_{\omega \rightarrow 3\pi}$$

$$\Gamma_V(s) = \frac{m_V^2}{s} \frac{q_\pi^3(s)}{q_\pi^3(m_V)} \Gamma_V \quad (V = \rho, \rho')$$



Параметры модели

Свободные параметры: M_ρ , Γ_ρ , $\sigma_\rho, \sigma_\omega$, $\sigma_{\rho'}$ и $\phi_{\rho\omega}$

значения M_ω , Γ_ω , $M_{\rho'}$, $\Gamma_{\rho'}$ были взяты из PDG, а относительная фаза $\phi_{\rho\rho'}$ фиксировалась на 180°

Систематические ошибки m_ρ и Γ_ρ связаны с модельной неопределенностью оценивались путем сравнения с значениями m_ρ и Γ_ρ из аппроксимации в модели Гунариса-Сакураи

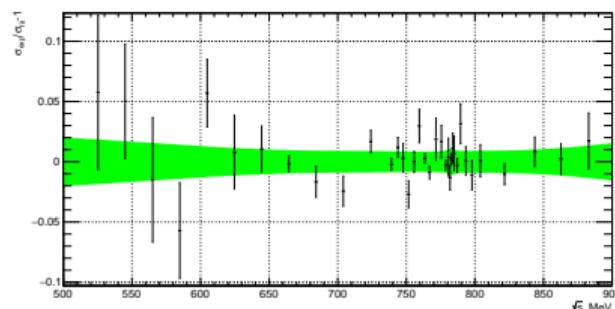
Если m_ω и Γ_ω не фиксировать, то значения этих параметров согласуются с данными из PDG, в то время как $\phi_{\rho\omega}$ сдвигается на 1°

Величина этого смещения использовалась для оценки систематической ошибки $\phi_{\rho\omega}$

Систематические ошибки σ_ρ и σ_ω определяются систематическими ошибками измеренных сечений

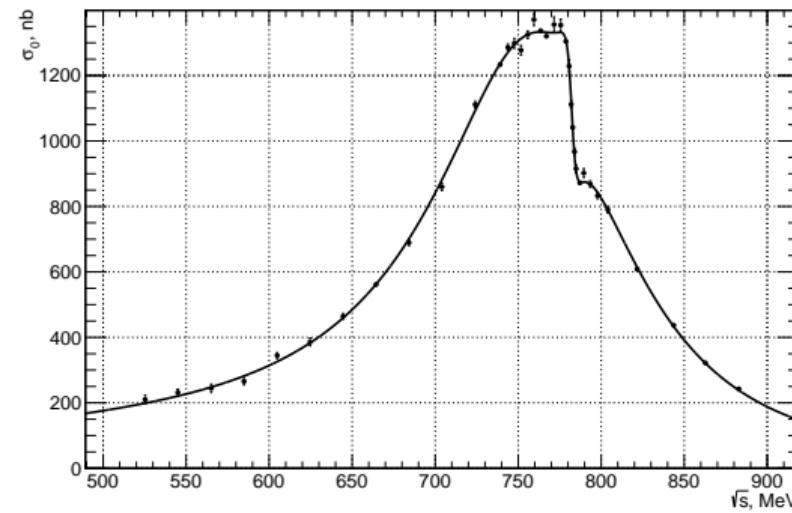


Результаты аппроксимации



Относительная разница между измеренным сечением процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и аппроксимацией данных СНД в зависимости от энергии. Зеленая полоса изображает систематические и статистические ошибки, сложенные квадратично

Зависимость борновского сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ от энергии, точки с ошибками — экспериментальные данные, кривая — результат аппроксимации

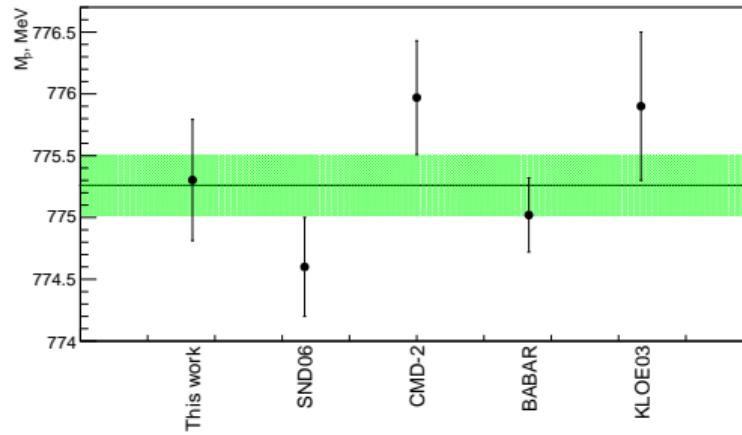
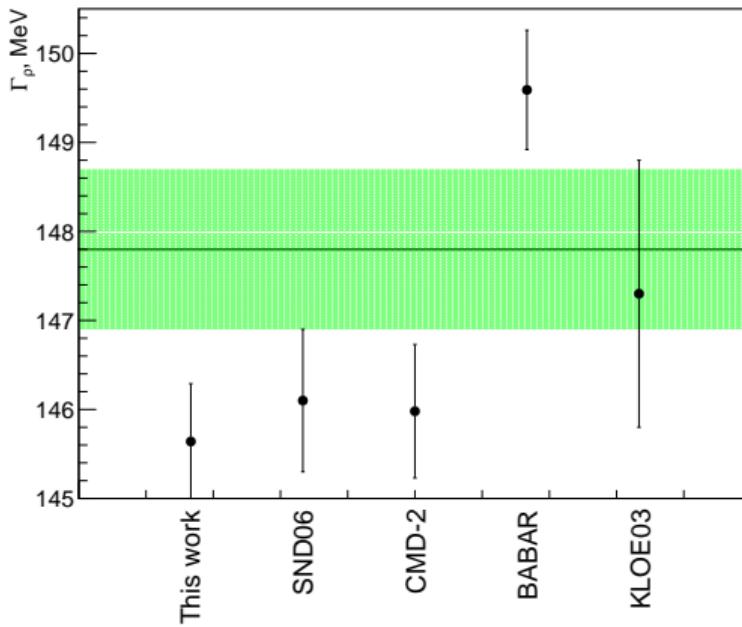


Результаты аппроксимации

Параметр	Данная работа	СНД ВЭПП-2М
m_ρ , MeV	$775.3 \pm 0.5 \pm 0.6$	$774.6 \pm 0.4 \pm 0.5$
Γ_ρ , MeV	$145.6 \pm 0.6 \pm 0.8$	$146.1 \pm 0.8 \pm 1.5$
$\sigma(\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-)$, nb	$1189.7 \pm 4.5 \pm 9.5$	$1193 \pm 7 \pm 16$
$\sigma(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^-)$, nb	$31.5 \pm 1.2 \pm 0.6$	$29.3 \pm 1.4 \pm 1.0$
$\phi_{\rho\omega}$, deg.	$110.7 \pm 1.1 \pm 1.0$	$113.7 \pm 1.3 \pm 2.0$
$\sigma(\rho' \rightarrow \pi^+ \pi^-)$, nb	2.4 ± 0.6	1.8 ± 0.2
χ^2/ndf	47/30	–
$B_{\rho \rightarrow e^+ e^-} \times B_{\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-}$	$(4.889 \pm 0.015 \pm 0.039) \times 10^{-5}$	$(4.876 \pm 0.023 \pm 0.064) \times 10^{-5}$
$B_{\omega \rightarrow e^+ e^-} \times B_{\omega \rightarrow \pi^+ \pi^-}$	$(1.318 \pm 0.051 \pm 0.021) \times 10^{-6}$	$(1.225 \pm 0.058 \pm 0.041) \times 10^{-6}$



Результаты аппроксимации



Сечение, без вклада поляризации вакуума, но с учетом излучения из конечного состояния.

$$\sigma_{\pi\pi}^{\text{bare}}(s) = \sigma_{\pi\pi}^0(s) \times |1 - \Pi(s)|^2 \times (1 + \frac{\alpha}{\pi} a(s))$$

$$a(s) = \frac{1 + \beta^2}{\beta} \left[4 \textcolor{red}{Li}_2\left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta}\right) + 2 \textcolor{red}{Li}_2\left(-\frac{1 - \beta}{1 + \beta}\right) - \right.$$

$$3 \ln \frac{2}{1 + \beta} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 2 \ln \beta \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \left] - 3 \ln \frac{4}{1 - \beta^2} - 4 \ln \beta + \frac{1}{\beta^3} \left[\frac{5}{4} (1 + \beta^2)^2 - 2 \right] \right]$$

$$\times \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} + \frac{3}{2} \frac{1 + \beta^2}{\beta^2}.$$

$$\textcolor{red}{Li}_2(x) = - \int_0^x dt \ln(1 - t)/t, \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s}}$$



Результаты измерения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

$\sigma_{\pi\pi}$, $\sigma_{\pi\pi}^0$ и $F(s)$ – физическое и Борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $F(s)$ – формфактор пиона, связанный с $\sigma_{\pi\pi}^0$. $1+\delta_{rad}$ – радиационная поправка. σ_{pol} – сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ без вклада поляризации вакуума, но с учетом излучения в конечном состоянии. Показаны статистические и систематические ошибки.

\sqrt{s} , MeV	$\sigma_{\pi\pi}$, nb	$\sigma_{\pi\pi}^0$, nb	$ F(s) ^2$	$1+\delta_{rad}$	σ_{pol} , nb
525.07	$203.4 \pm 12.3 \pm 2.4$	$210.4 \pm 12.7 \pm 2.5$	$4.4 \pm 0.3 \pm 0.1$	0.967	$209.7 \pm 12.7 \pm 2.5$
543.99	$224.4 \pm 10.1 \pm 2.5$	$232.5 \pm 10.5 \pm 2.6$	$5 \pm 0.2 \pm 0.1$	0.965	$231.9 \pm 10.4 \pm 2.6$
565.2	$235 \pm 12.3 \pm 2.4$	$244.3 \pm 12.8 \pm 2.5$	$5.5 \pm 0.3 \pm 0.1$	0.962	$243.8 \pm 12.8 \pm 2.5$
585.04	$254.2 \pm 10.7 \pm 2.5$	$265 \pm 11.1 \pm 2.6$	$6.2 \pm 0.3 \pm 0.1$	0.959	$264.8 \pm 11.1 \pm 2.6$
604.85	$328.8 \pm 8.7 \pm 3$	$344.7 \pm 9.2 \pm 3.1$	$8.3 \pm 0.2 \pm 0.1$	0.954	$344.8 \pm 9.2 \pm 3.1$
624.78	$366.4 \pm 11.1 \pm 3.2$	$386.1 \pm 11.7 \pm 3.4$	$9.7 \pm 0.3 \pm 0.1$	0.949	$386.7 \pm 11.7 \pm 3.4$
644.63	$438 \pm 8.2 \pm 3.7$	$464.2 \pm 8.7 \pm 3.9$	$12.1 \pm 0.2 \pm 0.1$	0.944	$465.6 \pm 8.7 \pm 3.9$
664.53	$525.9 \pm 3.5 \pm 4.4$	$561.3 \pm 3.7 \pm 4.7$	$15.3 \pm 0.1 \pm 0.1$	0.937	$563.7 \pm 3.7 \pm 4.7$
684.42	$642.1 \pm 8.4 \pm 5.3$	$689.1 \pm 9 \pm 5.6$	$19.5 \pm 0.3 \pm 0.2$	0.932	$692.9 \pm 9.1 \pm 5.7$
704.21	$798.1 \pm 10.3 \pm 6.5$	$860.7 \pm 11.1 \pm 7$	$25.4 \pm 0.3 \pm 0.2$	0.927	$865.5 \pm 11.1 \pm 7$
724.12	$1030.4 \pm 9.5 \pm 8.3$	$1112.6 \pm 10.3 \pm 9$	$34.2 \pm 0.3 \pm 0.3$	0.926	$1116.6 \pm 10.3 \pm 9$
739.13	$1146.5 \pm 5.6 \pm 9.2$	$1233.7 \pm 6 \pm 9.9$	$39.1 \pm 0.2 \pm 0.3$	0.929	$1234 \pm 6 \pm 9.9$
743.8	$1200.9 \pm 9.8 \pm 9.7$	$1289.4 \pm 10.6 \pm 10.4$	$41.3 \pm 0.3 \pm 0.3$	0.931	$1288.1 \pm 10.6 \pm 10.4$
747.74	$1215 \pm 14.4 \pm 9.8$	$1301.6 \pm 15.4 \pm 10.5$	$42 \pm 0.5 \pm 0.3$	0.933	$1298.7 \pm 15.4 \pm 10.5$
751.71	$1199.4 \pm 13.7 \pm 9.7$	$1281.4 \pm 14.7 \pm 10.3$	$41.7 \pm 0.5 \pm 0.3$	0.936	$1276.6 \pm 14.6 \pm 10.3$
755.7	$1246.5 \pm 10.8 \pm 10$	$1327.9 \pm 11.5 \pm 10.7$	$43.5 \pm 0.4 \pm 0.4$	0.939	$1321.3 \pm 11.4 \pm 10.6$
759.58	$1288.3 \pm 17.3 \pm 10.4$	$1368 \pm 18.3 \pm 11$	$45.2 \pm 0.6 \pm 0.4$	0.942	$1360.3 \pm 18.2 \pm 10.9$
763.63	$1263.4 \pm 5 \pm 10.2$	$1336.8 \pm 5.2 \pm 10.8$	$44.5 \pm 0.2 \pm 0.4$	0.945	$1328.9 \pm 5.2 \pm 10.7$



Результаты измерения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

$\sigma_{\pi\pi}$, $\sigma_{\pi\pi}^0$ и $F(s)$ – физическое и Борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $F(s)$ – формфактор пиона, связанный с $\sigma_{\pi\pi}^0$. $1+\delta_{rad}$ – радиационная поправка. σ_{pol} – сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ без вклада поляризации вакуума, но с учетом излучения в конечном состоянии. Показаны статистические и систематические ошибки.

\sqrt{s} , MeV	$\sigma_{\pi\pi}$, nb	$\sigma_{\pi\pi}^0$, nb	$ F(s) ^2$	$1+\delta_{rad}$	σ_{pol} , nb
767.83	$1249.1 \pm 6.9 \pm 10.1$	$1317 \pm 7.2 \pm 10.6$	$44.2 \pm 0.2 \pm 0.4$	0.948	$1310 \pm 7.2 \pm 10.5$
771.57	$1290.3 \pm 22.2 \pm 10.4$	$1356.5 \pm 23.3 \pm 10.9$	$45.9 \pm 0.8 \pm 0.4$	0.951	$1351.7 \pm 23.2 \pm 10.9$
775.73	$1290.9 \pm 17.2 \pm 10.4$	$1353.6 \pm 18 \pm 10.9$	$46.2 \pm 0.6 \pm 0.4$	0.954	$1353.2 \pm 18 \pm 10.9$
778.55	$1257 \pm 5.3 \pm 10.1$	$1311.1 \pm 5.5 \pm 10.5$	$45 \pm 0.2 \pm 0.4$	0.959	$1307.4 \pm 5.5 \pm 10.5$
780.74	$1199 \pm 18.4 \pm 9.7$	$1229.2 \pm 18.9 \pm 9.9$	$42.3 \pm 0.7 \pm 0.3$	0.976	$1211.4 \pm 18.6 \pm 9.8$
782.03	$1104.8 \pm 11.2 \pm 8.9$	$1106.9 \pm 11.2 \pm 8.9$	$38.2 \pm 0.4 \pm 0.3$	0.998	$1074.7 \pm 10.9 \pm 8.7$
782.9	$1058.1 \pm 4.8 \pm 8.5$	$1039.8 \pm 4.7 \pm 8.4$	$36 \pm 0.2 \pm 0.3$	1.017	$999 \pm 4.5 \pm 8$
783.72	$1004.9 \pm 11.6 \pm 8.1$	$971.9 \pm 11.3 \pm 7.8$	$33.7 \pm 0.4 \pm 0.3$	1.033	$925.2 \pm 10.7 \pm 7.5$
784.7	$959.2 \pm 12.8 \pm 7.7$	$916.8 \pm 12.2 \pm 7.4$	$31.9 \pm 0.4 \pm 0.3$	1.046	$865.8 \pm 11.6 \pm 7$
786.7	$913.5 \pm 5.1 \pm 7.4$	$872.3 \pm 4.8 \pm 7$	$30.4 \pm 0.2 \pm 0.2$	1.047	$819.1 \pm 4.5 \pm 6.6$
789.45	$934.6 \pm 14.1 \pm 7.5$	$903.1 \pm 13.7 \pm 7.3$	$31.7 \pm 0.5 \pm 0.3$	1.035	$850.9 \pm 12.9 \pm 6.9$
793.91	$890.4 \pm 10 \pm 7.2$	$867.8 \pm 9.7 \pm 7$	$30.7 \pm 0.3 \pm 0.2$	1.026	$823.1 \pm 9.2 \pm 6.6$
797.66	$858.9 \pm 10.1 \pm 6.9$	$836.3 \pm 9.9 \pm 6.7$	$29.8 \pm 0.4 \pm 0.2$	1.027	$795.8 \pm 9.4 \pm 6.4$
803.98	$819.5 \pm 10.5 \pm 6.6$	$791.4 \pm 10.1 \pm 6.4$	$28.6 \pm 0.4 \pm 0.2$	1.036	$755.4 \pm 9.6 \pm 6.1$
821.79	$654.8 \pm 5.6 \pm 5.3$	$608.7 \pm 5.2 \pm 4.9$	$22.8 \pm 0.2 \pm 0.2$	1.076	$583 \pm 5 \pm 4.7$
843.36	$496.6 \pm 5.8 \pm 4$	$438 \pm 5.1 \pm 3.6$	$17.1 \pm 0.2 \pm 0.1$	1.134	$420.4 \pm 4.9 \pm 3.4$
862.68	$382.2 \pm 4.6 \pm 3.1$	$321.2 \pm 3.9 \pm 2.6$	$13 \pm 0.2 \pm 0.1$	1.19	$309 \pm 3.7 \pm 2.5$
883.19	$303.2 \pm 6.7 \pm 2.5$	$242.1 \pm 5.3 \pm 2$	$10.2 \pm 0.2 \pm 0.1$	1.252	$233.5 \pm 5.1 \pm 1.9$



Вклад в a_μ

Вклад $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в аномальный магнитный момент мюона в главном порядке теории возмущений выражается через дисперсионное соотношение:

$$a_\mu(\pi\pi, s_{\min} \leq \sqrt{s} \leq s_{\max}) = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi} \right)^2 \int_{s_{\min}}^{s_{\max}} \frac{R(s)K(s)}{s^2} ds$$

$$R(s) = \frac{\sigma_{\pi\pi}^{bare}}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \quad \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$$

$K(s)$ -известное ядро:

$$K(s) = \frac{3s}{m_\mu^2} \left[\frac{x^2(2-x^2)}{2} + \frac{(1+x^2)(1+x)^2}{x^2} \left(\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2} \right) + \frac{1+x}{1-x} x^2 \ln(x) \right]$$

$$x = \frac{1-\beta_\mu}{1+\beta_\mu}, \quad \beta_\mu = \sqrt{\frac{1-m_\mu^2}{4s}}$$

Интегрирование методом трапеций позволяет вычислить интеграл используя измеренные в данной работе сечения. $a_\mu(\pi\pi, 525\text{МэВ} \leq \sqrt{s} \leq 883\text{МэВ}) \times 10^{10}$ для других экспериментов вычислялся с применением линейной интерполяции опубликованных сечений.

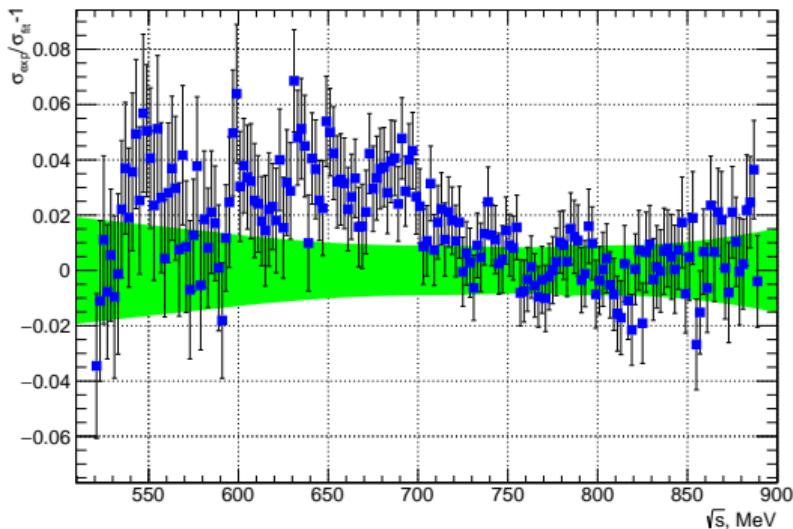
Измерение	$a_\mu(\pi\pi) \times 10^{10}$
Данная работа	$409.79 \pm 1.44 \pm 3.87$
SND VEPP-2M	$406.47 \pm 1.74 \pm 5.28$
BaBar	$413.58 \pm 2.04 \pm 2.29$
KLOE (combined)	$403.39 \pm 0.72 \pm 2.50$

J. High Energ. Phys. 2021, 113 (2021)



Относительная разница между сечением процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, измеренным в экспериментах на BABAR и аппроксимацией данных СНД на ВЭПП-2000

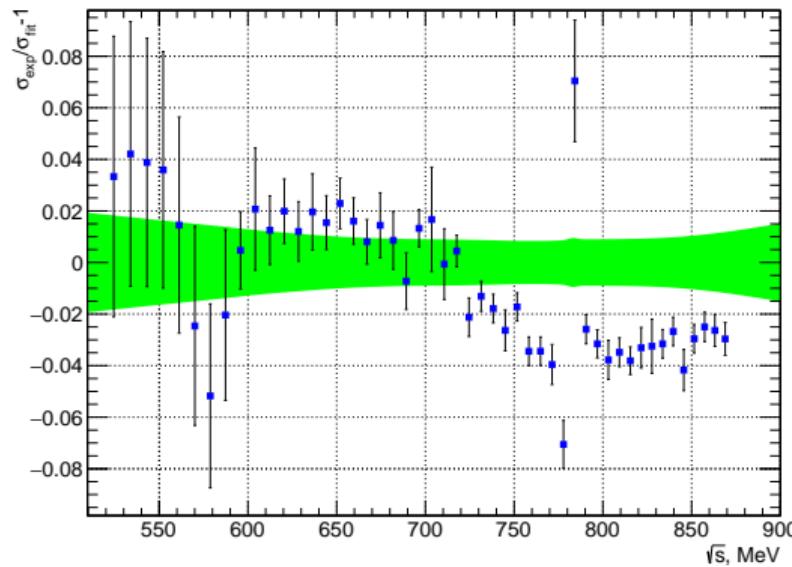
- Для данных BABAR показана полная ошибка
- Зеленая полоса изображает систематические и статистические ошибки СНД, сложенные квадратично



Phys. Rev. 2012. Vol. 86D. 3,032013



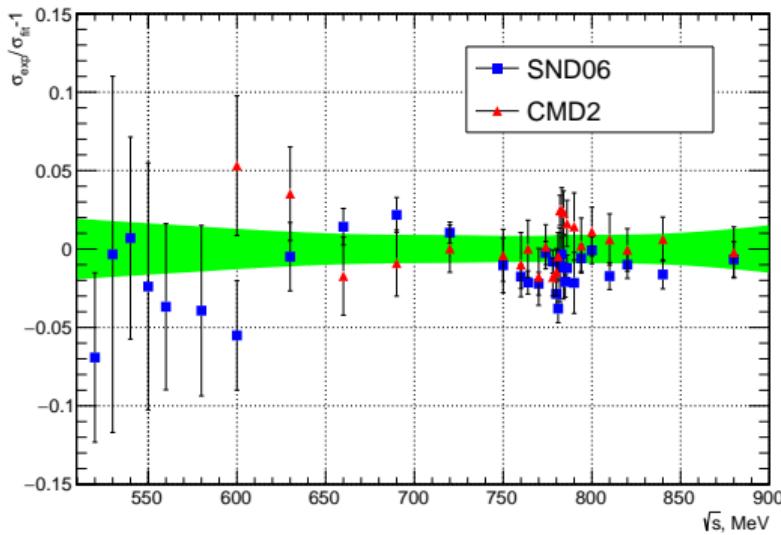
Относительная разница между сечением процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, измеренным в экспериментах на KLOE и аппроксимацией данных СНД на ВЭПП-2000



JHEP 1803 (2018) 173



Относительная разница между сечениями процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, измеренными в экспериментах СНД и КМД-2 на ВЭПП-2М и аппроксимацией данных СНД на ВЭПП-2000



JETP (2006) vol. 103, N3, pp 380-384.
Phys. Lett. 2007 Vol.648B 5. P.28-38



Обсуждение результатов

- В диапазоне энергий $0.62 \leq \sqrt{s} \leq 0.7$ ГэВ наблюдается расхождение, достигающее 3% для BABAR и 1% для KLOE. В остальной части спектра данные SND согласуются с результатами BABAR. Разница между измерениями KLOE и SND достигает 1–4 % в области энергий $\sqrt{s} \geq 0.7$ ГэВ
- Сравнение с результатами измерений в экспериментах на ВЭПП-2М не выявило существенных противоречий во всем энергетическом спектре
- Параметры ρ и ω мезонов, полученные в данном анализе, согласуются измерениями СНД на ВЭПП-2М
- Величина массы ρ мезона m_ρ не отличается от измеренных в более ранних экспериментах



Обсуждение результатов

- Полученное значение ширины Γ_ρ находится в согласии с данными большинства экспериментов, но противоречит результату, опубликованному BABAR. Чтобы понять причину данного расхождения, была проведена аппроксимация сечений BABAR в диапазоне энергий 0.525-0.883 ГэВ с использованием нашей модели. Полученная таким образом ширина ρ мезона составила 147.38 ± 0.47 МэВ
- Разница между значением $a_\mu(\pi\pi, 525\text{МэВ} \leq \sqrt{s} \leq 883\text{МэВ}) \times 10^{10}$, вычисленном в данной работе, и a_μ полученными из данных более ранних экспериментов $< 1\sigma$, но есть небольшое (1.3σ) расхождение с a_μ основанным на данных KLOE



Основные результаты работы

- ① Разработан метод разделения событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ по профилю энерговыделения конечных частиц, с эффективностью идентификации не хуже 99.4%. Была проведена независимая проверка корректности работы данного алгоритма.
- ② Измерено полное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в диапазоне энергий $\sqrt{s} = 525 - 883$ МэВ (области рождения ρ и ω мезонов) с систематической ошибкой $0.9\text{--}1.2\%$ при энергии $\sqrt{s} < 600$ МэВ и 0.8% при $\sqrt{s} \geq 600$ МэВ
- ③ Анализ полученных экспериментальных данных в рамках модели доминантности векторных мезонов, показал, что измеренные сечения описываются при учете вкладов ρ , ω и ρ' резонансов
- ④ Определены масса и полная ширина ρ мезона:

$$m_\rho = 775.30 \pm 0.5 \pm 0.6 \text{ МэВ}, \Gamma_\rho = 145.65 \pm 0.6 \pm 0.8 \text{ МэВ}$$

А также вычислены произведения вероятности распада в $\pi^+\pi^-$ на вероятность распада в e^+e^- для легких векторных мезонов:

$$B_{\rho \rightarrow e^+e^-} \times B_{\rho \rightarrow \pi^+\pi^-} = (4.889 \pm 0.015 \pm 0.039) \times 10^{-5}, B_{\omega \rightarrow e^+e^-} \times B_{\omega \rightarrow \pi^+\pi^-} = (1.318 \pm 0.051 \pm 0.021) \times 10^{-6}$$

Используя известное значение $B_{\omega \rightarrow e^+e^-}$ можно получить:

$$B_{\omega \rightarrow \pi^+\pi^-} = 1.78 \pm 0.09 \quad (B_{\omega \rightarrow \pi^+\pi^-}^{PDG} = 1.49 \pm 0.13, \text{ что соответствует разнице в } 1.8 \sigma)$$

- ⑤ Измерена фаза интерференции между амплитудами ρ и ω мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$:
 $\varphi_{\rho\omega} = 110.7 \pm 1.1 \pm 1.0$ град.

- ⑥ Вычислен вклад $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в $(g-2)$ мюона в области энергий $525 < \sqrt{s} < 883$ МэВ:
 $a_\mu(\pi\pi, 525\text{MeV} \leq \sqrt{s} \leq 883\text{MeV}) = (409.79 \pm 1.44 \pm 3.87) \times 10^{-10}$

- ⑦ Представленные результаты находятся в согласии с результатами всех предыдущих измерений, за исключением данных KLOE. Полученные параметры ρ и ω мезонов внесены в online-версию PDG



Спасибо за внимание!



Формфактор пиона в модели Гунариса-Сакураи

$$\sigma_{e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-} = \frac{\pi \alpha^2}{3s} \beta_\pi^3 |F_\pi(s)|^2$$

$$F_\pi(s) = \frac{GS_\rho(s) \left(1 + \frac{A_\omega s}{s - m_\omega^2 + i m_\omega \Gamma_\omega}\right) + \beta \cdot GS_{\rho'}(s) + \delta \cdot GS_{\rho''}(s)}{1 + \beta + \delta}$$

$$GS_V(s) = \frac{m_V^2 (1 + d \cdot \Gamma_V/m_V)}{m_V^2 - s + f(s) - i m_V \Gamma_V(s)}$$

$$f(s) = \Gamma_V \frac{m_V^2}{p_\pi^3(m_V^2)} \left[p_\pi^2(s) (h(s) - h(m_V^2)) + (m_V^2 - s) p_\pi^2(m_V^2) \left. \frac{dh}{ds} \right|_{s=m_V^2} \right]$$

$$h(s) = \frac{2}{\pi} \frac{p_\pi(s)}{\sqrt{s}} \ln \frac{\sqrt{s} + 2p_\pi(s)}{2m_\pi}, \quad p_\pi(s) = \sqrt{\frac{s}{4} - m_\pi^2}$$



Формфактор пиона в модели Гунариса-Сакураи

$$d = \frac{3}{\pi} \frac{m_\pi^2}{p_\pi^2(m_V^2)} \ln \frac{m_V + 2p_\pi(m_V^2)}{2m_\pi} + \frac{m_V}{2\pi p_\pi(m_V^2)} - \frac{m_\pi^2 m_V}{\pi p_\pi^3(m_V^2)}$$

$$\Gamma_V(s) = \Gamma_\rho \left[\frac{p_\pi(s)}{p_\pi(m_V^2)} \right]^3 \left[\frac{m_V^2}{s} \right]^{1/2}$$

$$A_\omega = \frac{6}{\alpha \Gamma_\omega} \sqrt{\frac{B_{\omega \rightarrow \pi^+ \pi^-} \cdot B_{\omega \rightarrow e^+ e^-}}{\beta_\pi^3(m_\omega^2)}} \left| \frac{1 + \beta + \delta}{GS_\rho(m_\omega^2)} \right| e^{i\phi_{\rho\omega}}$$



