

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
им. Г.И. Будкера
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РАН
(ИЯФ СО РАН)

В.М. Петров, Н.В. Митянина

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
ПЕРЕКРЕСТНЫХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ
В ЦЕПЯХ УПРАВЛЕНИЯ АМПЛИТУДОЙ И ФАЗОЙ
УСКОРЯЮЩИХ ВЧ НАПРЯЖЕНИЙ СИНХРОТРОНОВ
ДЛЯ СУЩЕСТВЕННОГО УВЕЛИЧЕНИЯ ТОКА
УСКОРЯЕМЫХ ЧАСТИЦ, ПРИ КОТОРОМ
НЕ ВОЗБУЖДАЮТСЯ ПРОДОЛЬНЫЕ СИНФАЗНЫЕ
ДИПОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СГУСТКОВ

ИЯФ 2012-27

Новосибирск
2012

**Использование перекрестных обратных связей
в цепях управления амплитудой и фазой
ускоряющих ВЧ напряжений синхротронов
для существенного увеличения тока ускоряемых частиц,
при котором не возбуждаются продольные синфазные
дипольные колебания сгустков**

В.М. Петров, Н.В. Митянина

Аннотация

В ВЧ ускоряющих системах циклических ускорителях применяются цепи обратных связей (ОС) для стабилизации ускоряющего напряжения. Для этого в системе управления ВЧ есть фазовый и амплитудный детекторы ускоряющего напряжения. Обычно сигнал с амплитудного детектора подается на регулируемый ВЧ усилитель, который модулирует по амплитуде ток возбуждения ускоряющего резонатора. А сигнал с фазового детектора подается на фазовый модулятор, который вызывает фазовую модуляцию тока возбуждения резонатора. Такой способ построения стабилизации ускоряющего напряжения вносит инкремент для дипольных когерентных фазовых колебаний пучка. Инкремент тем больше, чем больше ток ускоряемых частиц и коэффициенты усиления разомкнутых цепей обратных связей. Это накладывает серьезные ограничения на коэффициенты усиления и ток ускоряемого пучка.

Однако, если для стабилизации ускоряющего напряжения применить перекрёстные обратные связи, то есть подать сигнал с амплитудного детектора на фазовый модулятор, а с фазового детектора на амплитудный модулятор, то токи заряженных частиц или коэффициенты усиления разомкнутых цепей обратных связей можно значительно увеличить. Увеличение коэффициентов усиления позволяет более эффективно подавлять помехи, которые могут вызывать нестабильность ускоряющего напряжения.

© *Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН*

Введение

В [1] приведена методика расчета устойчивости фазового движения сгустков заряженных частиц для когерентных синфазных колебаний в синхротронах при энергии выше критической. Для исследований использовались параметры накопителя Сибирь-2 [2]. Расчёты проводились для трех вариантов длин фидеров, соединяющих выходные каскады ВЧ генераторов с ускоряющими резонаторами. Длина фидеров определялась как целое число полуволн плюс добавка Δl ($0 < \Delta l \leq \lambda/2$). Были проведены исследования при добавках, равных $\lambda/2$, $\lambda/4$ или $\lambda/8$, для этих фидеров применялись названия «фидер $\lambda/2$ », «фидер $\lambda/4$ » или «фидер $\lambda/8$ ». Кроме того учитывалось влияние двух цепей обратных связей, стабилизирующих амплитуду ВЧ ускоряющих напряжений.

В одной цепи (APY, автоматическая регулировка усиления) ВЧ напряжение с ускоряющего резонатора подается на амплитудный детектор. Выпрямленное напряжение с детектора поступает на модулятор. В модуляторе это напряжение сравнивается с опорным напряжением, и разностный сигнал управляет коэффициентом усиления ВЧ усилителя (ПУ) в тракте генератора ВЧ мощности ускоряющей системы. В другой цепи (ФА, фазовая автоподстройка) на фазовый детектор подается напряжение с ускоряющего резонатора и опорное напряжение. Выпрямленное напряжение с выхода фазового детектора подается на фазовый модулятор, в котором находятся усилители постоянного тока и корректирующие цепочки. Сигнал с выхода фазового модулятора поступает на фазовращатель, расположенный в тракте ВЧ генератора. Эти две цепи совместно стабилизируют комплексную амплитуду ускоряющего напряжения.

Напряжения на ускоряющих резонаторах зависят от токов ВЧ генераторов и тока пучка. Если сгустки заряженных частиц совершают синфазные дипольные колебания, то это приводит к модуляции ускоряющего напряжения. В свою очередь модуляция ускоряющего напряжения влияет на фазовое движение сгустков, образуя третью цепь обратной связи (между пучком и резонатором, ПР).

Единственный возможный метод расчета устойчивости подобных систем с длинными линиями – критерий Найквиста [4].

Расчеты проводились при токе возбуждения резонатора синфазном с ускоряющим напряжением (активное входное сопротивление резонатора, нагруженного пучком на несущей частоте). Связь между фидером и ускоряющим резонатором подбиралась так, чтобы нагрузка для фидера на максимальном токе заряженных частиц и их энергии была равна волновому сопротивлению фидера. Расчёты показали, что при такой настройке и выключенных цепях обратных связей при фидере $\lambda/4$ выходное сопротивление ВЧ системы вносит инкремент для когерентных дипольных фазовых колебаний. При фидере $\lambda/2$ и $\lambda/8$ вносятся декременты, но при фидере $\lambda/8$ декремент значительно больше, чем при фидере $\lambda/2$.

Цепи обратной связи вносят инкремент тем больший, чем больше ток пучка и коэффициенты усиления разомкнутых цепей обратных связей. Самый большой ток пучка можно получить при фидере $\lambda/8$. Однако для получения необходимого тока коэффициенты усиления цепей на гармониках промышленной частоты малы и слабо подавляют помехи. В этой работе исследовано применение перекрёстных обратных связей в системе управления ВЧ системой. Перекрёстные обратные связи организованы следующим образом: на вход амплитудного модулятора подаётся часть сигнала от амплитудного детектора и часть сигнала от фазового детектора, а на фазовый модулятор – часть сигнала от фазового детектора и часть сигнала от амплитудного детектора. Перекрёстные обратные связи позволяют увеличить ток пучка и коэффициенты усиления разомкнутых цепей обратных связей.

В отсутствие токов пучка резонатор настроен. Если появляется амплитудная модуляция, она фиксируется амплитудным детектором. Сигнал с амплитудного детектора, проходя через амплитудный модулятор, воздействует на регулируемый усилитель. Регулируемый усилитель вызывает амплитудную модуляцию ВЧ тока генератора. Резонатор настроен, его входное сопротивление на несущей частоте – чисто активное. Ток генератора вызывает амплитудную модуляцию напряжения, которая подавляет исходную модуляцию напряжения.

Если ток пучка отличен от нуля, то для того, чтобы генератор работал на активную нагрузку, реактивную мощность пучка приходится компенсировать расстройкой резонатора. При значительных токах пучка расстройка резонатора может превышать синхротронную частоту. Если на резонаторе появляется амплитудная модуляция, то она фиксируется амплитудным детектором. Сигнал с амплитудного детектора, проходя через амплитудный модулятор, воздействует на регулируемый усилитель. Регулируемый усилитель вызывает амплитудную модуляцию ВЧ тока генератора. Входное сопротивление резонатора, нагруженного пучком, – активное. На боковых составляющих оно может быть реактивным и одного знака. То есть, если на резонатор подается амплитудно-модулированный ток, то он вызывает фазовую модуляцию ускоряющего напряжения. Фазовая модуляция фиксируется фазовым детектором и воздействует на фазовращатель в тракте ВЧ генератора. Фазовращатель вызывает фазовую модуляцию тока несущей частоты. Ток несущей частоты, воздействующий на резонатор, нагруженный пучком, вызывает амплитудную модуляцию напряжения, которая подавляет исходную модуляцию напряжения. То есть длина цепи обратной связи при большом токе пучка увеличивается, увеличивается задержка в цепи обратной связи. Большие задержки в цепи ОС вызывают сложности с обеспечением устойчивости.

То же самое можно сказать и про фазовую модуляцию напряжения.

Когда применяем перекрёстную ОС, то большая задержка в цепях ОС будет при малых токах, а при больших токах задержка будет уменьшаться. Из-за этого при перекрёстных ОС возможно увеличение тока пучка и более эффективное подавление помех.

1. Схема ВЧ системы с перекрестными ОС

На рис. 1 приведена схема ВЧ системы из k_0 каналов, с обратными связями между пучком и резонаторами и с перекрестными обратными связями по фазе и по амплитуде. Резонаторы каждого канала охвачены параллельно тремя цепями обратной связи (АРУ, ФА, ПР).

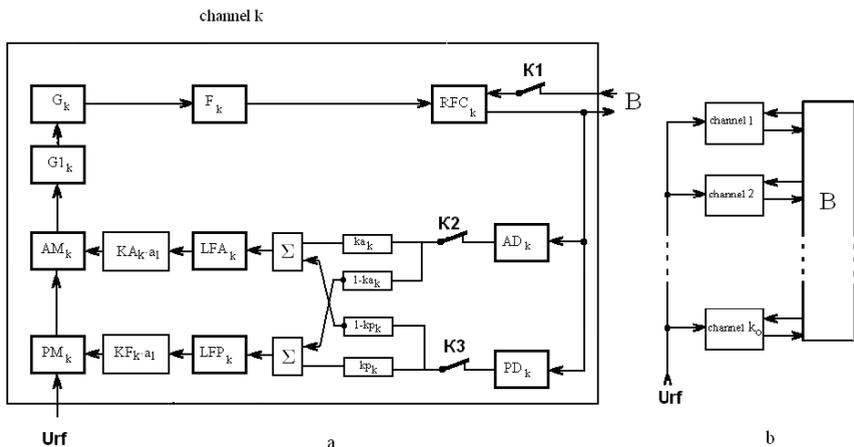


Рис. 1. Схема ВЧ системы с перекрестными обратными связями по фазе и по амплитуде: а) схема k -го канала ВЧ, с обратными связями АРУ и ФА и с перекрестными цепями обратной связи; б) схема связи всех k_0 каналов через пучок.

На рис. 1а изображены звенья, образующие эти цепи обратной связи АРУ и ФА в k -м канале, а на рис. 1б схематично изображена связь всех k_0 каналов между собой через пучок:

- G_k – выходной каскад генератора ВЧ мощности k -го канала;
- $G1_k$ – предвыходные каскады генератора ВЧ мощности k -го канала;
- F_k – фидер k -го канала;
- RFC_k – ускоряющие резонаторы k -го канала;
- LFA_k – низкочастотное звено АРУ k -го канала;
- LFP_k – низкочастотное звено ФА k -го канала;
- AD_k, PD_k – амплитудный и фазовый детекторы k -го канала;
- AM_k, PM_k – амплитудный и фазовый модуляторы k -го канала;
- $K1, K2, K3$ – ключи для размыкания цепей обратной связи ПР, АРУ, ФА;

$KA_k \cdot a_1$, $KF_k \cdot a_1$ – нормировочные коэффициенты усиления по разомкнутым цепям обратной связи АРУ, ФА, параметр a_1 , описывает увеличение нормировочных коэффициентов усиления KA_{k1} , KF_k в a_1 раз;

B – пучок (q -ая гармоника частоты обращения для тока заряженных частиц в ускорителе);

U_{rf} – напряжение входного ВЧ сигнала для всех каналов.

Звенья LFA_k , LFP_k состоят из усилителя постоянного тока (DCA) и корректирующих цепочек (CC). Звенья G_{1k} состоят из предварительного усилителя (PA), первого и второго каскада генератора ($k1$, $k2$). Напряжение с амплитудных детекторов делится звеньями ka_k , $(1-ka_k)$ между двумя каналами так, что доля ka_k идет прямо на амплитудные модуляторы, а доля $(1-ka_k)$ – на фазовые, с положительным или отрицательным знаком. На рис. 1 выбран отрицательный знак. Напряжение с фазовых детекторов делится аналогично, звеньями kp_k , $(1-kp_k)$. Сумматоры (Σ) суммируют порции напряжений с амплитудного и фазового детекторов для амплитудного и фазового модуляторов.

Если $ka_k = kp_k = 1$, то схема превращается в схему без перекрестных обратных связей (“прямые обратные связи”), для которой были проведены предыдущие расчеты ([1]) При этом в k -м канале разомкнутая цепь обратной связи АРУ состоит из звеньев C_k , AD_k , $K2$, LFA_k , AM_k , $G1_k$, G_k , F_k ; разомкнутая цепь обратной связи ФА состоит из звеньев C_k , PD_k , $K3$, LFP_k , PM_k , AM_k , $G1_k$, G_k , F_k ; разомкнутую цепь ПР образуют звенья C_k , B , $K1$.

Если $ka_k = kp_k = 0$, то обратные связи полностью перекрестные: на вход амплитудного модулятора подаётся только сигнал от фазового детектора, а на фазовый модулятор – только сигнал от амплитудного детектора.

2. Прямые обратные связи

Для схемы с прямыми обратными связями в [1] были получены следующие результаты. Для фидера $\lambda/8$, для выбранных коэффициентов усиления по цепям ОС, получен максимальный граничный ток 0.36 А (при **максимальный** рабочем токе 0.3 А).

Были проведены расчеты коэффициентов усиления по разомкнутым цепям ОС АРУ и ФА для тока пучка I_0 в диапазоне от 0 А до 0.5 А, при параметре a_1 , описывающем увеличение нормировочных коэффициентов усиления, от 0 до 10. a_1 . Использование обратной связи (например, АРУ) подавляет помехи в $|1 + K_{APV}|$ раз, поэтому эффективное подавление помех обеспечивается при $|K_{APV}| \gg 1$.

На рис. 2 приведены линии уровня модули коэффициентов усиления $|K_{APV}|$, $|K_{\Phi A}$ по разомкнутым цепям ОС АРУ и ФА первого канала ВЧ системы (рисунки для второго канала аналогичны) на частоте модуляции 300 Hz, на плоскости переменных тока пучка I_0 и параметра a_1 .

На этих же рисунках приведены границы областей устойчивости синфазных колебаний пучка (при замкнутых всех цепях ОС). В пределах непрерывной области устойчивости в левом нижнем углу рисунков $|K_{\Phi A}| < 1$. При $a_1 = 1$ и рабочем токе 0.3 А $|K_{\Phi A}| \approx 0.1$, то есть цепь ФА не обеспечивает подавление помех.

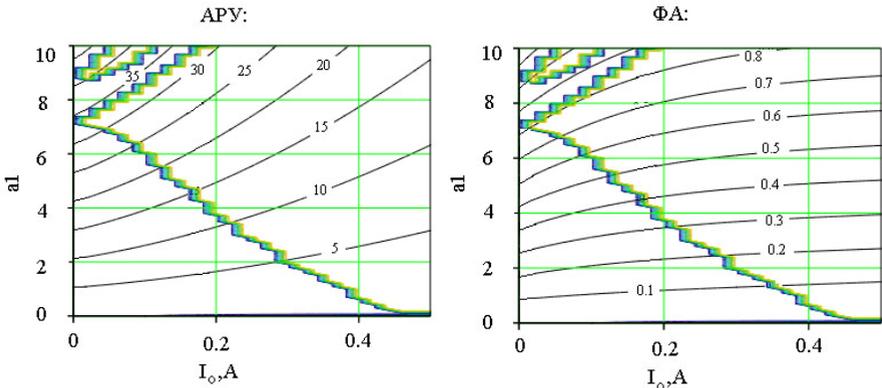


Рис. 2. Линии уровня коэффициентов усиления по разомкнутым цепям ОС АРУ (слева) и ФА (справа) первого канала ВЧ системы на частоте модуляции 300 Hz. Границы областей устойчивости синфазных колебаний пучка показаны линией с тенью (тень со стороны области **самовозбуждения дипольных когерентных фазовых колебаний**). Рабочая область – левый нижний угол.

Кроме того, непрерывная область устойчивости (левый нижний угол) ограничена, и рабочий ток не может быть существенно увеличен за счет увеличения коэффициентов усиления по цепям ОС. Исходные нормировочные коэффициенты усиления (см. [1]) приведены в Приложении 1.

Рассматриваемая в данном препринте схема с перекрестными обратными связями позволяет значительно увеличить ток пучка. Кроме того, область значений коэффициентов усиления по цепям обратных связей, при которых обеспечивается подавление продольных синфазных дипольных колебаний ступков, значительно расширяется, при этом можно выбрать такие их значения, при которых подавление помех улучшится по сравнению с прямыми обратными связями.

3. Система уравнений при перекрестных обратных связях

В Приложении 1 приведены коэффициенты усиления звеньев цепей ОС и передаточные функции для разных участков цепей ОС. Отметим, что в случае прямых ОС ([1]) U_{ad} на выходе амплитудного детектора, U_{am} на входе амплитудного модулятора, U_{pd} на выходе фазового детектора, U_{pm} на входе фазового модулятора были связаны как

$$U_{am} = U_{ad} \cdot K_{lfa}(f),$$

$$U_{pm} = U_{pd} \cdot K_{lfp}(f).$$

С добавлением перекрестных звеньев эта связь усложняется. Обозначим ka , kp – коэффициенты деления напряжений с детекторов между цепями амплитудного и фазового модуляторов, ksa , $ksp = \pm 1$ – знаки, с которыми передаются напряжения по перекрестным цепям (от AD к PM, от PD к AM). Тогда эта связь можно записать как

$$\begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix} = M_{lf} \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{lfa}(f) & 0 \\ 0 & K_{lfp}(f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ka & (1-kp) \cdot ksa \\ (1-ka) \cdot ksp & kp \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}.$$

Расчеты проводились для $ksa = ksp = -1$.

С учетом всех ОС (ключи K1, K2, K3 замкнуты при K1, K2, K3 = 1 и разомкнуты при K1, K2, K3 = 0) полная система уравнений для каждого канала имеет вид (см. Приложение 2, (П2.8)):

$$\begin{cases} \vec{U}_{d\ out} = \hat{M}_d \vec{U}_{rfc\ out}, \\ \vec{U}_{rfc\ out} = \hat{M}_{gc} \vec{U}_{m\ out} + K3 \cdot \vec{U}_b, \\ \vec{U}_{m\ out} = \hat{M}_m \left(\vec{U}_{m\ in} + \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix} \vec{U}_{m\ in\ oc} \right), \\ \vec{U}_{m\ in\ oc} = \hat{M}_{lf} \vec{U}_{d\ out}, \\ \vec{U}_b = \hat{M}_B \vec{U}_{rfc\ out}. \end{cases}$$

$$\vec{U}_{d\ out} = \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}_{out}, \quad \vec{U}_{rfc\ out} = \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out}, \quad \vec{U}_b = \begin{pmatrix} U_b^+ \\ \bar{U}_b^- \end{pmatrix},$$

$$\vec{U}_{m\ out} = \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{m\ out}, \quad \vec{U}_{m\ in\ oc} = \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in\ oc}.$$

Здесь $\hat{M}_d, \hat{M}_{gc}, \hat{M}_m, \hat{M}_{lf}, \hat{M}_B$ – матрицы (размерности 2) коэффициентов передачи звеньев схемы, приведенной на рис. 1, описывающие соответственно детекторы (\hat{M}_d), звено генератор-фидер-резонатор (\hat{M}_{gc}), модуляторы \hat{M}_m ,

низкочастотные звенья (\hat{M}_{lf}) и обратную связь через пучок (\hat{M}_B). Конкретный вид этих матриц приведен в Приложении 2. Отметим, что матрица \hat{M}_{lf} в случае использования перекрестных обратных связей перестает быть диагональной, что приводит к существенным отличиям

Для ВЧ системы, состоящей из нескольких (k_0) каналов, системы уравнений, описывающие каждый из каналов, связаны через пучок (см. Приложение 2, (П2.13)):

$$\begin{cases} \bar{U}_{d\ out\ k} = \hat{M}_{dk} \bar{U}_{rfc\ out\ k}, & k = 1, \dots, k_0 \\ \bar{U}_{rfc\ out\ k} = \hat{M}_{gck} \bar{U}_{m\ out\ k} + K3 \cdot \bar{U}_{bk}, \\ \bar{U}_{bk} = \hat{M}_{Bk} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ \bar{U}_{m\ out\ k} = \hat{M}_{mk} \left(\bar{U}_{m\ in\ k} + \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix}_k \bar{U}_{m\ in\ oc\ k} \right), \\ \bar{U}_{m\ in\ oc\ k} = \hat{M}_{lfk} \bar{U}_{d\ out\ k}, \\ \Phi_v = \frac{1}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 \ 1) \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ \Phi_{b\ out} = K_B \Phi_v, \\ \bar{U}_{bk} = -0.5 j I_b \begin{pmatrix} Z_{ck}^+ \\ -\bar{Z}_{ck}^- \end{pmatrix} \Phi_{b\ in}. \end{cases}$$

4. Передаточная функция по цепи обратной связи между пучком и резонаторами

Из системы (2) можно получить связь между $\Phi_{b\ out}$ и $\Phi_{b\ in}$ (когда все ОС замкнуты, $K1 = K2 = K3 = 1$, $V_{m\ in} = 0$), то есть передаточную функцию по цепи обратной связи между пучком и резонаторами (см. (П2.14)):

$$\begin{aligned} K_{2Br} = \Phi_{b\ out} / \Phi_{b\ in} &= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k (1 \ 1) \left[(E - \hat{M}0_k)^{-1} \begin{pmatrix} Z_{ck}^+ \\ -\bar{Z}_{ck}^- \end{pmatrix} \right] \right\} = \\ &= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k \frac{(1 - M0_{k22} + M0_{k21}) Z_{ck}^+ - (1 - M0_{k11} + M0_{k12}) \bar{Z}_{ck}^-}{((1 - M0_{k11})(1 - M0_{k22}) - M0_{k12} M0_{k21})} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где используется введенное в Приложении 2 обозначение матриц перехода $\hat{M}0_k = \hat{M}_{gck} \hat{M}_{mk} \hat{M}_{lfk} \hat{M}_{dk}$, от входов детекторов по цепям ОС до напряжения на резонаторе k -го канала.

В случае двух каналов с прямыми обратными связями (когда матрица M_{lf} вычисляется при $ka = kp = 1$) это выражение совпадает с полученным в [1] (см. Приложение 2).

Устойчивость системы, включающей все каналы ВЧ и пучок, определяется с помощью критерия Найквиста для этой передаточной функции.

5. Резонансная кривая

Резонансная кривая, описывающая отклик синфазных колебаний пучка на возмущение фазы суммарного напряжения на резонаторах, (см. Приложение 3, (ПЗ.3)) имеет вид

$$A(f) = \frac{\varphi_b}{d\varphi_v} = K_B \left(1 + \frac{0.5jI_b K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k=1}^2 \frac{1}{D0_k} (\hat{E} - \hat{M}01_k) \cdot \begin{pmatrix} Z_{ck}^+ \\ -\bar{Z}_{ck}^- \end{pmatrix} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где $K_B(f) = \frac{\Omega_0^2}{-(2\pi f)^2 + 2j\delta(2\pi f) + \Omega_0^2}$,

Ω_0 – частота некогерентных синхротронных колебаний, δ – декремент радиационного затухания.

Для $ka = kp = 1$ (без перекрестных ОС) это выражение совпадает с полученным в [1] для двух каналов:

$$A(f) = \frac{K_B(f)}{1 - \mathbf{K}_{2Br}(f)}.$$

6. Выходное сопротивление ВЧ системы с учетом ОС, пересчитанное к пучку

Один из подходов к устойчивости движения пучка – описание с помощью выходного сопротивления ВЧ системы. Есть выходное сопротивление системы без обратных связей. Обратные связи это сопротивление изменяют. Определим выходное сопротивление ВЧ системы, пересчитанное к пучку, с учетом ОС.

Как показано в Приложении 3, декремент фазовых колебаний пучка можно вычислить с учетом обратных связей, пересчитав выходное сопротивление ВЧ системы каждого канала (см. (ПЗ.4)):

$$\tilde{Z}_{ck}^+ = \tilde{Z}_{ct}(f_0q + f) = \frac{(1 - M0_{22}(f) + M0_{21}(f))_k}{((1 - M0_{11}(f))(1 - M0_{22}(f)) - M0_{12}(f)M0_{21}(f))_k} Z_{ck}(f). \quad (3)$$

Декремент колебаний пучка, вносимый ВЧ системой (без учета декремента синхротронного затухания), выражается через этот пересчитанный импеданс (см. (ПЗ.7)) как

$$\sigma = \frac{I_b \Omega_0}{4|U_0| \sin(\phi_s)} \operatorname{Re} \left(\sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \overline{\tilde{Z}_k^-} \right) \right), \quad (4)$$

согласно с обычной формулой для резонатора без ОС [3].

Отметим, что в [1] приведены декременты фазовых колебаний для разных фидеров, но без учета ОС, которые вносят дополнительный инкремент, уменьшая граничный ток пучка.

7. Передаточная функция от возмущений токов генераторов к возмущению амплитуды колебаний пучка

Система ВЧ, состоящая из нескольких каналов ВЧ (с обратными связями), связанных через пучок, имеет множество вариантов источников помех. Для единообразия, их все можно пересчитать к возмущениям амплитуд и фаз токов генераторов на частоте f или к возмущениям токов генераторов на частотах $\pm f$. В Приложении 3 выведена передаточная функция от возмущений токов генераторов у возмущению амплитуды синфазных продольных колебаний пучка. Эта функция (ПЗ.10) (для двух каналов) имеет 4 компоненты

Для сравнения подавления помех прямыми и перекрестными обратными связями можно использовать выражение (ПЗ.4)

$$F \max 1(f) = \max_k \left\{ \frac{|F_{k I}|}{|F_{k 0}|} \right\}, \quad F \max 2(f) = \max_k \left\{ \frac{|F_{k II}|}{|F_{k 0}|} \right\},$$

$$F \max(f) = \max_k \left\{ \frac{|F_{k II}|}{|F_{k I}|} \right\}. \quad (5)$$

Здесь прямые ОС обозначены как I , а перекрестные как II , а индекс 0 означает разомкнутые ОС АРУ и ФА. Первые два выражения показывают, во сколько раз подавляют возмущение прямые и перекрестные обратные связи по сравнению с отсутствием обратных связей, а третье выражение показывает, во сколько раз сильнее перекрестные обратные связи подавляют возмущение, чем прямые.

8. Результаты

При вычислениях и сравнении разных вариантов обратных связей использовались те же параметры звеньев, что и в [1]. Они приведены в Приложении 1. Для вычислений использовались выражения (1) - (5).

Сравним области устойчивости и степень подавления возмущений ВЧ обратными связями при использовании перекрестных ОС и без них.

На рис. 3 в переменных $a1$ (множитель ко всем нормировочным коэффициентам усиления по цепям ОС) и ток пучка I_0 светлыми точками показаны области устойчивости, при прямых ОС.

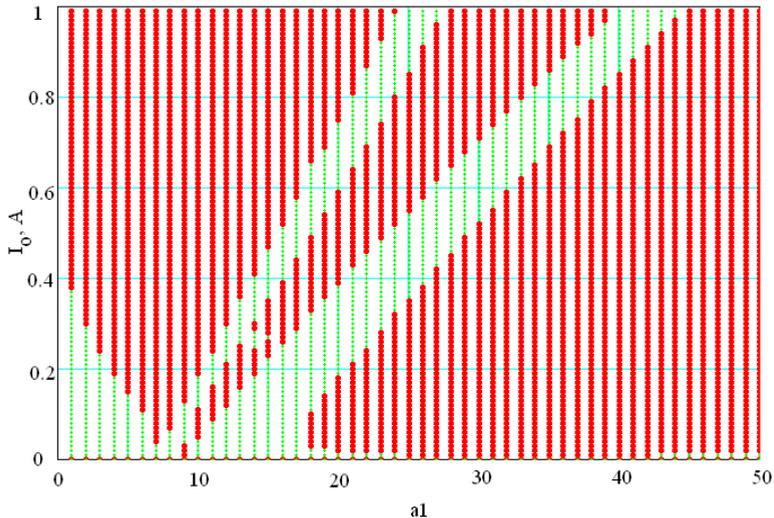


Рис. 3. Область устойчивости в переменных $a1$ (множитель ко всем коэффициентам усиления по цепям ОС) и ток пучка I_0 , без перекрестных ОС.

Рабочая точка должна быть выбрана в такой области, чтобы нестабильность коэффициента усиления и уменьшение тока пучка не приводили к неустойчивости. Такой областью на этом рисунке является левый нижний угол, ограниченный значениями $a1 \sim 7, I_0 \sim 0.4$ А.

Расчеты показывают, что при выбранных исходных значениях нормировочных коэффициентов $KA1, KA2, KF1, KF2$ граничный ток очень слабо зависит от изменения $KF1, KF2$ в широком диапазоне значений $a1$ (до $a1 \sim 250$), а в основном, зависит от изменения $KA1, KA2$.

На рис. 4 показана область устойчивости в переменных $a1$ и ток пучка, с перекрестными ОС, при одинаковых коэффициентах деления, равных 0.2. Как видно из рисунка, область устойчивости значительно расширена, для коэффициентов усиления $a1 < 33$ неустойчивость не возникает при всех токах ($I_0 < 3$ А), при которых проводились вычисления. Таким образом, нестабильность коэффициентов усиления и уменьшение тока пучка в широком диапазоне не приводят к возбуждению колебаний. Кроме того, возможно значительное увеличение рабочего тока пучка.

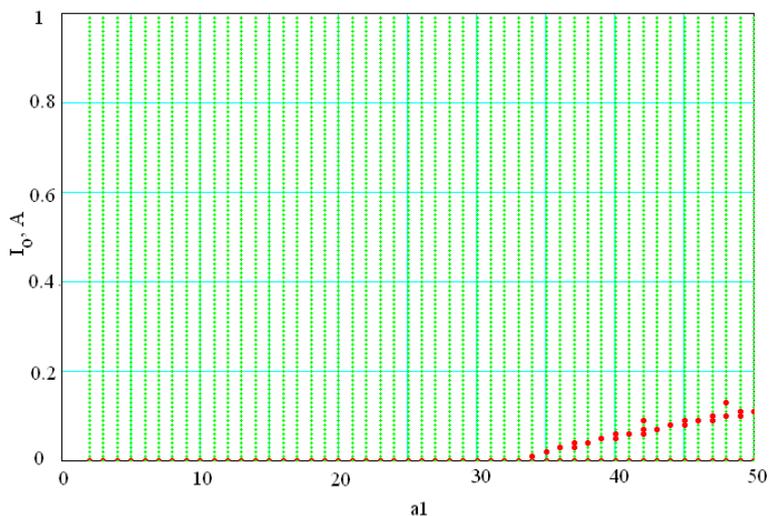


Рис. 4. Область устойчивости в переменных $a1$ (множитель ко всем коэффициентам усиления по цепям ОС) и ток пучка I_0 , с перекрестными ОС, при одинаковых коэффициентах деления = 0.2.

Другими характеристиками, определяющими выбор рабочих параметров, являются зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты, определяющая устойчивость продольных синфазных колебаний пучка на данной частоте, и резонансная кривая, описывающая отклик синфазных колебаний пучка на возмущение фазы суммарного напряжения (см. Приложение 3).

На рис. 5 показаны резонансная кривая (вверху) и зависимость от частоты разности действительных частей выходного сопротивления ВЧ системы, с учетом ОС, на боковых частотах $(R^+ - R^-)$ при токах пучка от 0 А до 0.5 А, с **прямыми** ОС ($ka1 = ka2 = kp1 = kp2 = 1$), при $\mathbf{a1} = \mathbf{1}$. Штрихами показаны графики для тока 0 А, пунктиром – для рабочего тока 0.3 А. По резонансной кривой видно, что при рабочем токе $I_0 = 0.3$ А резонансная частота колебаний около $0.5 \cdot 10^4$ Hz, это близко к границе, при которой $(R^+ - R^-)$ становится положительным и вносит инкремент в продольные колебания.

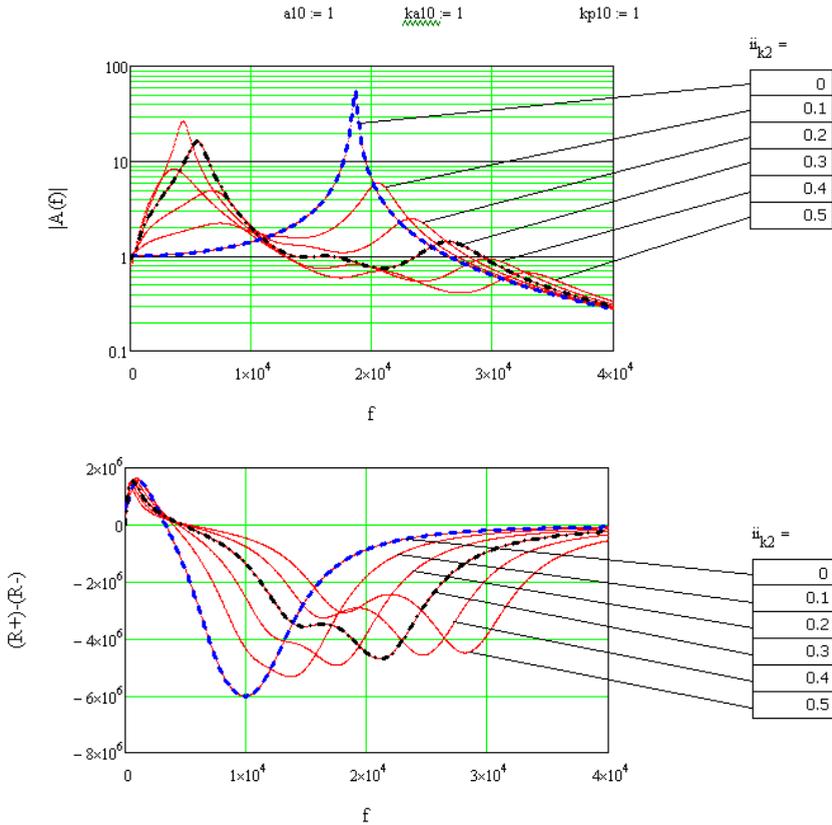


Рис. 5. Резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при токах пучка от 0 А до 0.5 А, с **прямыми** ОС ($k_{a1} = k_{a2} = k_{p1} = k_{p2} = 1$), при $\mathbf{a1} = 1$. Штрихами показаны графики для тока 0 А, пунктиром – для рабочего тока 0.3 А.

На рис. 6 показаны резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при токах пучка от 0 А до 0.5 А, с **перекрестными** ОС, при $k_{a1} = k_{a2} = 0.2$, $k_{p1} = k_{p2} = 1$, $\mathbf{a1} = 1$. Штрихами показаны графики для тока 0 А, пунктиром – для рабочего тока 0.3 А. Как видно из рисунка, резонансная кривая не имеет резонансов (острых максимумов), а $(R^+ - R^-)$ во всем диапазоне отрицательно (вносит в колебания только декремент).

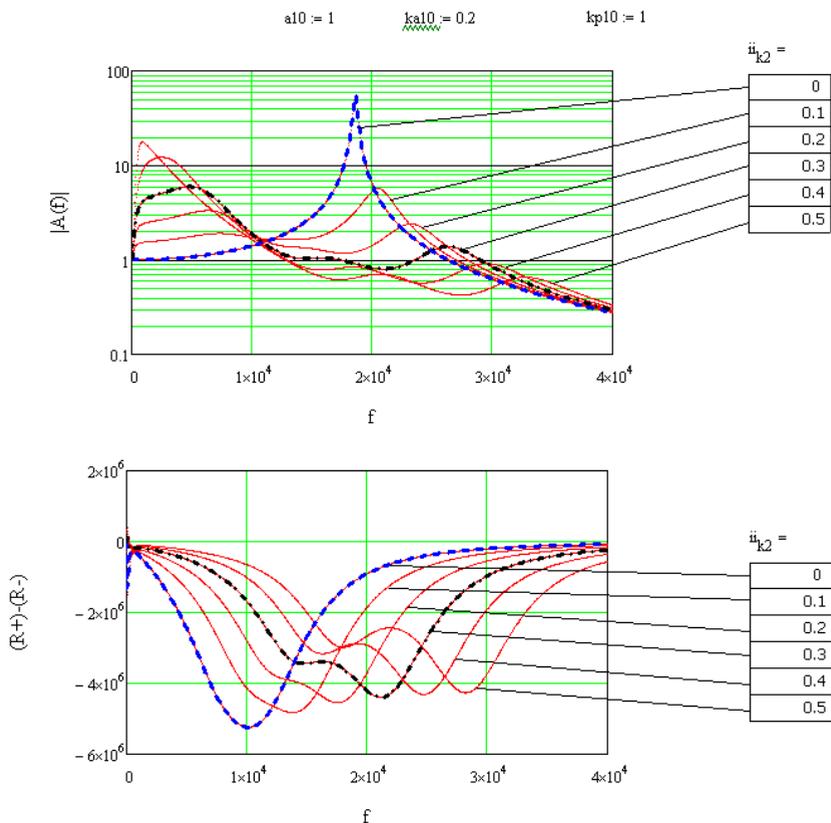


Рис. 6. Резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при токах пучка от 0 А до 0.5 А, с **перекрестными** ОС, при $k_{a1} = k_{a2} = 0.2$, $k_{p1} = k_{p2} = 1$, $a_1 = 1$. Штрихами показаны графики для тока 0А, пунктиром – для рабочего тока 0.3А.

На рис. 7,8 показаны те же зависимости, что и на рис. 6, но при увеличенных значениях $a_1 = 10$ и $a_1 = 25$. Из этих рисунков видно, что при повышении a_1 резонанс появляется (при $a_1 = 10$ на частоте $\approx 0.7 \cdot 10^4$ Hz, а при $a_1 = 25$ на частоте $\approx 0.9 \cdot 10^4$ Hz), однако на этих частотах $(R^+ - R^-)$ отрицательно и вносит в колебания декремент.

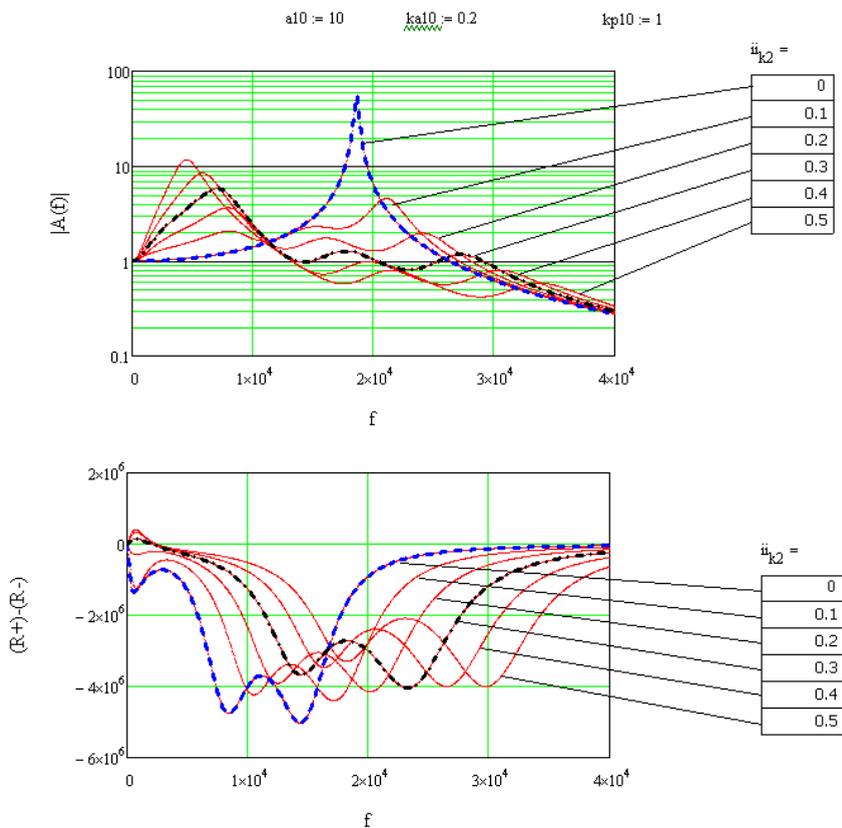


Рис. 7. Резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при токах пучка от 0 А до 0.5 А, с **перекрестными** ОС, при $k_{a1} = k_{a2} = 0.2$, $k_{p1} = k_{p2} = 1$, $a_1 = 10$. Штрихами показаны графики для тока 0 А, пунктиром – для рабочего тока 0.3 А.

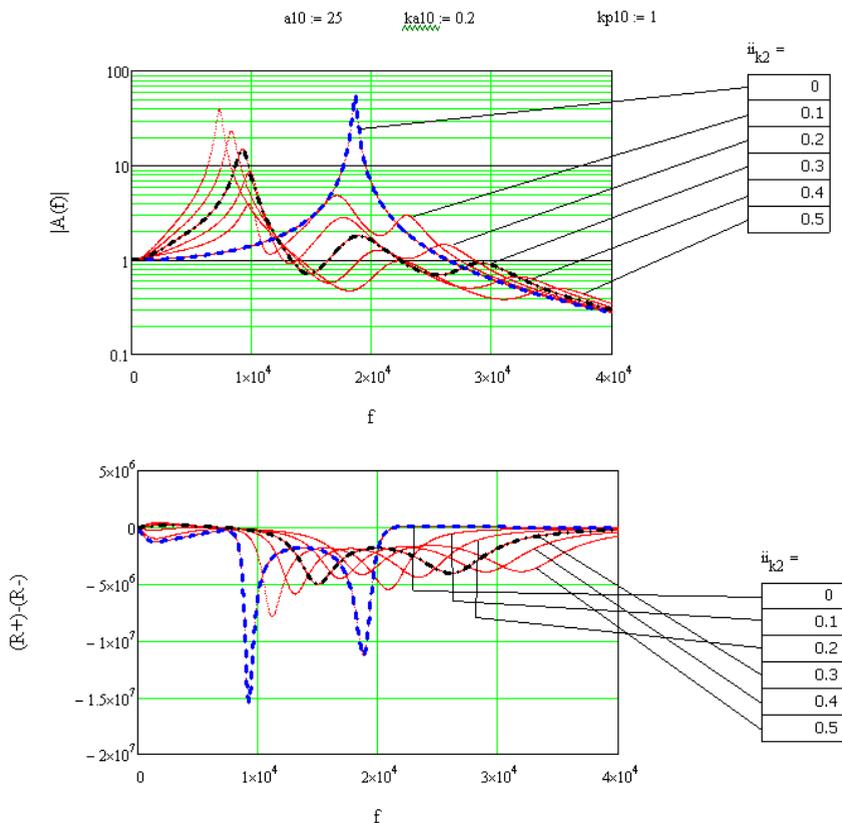


Рис. 8. Резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при токах пучка от 0 А до 0.5 А, с **перекрестными** ОС, при $k_{a1} = k_{a2} = 0.2$, $k_{p1} = k_{p2} = 1$, $a_1 = 25$. Штрихами показаны графики для тока 0 А, пунктиром – для рабочего тока 0.3 А.

На рис. 9 показаны резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при рабочем токе $I_0 = 0.3$ А, с перекрестными ОС, при коэффициентах деления $ka1 = ka2 = 0.2$, $kp1 = kp2 = 1$, при значениях $a1 = 1, 5, 10, 15, 20, 25$. Штрихами показаны графики для $a1 = 1$, пунктиром – для $a1 = 25$. На этом рисунке видно, как резонансная частота при увеличении $a1$ смещается в сторону увеличения (до $1.5 \cdot 10^4$ Hz), а область частот, в которой $(R^+ - R^-)$ вносит инкремент, остается значительно ниже ($< 0.3 \cdot 10^4$ Hz).

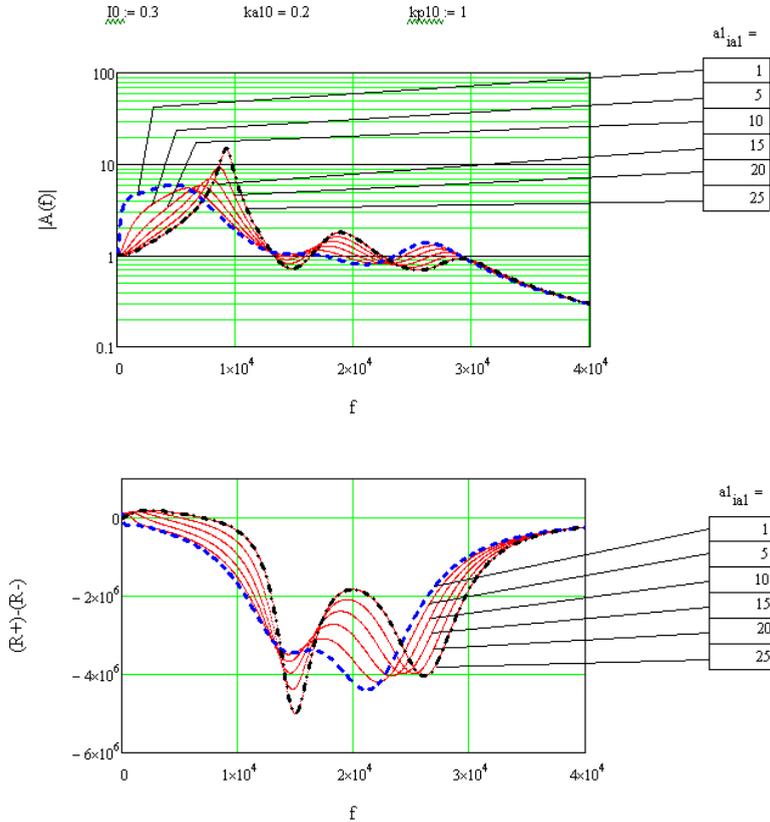


Рис. 9. Резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при рабочем токе пучка 0.3 А, с перекрестными ОС, при $ka1 = ka2 = 0.2$, $kp1 = kp2 = 1$, $a1 = 1, 5, 10, 15, 20, 25$. Штрихами показаны графики для $a1 = 1$, пунктиром – для $a1 = 25$.

На рис. 10 показаны те же зависимости, что и на рис. 9, **при всех одинаковых** коэффициентах деления $ka1 = ka2 = kp1 = kp2 = 0.2$, при значениях $a1 = 1, 5, 10, 15, 20, 25$. Штрихами показаны графики для $a1 = 1$, пунктиром – для $a1 = 25$. Сравнив рис. 9 и 10, видим, что отличие графиков с коэффициентами деления $kp1,2 = 1$ и $kp1,2 = 0.2$ проявляется, в основном, при больших значениях $a1$.

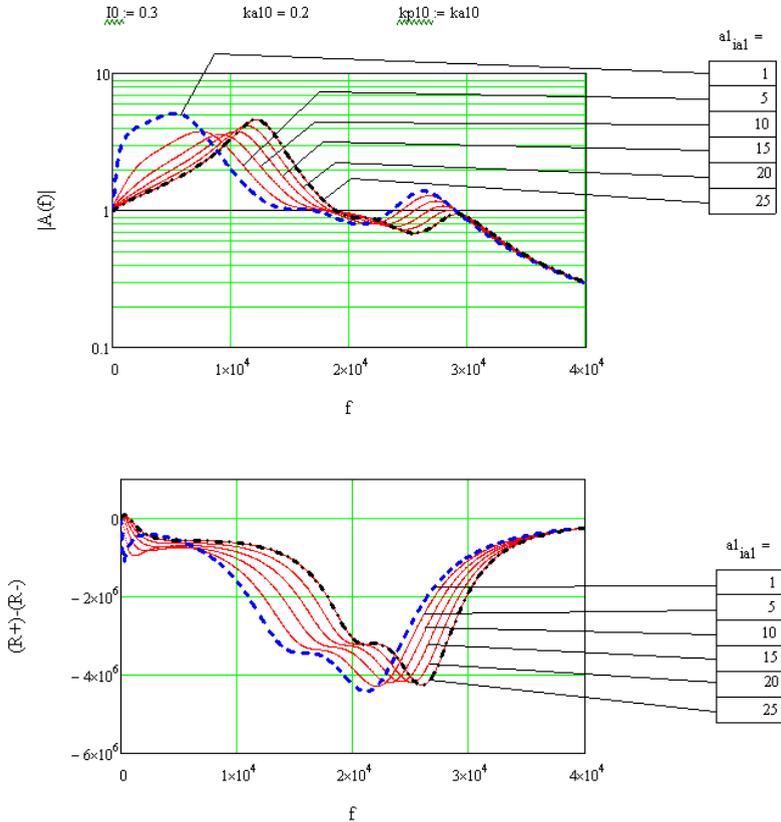


Рис. 10. Резонансная кривая (вверху) и зависимость $(R^+ - R^-)$ от частоты при рабочем токе пучка 0.3 А, с перекрестными ОС, при $ka1 = ka2 = kp1 = kp2 = 0.2$, $a1 = 1, 5, 10, 15, 20, 25$. Штрихами показаны графики для $a1 = 1$, пунктиром – для $a1 = 25$.

Выводы

В настоящем препринте исследована ВЧ система с перекрестными обратными связями, позволяющими перераспределять сигнал от фазового и амплитудного детектора между фазовым и амплитудным модуляторами. Расчеты показали, что эти перекрестные обратные связи позволяют расширить область устойчивости и значительно повысить граничные токи. Кроме того, снижаются требования на стабильность коэффициентов усиления по цепям обратной связи.

Передаточные функции элементов цепей ОС существенно образом влияют на устойчивость всей системы. Для анализа устойчивости реальной системы следует провести измерения этих передаточных функций, в рабочем режиме, и уже для них подбирать оптимальные значения коэффициентов деления и нормировочных коэффициентов усиления.

Коэффициенты усиления звеньев цепей ОС

При расчетах надо знать значения коэффициентов передачи $k_x(f)$ звеньев ВЧ каналов на несущей частоте f_0 и на верхней и нижней боковых частотах $f_0 \pm f$, звеньев НЧ цепей ОС на частоте модуляции f , а также значения коэффициентов передачи между ВЧ и НЧ цепями (для звеньев AD , PD , AM и PM).

Приведем коэффициенты передачи звеньев, из которых состоят цепи обратных связей на рис. 1. Ниже везде U_0 – к.а. ВЧ напряжения на несущей частоте, U^{\pm} – к.а. ВЧ напряжений на верхней и нижней боковых частотах, U_a и U_{φ} – к.а. в НЧ цепях АРУ и ФА соответственно. Обозначим коэффициент передачи звена x как $K_x(f)$. Для ряда звеньев $K_x(f)$ можно представить в виде произведения нормированного коэффициента передачи $k_x(f)$ на нормировочный коэффициент:

$$K_x(f) = K_{x0} \cdot k_x(f).$$

На рис. 1 произведение всех нормировочных коэффициентов для прямой цепи АРУ k -го канала обозначено как KA_k , а для цепи ФА – KF_k . При расчетах как в [1], так и в настоящем препринте использовались значения

$$KA_1 = 6, KA_2 = 3.3, KF_{1,2} = 0.1. \tag{П1.1}$$

Очевидно, распределение значений сомножителей в KA_k , KF_k не имеет значения, важны только произведения.

1. Нормированные коэффициенты передачи ряда звеньев имеют вид (x – название звена):

$$k_x(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_x}. \tag{П1.2}$$

В виде (П1.1) записываются как коэффициенты передачи НЧ звеньев на частоте f , так и ВЧ звеньев, для которых $k_{xRF}(f_0 \pm f) = k_x(\pm f)$. Эти коэффициенты нормированы на значения коэффициентов передачи на нулевой частоте модуляции. Значения постоянных τ_x , при которых проводились расчеты, для звеньев с коэффициентами передачи (15) приведены в таб. 2.

Таблица 2.

Звено x	τ_x
$AD_1, AD_2, PD_1, PD_2, DCA$	$\tau_{ad,pd,dca} = 1.6 \cdot 10^{-6} s$
CC	$\tau_{cc} = 0.1 s$
AM, PM	$\tau_{am,pm} = 0.08 \cdot 10^{-6} s$
$PA, k1, k2$	$\tau_{pa,k1,k2} = 0.016 \cdot 10^{-6} s$

При этом боковые гармоники напряжения в высокочастотных частях цепи U^\pm связаны с комплексными амплитудами напряжений в низкочастотных частях U_a и U_φ следующим образом:

а) U^\pm на входе AD связаны с U_a на его выходе как

$$U_a = K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}| \cdot \left(U^+ / U_0 + \overline{(U^- / U_0)} \right), \quad (\text{П1.3})$$

б) U_a на входе AM связано с U^\pm на его выходе как

$$\begin{aligned} U^+ &= K_{am}(f) \cdot U_0 \cdot 0.5 \cdot U_{am} / |U_{a0}|, \\ U^- &= K_{am}(f) \cdot U_0 \cdot 0.5 \cdot \overline{U_{am}} / |U_{a0}|, \end{aligned} \quad (\text{П1.4})$$

в) U^\pm на входе PD связаны с U_φ на его выходе как

$$U_\varphi = K_{pd}(f) \cdot |U_{\varphi 0}| \cdot j \left(U^+ / U_0 - \overline{(U^- / U_0)} \right), \quad (\text{П1.5})$$

г) U_φ на входе PM связано с U^\pm на его выходе как

$$\begin{aligned} U^+ &= -0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{pm}(f) U_{pm} / |U_{\varphi 0}|, \\ U^- &= -0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{pm}(f) \overline{U_{pm}} / |U_{\varphi 0}|. \end{aligned} \quad (\text{П1.6})$$

После прохождения амплитудного модулятора эти гармоники умножаются на $K_{am}(f)$:

$$\begin{aligned} U^+ &= -0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{am}(f) K_{pm}(f) U_{pm} / |U_{\varphi 0}|, \\ U^- &= -0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{am}(-f) K_{pm}(-f) \overline{U_{pm}} / |U_{\varphi 0}|. \end{aligned} \quad (\text{П1.7})$$

Если замкнуты обе цепи ОС (АРУ и ФА), то на выходе АМ боковые гармоники г) и б) суммируются:

$$\begin{aligned} U^+ &= K_{am}(f) \cdot U_0 \cdot 0.5 \cdot U_{am} / |U_{a0}| - 0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{am}(f) K_{pm}(f) U_{pm} / |U_{\varphi 0}|, \\ U^- &= K_{am}(f) \cdot U_0 \cdot 0.5 \cdot \overline{U_{am}} / |U_{a0}| - 0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{am}(-f) K_{pm}(-f) \overline{U_{pm}} / |U_{\varphi 0}|. \end{aligned} \quad (\text{П1.8})$$

2. Коэффициенты усиления звеньев $LFA_1, LFA_2, LFP_1, LFP_2$:

$$K_{lfa,lfp}(f) = K_{dca}(f) K_{cc}(f). \quad (\text{П1.9})$$

В [1] U_{ad} на выходе амплитудного детектора, U_{am} на входе амплитудного модулятора, U_{pd} на выходе фазового детектора, U_{pm} на входе фазового модулятора были связаны как

$$U_{am} = U_{ad} \cdot K_{lfa}(f),$$

$$U_{pm} = U_{pd} \cdot K_{lfp}(f).$$

С добавлением перекрестных звеньев эта связь усложняется:

$$\begin{aligned} U_{am} &= (U_{ad} \cdot ka \pm U_{pd} \cdot (1 - kp)) \cdot K_{lfa}(f) = (U_{ad} \cdot ka + U_{pd} \cdot (1 - kp) \cdot ksa) \cdot K_{lfa}(f), \\ U_{pm} &= (U_{pd} \cdot kp \pm U_{ad} \cdot (1 - ka)) \cdot K_{lfp}(f) = (U_{pd} \cdot kp + U_{ad} \cdot (1 - ka) \cdot ksp) \cdot K_{lfp}(f), \\ \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} K_{lfa}(f) & 0 \\ 0 & K_{lfp}(f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ka & (1 - kp) \cdot ksa \\ (1 - ka) \cdot ksp & kp \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{П1.10})$$

3. Коэффициент усиления звеньев G_{11}, G_{12}

$$K_{g1k}(f) = K_{pa}(f)K_{k1}(f)K_{k2}(f), \quad k = 1, 2. \quad (\text{П1.11})$$

4. Выходные каскады генераторов (G_1, G_2), фидеры (F_1, F_2) и резонаторы (C_1, C_2') описываются матрицами перехода:

$$\begin{pmatrix} U \\ I \end{pmatrix}_{in} = \hat{A} \begin{pmatrix} U \\ I \end{pmatrix}_{out}.$$

Матрицы перехода \hat{A} звеньев G_1, G_2

$$\hat{A}_{gk}(f) \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{r_{gk}} \left(1 + j2Q_{gk} \frac{(\Delta f_{gk} + f)}{f_0} \right) & 1 \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, \quad (\text{П1.12})$$

где $\Delta f_{gk} = f_0 - f_{gk}$ – расстройка генератора; r_{gk} – шунтовые сопротивления генераторов.

Матрицы перехода звеньев F_1, F_2 (фидеры):

$$\hat{A}_{fk}(f) = \begin{pmatrix} \cos(\arg_k(f)) & j\rho_{fk} \sin(\arg_k(f)) \\ \frac{j}{\rho_{fk}} \sin(\arg_k(f)) & \cos(\arg_k(f)) \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2 \quad (\text{П1.13})$$

где $\arg_k(f) = 2\pi \frac{l_{fk} f_0}{c} (1 + f/f_0)$, l_{fk} – длина фидера, ρ_{fk} – волновое сопротивление фидера.

Матрицы перехода звеньев C_1, C_2' (резонаторы):

$$\hat{A}_{ck}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_{shk}} \left(1 + j2Q_k \frac{(\Delta f_{ck} + f)}{f_0} \right) & 1 \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, \quad (\text{П1.14})$$

где $\Delta f_{ck} = f_0 - f_{ck}$ – расстройка k -го резонатора.

Матрица перехода звена цепи ОС, состоящего из выходного резонатора третьего каскада генератора, фидера и ускоряющего резонатора (звенья G_1, F_1, C_1 и G_2, F_2, C_2'), равна $\hat{A}(f)^{-1}$, где

$$\hat{A}_k(f) = (\hat{A}_g(f) \cdot \hat{A}_f(f) \cdot \hat{A}_c(f))_k. \quad (\text{П1.15})$$

Коэффициент передачи от третьего каскада генератора через фидер к резонатору равен

$$K_{gc}(f) = 1 / (\hat{A}_k(f))_{2,1}, \quad k = 1, 2 \text{ – номер канала.} \quad (\text{П1.16})$$

Эта же матрица определяет сопротивление резонатор – генератор для пучка:

$$Z_k(f) = \frac{(\hat{A}_k(f))_{2,2}}{(\hat{A}_k(f))_{2,1}}. \quad (\text{П1.17})$$

Произведение всех нормировочных коэффициентов звеньев, указанных в Таб. 2, для цепи АРУ в первом и во втором канале – KA_1 и KA_2 , а для цепи ФА – KF_1 и KF_2 . Расчеты проводились при $KA_1=6$, $KA_2=3.3$, $KF_1=KF_2=0.1$.

5. Коэффициенты передачи между индексом фазовой модуляции тока пучка и индексом фазовой модуляции ортогональной составляющей ускоряющего напряжения.

$$\varphi_v = \frac{U^+ + \bar{U}^-}{|U_0| \sin \phi_s} = \frac{j(U^+ + \bar{U}^-)}{j \operatorname{Im}(U_0)} \quad (\text{П1.18})$$

– это индекс фазовой модуляции ортогональной составляющей ускоряющего напряжения.

Передаточная функция от φ_v к φ_b на частоте $f = \Omega / (2\pi)$

$$K_B(f) = \frac{\varphi_b}{\varphi_v} = \frac{\Omega_0^2}{-(2\pi f)^2 + 2j\delta(2\pi f) + \Omega_0^2}, \quad (\text{П1.19})$$

а передаточная функция от φ_b к φ_v

$$K_U = \frac{\varphi_v}{\varphi_b} = \frac{-jI_b}{2|U_0| \sin \phi_s} (Z_c^+ - \bar{Z}_c^-). \quad (\text{П1.20})$$

Здесь I_b – гармоника тока пучка, $I_{q0} = -I_b$ – гармоника наведенного тока резонатора.

Система уравнений со всеми ОС для всех каналов

1. Система уравнений со всеми ОС для одного канала

Предположим, на входы AM и PM подаются возмущения напряжения с амплитудами U_{am} и U_{pm} . При разомкнутых обратных связях амплитуды боковых гармоник на выходе AM U^+ связаны с амплитудами напряжения на входе AM и PM следующим образом:

$$\begin{aligned}
 U^+ &= \frac{-0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{am}(f) K_{\varphi m}(f) U_{pm}}{|U_{\varphi 0}| + K_{am}(f) \cdot U_0 \cdot 0.5 \cdot U_{am} / |U_{a0}|}, \\
 U^- &= \frac{-0.5 \cdot j \cdot U_0 K_{am}(-f) K_{\varphi m}(-f) \bar{U}_{pm}}{|U_{\varphi 0}| + K_{am}(-f) \cdot U_0 \cdot 0.5 \cdot \bar{U}_{am} / |U_{a0}|}, \\
 \bar{U}^- &= \frac{0.5 \cdot j \cdot \bar{U}_0 K_{am}(f) K_{\varphi m}(f) U_{pm}}{|U_{\varphi 0}| + K_{am}(f) \cdot \bar{U}_0 \cdot 0.5 \cdot U_{am} / |U_{a0}|}, \\
 \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out} &= 0.5 K_{am}(f) \begin{pmatrix} U_0 / |U_{a0}| & -j \cdot K_{pm}(f) U_0 / |U_{\varphi 0}| \\ \bar{U}_0 / |U_{a0}| & j \cdot K_{pm}(f) \bar{U}_0 / |U_{\varphi 0}| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}. \quad (П2.1)
 \end{aligned}$$

Далее, на выходе резонатора амплитуды боковых гармоник умножаются на $K_{g1}(f) K_{gc}(f)$ ($K_{gc}(f) \neq \bar{K}_{gc}(-f)$, $K_{g1}(f) = \bar{K}_{g1}(-f)$):

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out} &= K_{g1}(f) \begin{pmatrix} K_{gc}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gc}(-f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out}, \\
 \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out} &= 0.5 K_{am}(f) K_{g1}(f) \begin{pmatrix} K_{gc}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gc}(-f) \end{pmatrix} \\
 &\quad \times \begin{pmatrix} U_0 / |U_{a0}| & -j \cdot K_{pm}(f) U_0 / |U_{\varphi 0}| \\ \bar{U}_0 / |U_{a0}| & j \cdot K_{pm}(f) \bar{U}_0 / |U_{\varphi 0}| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}. \quad (П2.2)
 \end{aligned}$$

Здесь не учитывается обратная связь через пучок.

U^\pm на входе AD и PD (то есть на выходе резонатора) связаны с U_{ad} и U_{pd} на их выходах как

$$\begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}| / U_0 & K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}| / \bar{U}_0 \\ j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}| / U_0 & -j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}| / \bar{U}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out}. \quad (П2.3)$$

Совместно, (П2.1) - (П2.3) образуют систему с разомкнутыми всеми ОС:

$$\begin{cases}
\begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}_{out} = \begin{pmatrix} K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}|/U_0 & K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}|/\bar{U}_0 \\ j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}|/U_0 & -j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}|/\bar{U}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out}, \\
\begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out} = K_{g1}(f) \begin{pmatrix} K_{gc}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gc}(-f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out}, \\
\begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out} = 0.5K_{am}(f) \begin{pmatrix} U_0/|U_{a0}| & -j \cdot K_{pm}(f)U_0/|U_{\varphi 0}| \\ \bar{U}_0/|U_{a0}| & j \cdot K_{pm}(f)\bar{U}_0/|U_{\varphi 0}| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in}.
\end{cases} \quad (П2.4)$$

Если обратные связи по амплитуде и фазе замкнуты, то в системе (П2.4) амплитуды возмущений на входах в модуляторы следует заменить на суммы этих амплитуд с амплитудами напряжений, пришедших по цепям ОС $(U_{am})_{in\ oc}$, $(U_{pm})_{in\ oc}$:

$$\begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in} \rightarrow \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in} + \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in\ oc}, \\
\begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in\ oc} = \begin{pmatrix} K_{lfa}(f) & 0 \\ 0 & K_{lfp}(f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ka & (1-kp) \cdot ksa \\ (1-ka) \cdot ksp & kp \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}_{out}.$$

При учете ОС через пучок в системе (П2.4) амплитуды боковых гармоник напряжения на выходе резонатора следует заменить на суммы этих амплитуд с амплитудами боковых гармоник напряжения, наведенного пучком:

$$\begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out} = K_{g1}(f) \begin{pmatrix} K_{gc}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gc}(-f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out} + \begin{pmatrix} U_b^+ \\ \bar{U}_b^- \end{pmatrix},$$

$$\text{где } \begin{pmatrix} U_b^+ \\ \bar{U}_b^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_c(f_0 + f) & 0 \\ 0 & \bar{Z}_c(f_0 - f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta I^+ \\ \Delta I^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_c^+ & 0 \\ 0 & \bar{Z}_c^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{jI_b}{2} \Phi_b =$$

$$= \begin{pmatrix} Z_c^+ & 0 \\ 0 & \bar{Z}_c^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{jI_b}{2} K_B(f) \Phi_v,$$

$$K_B(f) = \frac{\Phi_b}{\Phi_v} = \frac{\Omega_0^2}{-(2\pi f)^2 + 2j\delta(2\pi f) + \Omega_0^2},$$

$$\Phi_v = \frac{U^+ + \bar{U}^-}{|U_0| \sin \phi_s} = \frac{1}{|U_0| \sin \phi_s} (1 \quad 1) \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out},$$

$$\begin{pmatrix} U_b^+ \\ \bar{U}_b^- \end{pmatrix} = \frac{jI_b K_B(f)}{2|U_0| \sin \phi_s} \begin{pmatrix} -Z_c^+ & -Z_c^+ \\ \bar{Z}_c^- & \bar{Z}_c^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out}.$$

Введя коэффициенты K_1, K_2, K_3 , принимающие значение 1 или 0, когда соответствующие ключи K_1, K_2, K_3 в цепях обратных связей (см. рис.1) замкнуты или разомкнуты, можно записать систему уравнений в общем виде, с учетом всех ОС:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}_{out} &= \begin{pmatrix} K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}|/U_0 & K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}|/\bar{U}_0 \\ j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}|/U_0 & -j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}|/\bar{U}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out}, \\
 \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out} &= K_{g1}(f) \begin{pmatrix} K_{gc}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gc}(-f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out} + K_3 \cdot \begin{pmatrix} U_b^+ \\ \bar{U}_b^- \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} U_b^+ \\ \bar{U}_b^- \end{pmatrix} &= \frac{jI_b K_B(f)}{2|U_0| \sin \phi_s} \begin{pmatrix} -Z_c^+ & -Z_c^+ \\ \bar{Z}_c^- & \bar{Z}_c^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out}, \\
 \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out} &= 0.5 K_{am}(f) \begin{pmatrix} U_0/|U_{a0}| & -j \cdot K_{pm}(f) U_0/|U_{\varphi 0}| \\ \bar{U}_0/|U_{a0}| & j \cdot K_{pm}(f) \bar{U}_0/|U_{\varphi 0}| \end{pmatrix} \times \\
 &\times \left(\begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in} + \begin{pmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in\ oc} \right), \\
 \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in\ oc} &= \begin{pmatrix} ka \cdot K_{lfa}(f) & (1-kp) \cdot ksa \cdot K_{lfa}(f) \\ (1-ka) \cdot ksp \cdot K_{lfp}(f) & kp \cdot K_{lfp}(f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}_{out}.
 \end{aligned} \right. \quad (П2.5)$$

Для краткости записи введем векторные обозначения для амплитуд напряжений:

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_{d\ out} &= \begin{pmatrix} U_{ad} \\ U_{pd} \end{pmatrix}_{out}, \quad \bar{U}_{m\ in} = \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in}, \quad \bar{U}_{m\ in\ oc} = \begin{pmatrix} U_{am} \\ U_{pm} \end{pmatrix}_{in\ oc}, \quad \bar{U}_{m\ out} = \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{am\ out}, \\
 \bar{U}_{rfc\ out} &= \begin{pmatrix} U^+ \\ \bar{U}^- \end{pmatrix}_{rfc\ out}, \quad \bar{U}_b = \begin{pmatrix} U_b^+ \\ \bar{U}_b^- \end{pmatrix},
 \end{aligned} \quad (П2.6)$$

и матрицы преобразований этих векторов:

$$\begin{aligned}
 \hat{M}_d &= \begin{pmatrix} K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}|/U_0 & K_{ad}(f) \cdot |U_{a0}|/\bar{U}_0 \\ j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}|/U_0 & -j \cdot K_{\varphi d}(f) \cdot |U_{\varphi 0}|/\bar{U}_0 \end{pmatrix}, \\
 \hat{M}_{gc} &= K_{g1}(f) \begin{pmatrix} K_{gc}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gc}(-f) \end{pmatrix}, \\
 \hat{M}_B &= \frac{jI_b K_B(f)}{2|U_0| \sin \phi_s} \begin{pmatrix} -Z_c^+ & -Z_c^+ \\ \bar{Z}_c^- & \bar{Z}_c^- \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$

$$\hat{M}_m = 0.5K_{am}(f) \begin{pmatrix} U_0 / |U_{a0}| & -j \cdot K_{pm}(f) U_0 / |U_{\varphi 0}| \\ \bar{U}_0 / |U_{a0}| & j \cdot K_{pm}(f) \bar{U}_0 / |U_{\varphi 0}| \end{pmatrix},$$

$$\hat{M}_{lf} = \begin{pmatrix} ka \cdot K_{lfa}(f) & (1 - kp) \cdot ksa \cdot K_{lfa}(f) \\ (1 - ka) \cdot ksp \cdot K_{lfp}(f) & kp \cdot K_{lfp}(f) \end{pmatrix}. \quad (\text{П}2.7)$$

С учетом обозначений (П2.6) и (П2.7) система (П2.5) имеет вид:

$$\begin{cases} \bar{U}_{d out} = \hat{M}_d \bar{U}_{rfc out}, \\ \bar{U}_{rfc out} = \hat{M}_{gc} \bar{U}_{m out} + K3 \cdot \bar{U}_b, \\ \bar{U}_{m out} = \hat{M}_m \left(\bar{U}_{m in} + \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix} \bar{U}_{m in oc} \right), \\ \bar{U}_{m in oc} = \hat{M}_{lf} \bar{U}_{d out}, \\ \bar{U}_b = \hat{M}_B \bar{U}_{rfc out}. \end{cases} \quad (\text{П}2.8)$$

Отсюда можно получить матричную передаточную функцию от возмущения $\bar{U}_{m in}$, поданного на модуляторы, к возмущению $\bar{U}_{d out}$, зарегистрированному детекторами. В приведенных ниже выражениях эта матричная передаточная функция выделена квадратными скобками:

$$\bar{U}_{d out} = \left[\left((\hat{E} - K3 \cdot \hat{M}_B) \hat{M}_d^{-1} - \hat{M}_{gc} \hat{M}_m \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix} \hat{M}_{lf} \right)^{-1} \hat{M}_{gc} \hat{M}_m \right] \bar{U}_{m in}. \quad (\text{П}2.9)$$

Отсюда, если все ОС разомкнуты ($K1, K2, K3=0$), то

$$\bar{U}_{d out} = [\hat{M}_d \hat{M}_{gc} \hat{M}_m] \bar{U}_{m in},$$

а если все ОС замкнуты ($K1, K2, K3=1$), то:

$$\bar{U}_{d out} = \left[\left(\hat{E} - \hat{M}_d (\hat{E} - \hat{M}_B)^{-1} \hat{M}_{gc} \hat{M}_m \hat{M}_{lf} \right)^{-1} \hat{M}_d (\hat{E} - \hat{M}_B)^{-1} \hat{M}_{gc} \hat{M}_m \right] \bar{U}_{m in}$$

или

$$\bar{U}_{d out} = \left[\left((\hat{E} - \hat{M}_B) \hat{M}_d^{-1} - \hat{M}_{gc} \hat{M}_m \hat{M}_{lf} \right)^{-1} \hat{M}_{gc} \hat{M}_m \right] \bar{U}_{m in}.$$

2. Система уравнений со всеми ОС для всех каналов, с учетом связи через пучок

Если ВЧ система состоит из нескольких каналов, то, при отсутствии связи через пучок ($K3=0$) система уравнений (П2.8) записывается для каждого канала независимо друг от друга:

$$\begin{cases} \bar{U}_{d\ out\ k} = \hat{M}_{dk} \bar{U}_{rfc\ out\ k}, \\ \bar{U}_{rfc\ out\ k} = \hat{M}_{gck} \bar{U}_{m\ out\ k}, \\ \bar{U}_{m\ out\ k} = \hat{M}_{mk} \left(\bar{U}_{m\ in\ k} + \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix}_k \bar{U}_{m\ in\ oc\ k} \right), \\ \bar{U}_{m\ in\ oc\ k} = \hat{M}_{lfk} \bar{U}_{d\ out\ k}, \end{cases} \quad (\text{П2.10})$$

$k = 1, \dots, k_0$ – номер канала.

Здесь опущено последнее уравнение, определяющее напряжение на резонаторе, наведенное пучком. Матрицы вычисляются для каждого канала:

$$\begin{aligned} \hat{M}_{dk} &= \begin{pmatrix} K_{adk}(f) \cdot |U_{a0k}| / U_{0k} & K_{adk}(f) \cdot |U_{a0k}| / \bar{U}_{0k} \\ j \cdot K_{\varphi dk}(f) \cdot |U_{\varphi 0k}| / U_{0k} & -j \cdot K_{\varphi dk}(f) \cdot |U_{\varphi 0k}| / \bar{U}_{0k} \end{pmatrix}, \\ \hat{M}_{gck} &= K_{g1k}(f) \begin{pmatrix} K_{gck}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gck}(-f) \end{pmatrix}, \\ \hat{M}_{mk} &= 0.5 K_{amk}(f) \begin{pmatrix} U_{0k} / |U_{a0k}| & -j \cdot K_{pmk}(f) U_{0k} / |U_{\varphi 0k}| \\ \bar{U}_{0k} / |U_{a0k}| & j \cdot K_{pmk}(f) \bar{U}_{0k} / |U_{\varphi 0k}| \end{pmatrix}, \\ \hat{M}_{lfk} &= \begin{pmatrix} ka_k \cdot K_{lfa_k}(f) & (1 - kp_k) \cdot ksa_k \cdot K_{lfa_k}(f) \\ (1 - ka_k) \cdot ksp_k \cdot K_{lfp_k}(f) & kp_k \cdot K_{lfp_k}(f) \end{pmatrix}, \\ M_{0k}(f) &= \begin{pmatrix} K_{gck}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gck}(-f) \end{pmatrix} K_{g1k}(f) \hat{M}_{mk}(f) \hat{M}_{lfk}(f) \hat{M}_{dk}(f). \end{aligned} \quad (\text{П2.11})$$

Здесь $U_{0k} = |U_{0k}| e^{j\phi_{sk}}$ – комплексная амплитуда напряжения на резонаторе k -го канала. Суммарное напряжение записывается как

$$U_0 = |U_0| e^{j\phi_s} = \sum_k U_{0k} = \sum_k |U_{0k}| e^{j\phi_{sk}}.$$

Если существует связь через пучок, то системы уравнений для всех каналов оказываются связанными:

$$\left. \begin{aligned}
\bar{U}_{d\ out\ k} &= \hat{M}_{dk} \bar{U}_{rfc\ out\ k}, \\
\bar{U}_{rfc\ out\ k} &= \hat{M}_{gck} \bar{U}_{m\ out\ k} + K3 \cdot \bar{U}_{bk}, \\
\bar{U}_{m\ out\ k} &= \hat{M}_{mk} \left(\bar{U}_{m\ in\ k} + \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix}_k \bar{U}_{m\ in\ oc\ k} \right), \\
\bar{U}_{m\ in\ oc\ k} &= \hat{M}_{lfk} \bar{U}_{d\ out\ k}, \\
\bar{U}_{bk} &= \hat{M}_{Bk} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}.
\end{aligned} \right\} k=1, \dots, k_0, \quad (\text{П2.12})$$

$$\hat{M}_{Bk} = \frac{jI_b K_B(f)}{2|U_0| \sin \phi_s} \begin{pmatrix} -Z_{ck}^+ & -Z_{ck}^+ \\ \bar{Z}_{ck}^- & \bar{Z}_{ck}^- \end{pmatrix}.$$

В некоторых случаях удобно использовать переменные Φ_b, Φ_v , определенные в Приложении 1:

$$\left. \begin{aligned}
\bar{U}_{d\ out\ k} &= \hat{M}_{dk} \bar{U}_{rfc\ out\ k}, \quad k=1, \dots, k_0, \\
\bar{U}_{rfc\ out\ k} &= \hat{M}_{gck} \bar{U}_{m\ out\ k} + K3 \cdot \bar{U}_{bk}, \\
\bar{U}_{bk} &= \hat{M}_{Bk} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\
\bar{U}_{m\ out\ k} &= \hat{M}_{mk} \left(\bar{U}_{m\ in\ k} + \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix}_k \bar{U}_{m\ in\ oc\ k} \right), \\
\bar{U}_{m\ in\ oc\ k} &= \hat{M}_{lfk} \bar{U}_{d\ out\ k}, \\
\Phi_v &= \frac{1}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 \ 1) \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\
\Phi_{b\ out} &= K_B \Phi_v, \\
\bar{U}_{bk} &= -0.5 j I_b \begin{pmatrix} Z_{ck}^+ \\ -\bar{Z}_{ck}^- \end{pmatrix} \Phi_{b\ in}.
\end{aligned} \right\} (\text{П2.13})$$

Из этой системы можно получить передаточную функцию от $\Phi_{b\ in}$ к $\Phi_{b\ out}$, при всех замкнутых цепях обратных связей ($K1, K2, K3=1, \bar{U}_{m\ in\ k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$):

$$\begin{aligned}
K_{2Br} = \Phi_{b\ out} / \Phi_{b\ in} &= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k (1 \ 1) \left[(E - \hat{M} 0_k) \right]^{-1} \begin{pmatrix} Z_{ck}^+ \\ -\bar{Z}_{ck}^- \end{pmatrix} \right\} = \\
&= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k \frac{(1 - M 0_{k22} + M 0_{k21}) Z_{ck}^+ - (1 - M 0_{k11} + M 0_{k12}) \bar{Z}_{ck}^-}{((1 - M 0_{k11})(1 - M 0_{k22}) - M 0_{k12} M 0_{k21})} \right\} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k (1 \ 1) \frac{1}{D0_k} (\hat{E} - \hat{M}01_k) \begin{pmatrix} Z_{c k}^+ \\ -\bar{Z}_{c k}^- \end{pmatrix} \right\}, \quad (\text{П2.14})$$

где введено обозначение

$$\hat{M}0_k = \hat{M}_{g c k} \hat{M}_{m k} \hat{M}_{l f k} \hat{M}_{d k} = \begin{pmatrix} M0_{k11} & M0_{k12} \\ M0_{k21} & M0_{k22} \end{pmatrix}, \quad (\text{П2.15})$$

при этом

$$\begin{aligned} \left[(\hat{E} - \hat{M}0_k) \right]^{-1} &= \frac{1}{D0_k} (\hat{E} - \hat{M}01_k), \\ D0_k &= |\hat{E} - \hat{M}0_k| = (1 - M0_{k11})(1 - M0_{k22}) - M0_{k12} M0_{k21}, \\ \hat{M}01_k &= \begin{pmatrix} M0_{k22} & -M0_{k12} \\ -M0_{k21} & M0_{k11} \end{pmatrix}, \\ (1 \ 1) \left[(\hat{E} - \hat{M}0_k) \right]^{-1} &= \frac{1}{D0_k} ((1 - M0_{k22} + M0_{k21}), (1 - M0_{k11} + M0_{k12})). \end{aligned} \quad (\text{П2.16})$$

3. Элементы матриц $M0_k$.

Выпишем элементы матрицы $\hat{M}0_k$.

$$\begin{aligned} \hat{M}0_k &= \hat{M}_{g c k} \hat{M}_{m k} \hat{M}_{l f k} \hat{M}_{d k} = \\ &= \begin{pmatrix} K_{g c k}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{g c k}(-f) \end{pmatrix} K_{g^1 k}(f) \hat{M}_{m k}(f) \hat{M}_{l f k}(f) \hat{M}_{d k}(f), \\ \overline{M0_k(-f)} &= \begin{pmatrix} \bar{K}_{g c k}(-f) & 0 \\ 0 & K_{g c k}(f) \end{pmatrix} \overline{K_{g^1 k}(-f) \hat{M}_{m k}(-f) \hat{M}_{l f k}(-f) \hat{M}_{d k}(-f)} = \\ &= \begin{pmatrix} \bar{K}_{g c k}(-f) & 0 \\ 0 & K_{g c k}(f) \end{pmatrix} \overline{K_{g^1 k}(f) \hat{M}_{m k}(-f) \hat{M}_{l f k}(f) \hat{M}_{d k}(-f)}. \end{aligned}$$

Пусть $|U_{a0k}| = |U_{\varphi0k}|$

$$K_{lfa} = K^0_{lfa} \cdot k_{lfa},$$

$$K_{lfp} = K^0_{lfp} \cdot k_{lfa},$$

$$K_{pmk} = K_{amk},$$

$$K_{adk} = K_{pdk},$$

$$\begin{pmatrix} ka & (1-kp) \cdot ksa \\ (1-ka) \cdot ksp & kp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}.$$

$$M0_k(f) = 0.5K_{g1k}K_{amk}K_{adk}K_{lfa} \begin{pmatrix} K_{gc k}^+ & 0 \\ 0 & \overline{K}_{gc k}^- \end{pmatrix} \times \\ \times \left(\begin{pmatrix} (ka_{11} + jka_{12}) + (ka_{22} - jka_{21}) \frac{K_{pmk}K_{lfp}}{K_{lfa}} \\ \left((ka_{11} + jka_{12}) - (ka_{22} - jka_{21}) \frac{K_{pmk}K_{lfp}}{K_{lfa}} \right) e^{-2i\varphi_k} \end{pmatrix}, \right. \\ \left. \begin{pmatrix} \left((ka_{11} - jka_{12}) - (ka_{22} + jka_{21}) \frac{K_{pmk}K_{lfp}}{K_{lfa}} \right) e^{2i\varphi_k} \\ (ka_{11} - jka_{12}) + (ka_{22} + jka_{21}) \frac{K_{pmk}K_{lfp}}{K_{lfa}} \end{pmatrix} \right).$$

В [1] использовались обозначения для коэффициентов передачи по прямым цепям ОС АРУ и ФА (независимо друг от друга):

$$Ka = 0.5K_{g1k}K_{amk}K_{adk}K_{lfa}K_{gc k},$$

$$K\varphi = 0.5K_{g1k}K_{amk}K_{adk}K_{pmk}K_{lfp}K_{gc k}.$$

В этих обозначениях $M0_k(f)$ имеет вид:

$$M0_k(f) = \left(\begin{pmatrix} (ka_{11} + jka_{12})Ka^+ + (ka_{22} - jka_{21})K\varphi^+ \\ \left((ka_{11} + jka_{12})\overline{Ka}^- - (ka_{22} - jka_{21})\overline{K\varphi}^- \right) e^{-2i\varphi_k} \end{pmatrix}, \right. \\ \left. \begin{pmatrix} \left((ka_{11} - jka_{12})Ka^+ - (ka_{22} + jka_{21})K\varphi^+ \right) e^{2i\varphi_k} \\ (ka_{11} - jka_{12})\overline{Ka}^- + (ka_{22} + jka_{21})\overline{K\varphi}^- \end{pmatrix} \right).$$

В случае прямых ОС ($ka_{11} = ka_{22} = 1$, $ka_{12} = ka_{21} = 0$)

$$M0_k(f) = \left(\begin{pmatrix} Ka^+ + K\varphi^+ & (Ka^+ - K\varphi^+) e^{2i\varphi_k} \\ \left(\overline{Ka}^- - \overline{K\varphi}^- \right) e^{-2i\varphi_k} & \overline{Ka}^- + \overline{K\varphi}^- \end{pmatrix}, \right.$$

$$\begin{aligned}
K_{2Br} &= \varphi_{b\ out} / \varphi_{b\ in} = \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \times \\
&\times \left\{ \sum_k \frac{(1 - M 0_{k22} + M 0_{k21}) Z_{c k}^+ - (1 - M 0_{k11} + M 0_{k12}) \bar{Z}_{c k}^-}{((1 - M 0_{k11})(1 - M 0_{k22}) - M 0_{k12} M 0_{k21})} \right\} = \\
&= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \times \\
&\times \left\{ \sum_k \frac{\left(1 - (\bar{K}a^- + \bar{K}\varphi^-) + (\bar{K}a^- - \bar{K}\varphi^-) e^{-2i\varphi_k}\right) Z_{c k}^+ - \left(1 - (K a^+ + K \varphi^+) + (K a^+ - K \varphi^+) e^{2i\varphi_k}\right) \bar{Z}_{c k}^-}{\left(\left(1 - (K a^+ + K \varphi^+)\right)\left(1 - (\bar{K}a^- + \bar{K}\varphi^-)\right) - \left(K a^+ - K \varphi^+\right)\left(\bar{K}a^- - \bar{K}\varphi^-\right)\right)} \right\} = \\
&= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \times \\
&\times \left\{ \sum_k \frac{\left(1 - (\bar{K}a^- (1 - e^{-2i\varphi_k}) + \bar{K}\varphi^- (1 + e^{-2i\varphi_k}))\right) Z_{c k}^+ - \left(1 - (K a^+ (1 - e^{2i\varphi_k}) + K \varphi^+ (1 + e^{2i\varphi_k}))\right) \bar{Z}_{c k}^-}{\left(\left(1 - (K a^+ + \bar{K}a^-) - (K \varphi^+ + \bar{K}\varphi^-)\right) + 2(K a^+ \bar{K}\varphi^- + \bar{K}a^- K \varphi^+)\right)} \right\}.
\end{aligned}$$

В случае перекрестных (полностью) ОС ($ka_{11} = ka_{22} = 0$),

$$ka_{12} = ka_{21} = -1$$

$$M 0_k(f) = -j \begin{pmatrix} K a^+ - K \varphi^+ & - (K a^+ + K \varphi^+) e^{2i\varphi_k} \\ \left(\frac{K a^+ - K \varphi^+}{\bar{K} a^- + \bar{K} \varphi^-} \right) e^{-2i\varphi_k} & - \bar{K} a^- + \bar{K} \varphi^- \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
K_{2Br} &= \varphi_{b\ out} / \varphi_{b\ in} = \\
&= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k \frac{(1 - M 0_{k22} + M 0_{k21}) Z_{c k}^+ - (1 - M 0_{k11} + M 0_{k12}) \bar{Z}_{c k}^-}{((1 - M 0_{k11})(1 - M 0_{k22}) - M 0_{k12} M 0_{k21})} \right\} = \\
&= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k \frac{\left(1 + j(-\bar{K}a^- + \bar{K}\varphi^-) - j(\bar{K}a^- + \bar{K}\varphi^-) e^{-2i\varphi_k}\right) Z_{c k}^+ - \left(1 + j(K a^+ - K \varphi^+) + j(K a^+ + K \varphi^+) e^{2i\varphi_k}\right) \bar{Z}_{c k}^-}{\left(\left(1 + j(K a^+ - K \varphi^+)\right)\left(1 + j(-\bar{K}a^- + \bar{K}\varphi^-)\right) + \left(K a^+ + K \varphi^+\right)\left(\bar{K}a^- + \bar{K}\varphi^-\right)\right)} \right\} = \\
&= \frac{-K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k \frac{\left(1 - j\bar{K}a^- (1 + e^{-2i\varphi_k}) + j\bar{K}\varphi^- (1 - e^{-2i\varphi_k})\right) Z_{c k}^+ - \left(1 + jK a^+ (1 + e^{2i\varphi_k}) - jK \varphi^+ (1 - e^{2i\varphi_k})\right) \bar{Z}_{c k}^-}{\left(\left(1 + j(K a^+ - K \varphi^+ - \bar{K}a^- + \bar{K}\varphi^-)\right) + 2(K a^+ \bar{K}a^- + K \varphi^+ \bar{K}\varphi^-)\right)} \right\}
\end{aligned}$$

Вычисление резонансной кривой, декремента синфазных продольных колебаний и передаточной функции от генератора к пучку с учетом всех обратных связей

1. Резонансная кривая

Резонансная кривая описывает связь между возмущением напряжений на ускоряющих резонаторах и амплитудой колебаний пучка, наведенных этими возмущениями. Введем в систему уравнений (П2.13) возмущение $d\bar{U}_{in k}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{U}_{d out k} = \hat{M}_{d k} \bar{U}_{rfc out k}, \quad k = 1, \dots, k_0, \\ \bar{U}_{rfc out k} = \hat{M}_{gc k} \bar{U}_{m out k} + K3 \cdot \bar{U}_{b k} + d\bar{U}_{in k}, \\ \bar{U}_{b k} = \hat{M}_{B k} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc out k1}, \\ \bar{U}_{m out k} = \hat{M}_{m k} \left(\bar{U}_{m in k} + \begin{pmatrix} K1 & 0 \\ 0 & K2 \end{pmatrix}_k \bar{U}_{m in oc k} \right), \\ \bar{U}_{m in oc k} = \hat{M}_{lf k} \bar{U}_{d out k}, \\ \varphi_v = \frac{(1 \ 1)}{|U_0| \sin(\phi_s)} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc out k1}, \\ \varphi_b = K_B \varphi_v, \\ \bar{U}_{b k} = -0.5 j I_b \begin{pmatrix} Z_{c k}^+ \\ -\bar{Z}_{c k}^- \end{pmatrix} \varphi_b. \end{array} \right. \quad (\text{П3.1})$$

Исключив лишние переменные, получим, с использованием обозначений (П2.15):

$$\left\{ \begin{array}{l} (\hat{E} - \hat{M} 0_k) \bar{U}_{rfc out k} = 0.5 j I_{q0} \cdot \begin{pmatrix} Z_{c k}^+ \\ -\bar{Z}_{c k}^- \end{pmatrix} \varphi_b + d\bar{U}_{in k}, \quad k = 1, \dots, k_0, \\ \varphi_b = \frac{K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 \ 1) \sum_{k1} \bar{U}_{rfc out k1}. \end{array} \right. \quad (\text{П3.2})$$

Для простоты предположим, что возмущение подается только на дополнительный тестовый резонатор, не имеющий цепей ОС и настроенный посередине между гармониками частоты обращения, поэтому для него $Z^\pm = 0$ (далеко от резонансной частоты). В случае двух ВЧ каналов $k = 1, 2 - 2$ канала, $k = 3 -$ тестовый резонатор, $Z_3^\pm = 0$ (далеко от резонансной частоты).

Система уравнений (П3.2), с учетом канала тестового резонатора, примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} (\hat{E} - \hat{M}0_k)\bar{U}_{rfc\ out\ k} = -0.5jI_b \cdot \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} \varphi_b, \quad k = 1, 2, \\ \bar{U}_{rfc\ out\ 3} = d\bar{U}_{in\ 3}, \\ \varphi_b = \frac{K_B}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1=1}^3 \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ d\varphi_v = \frac{1}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) d\bar{U}_{in\ 3}. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{U}_{rfc\ out\ k} = -0.5jI_b \frac{1}{D0_k} (\hat{E} - \hat{M}01_k) \cdot \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} \varphi_b, \quad k = 1, 2, \\ \bar{U}_{rfc\ out\ 3} = d\bar{U}_{in\ 3}, \\ \varphi_b = \frac{K_B}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1=1}^3 \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ d\varphi_v = \frac{1}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) d\bar{U}_{in\ 3}, \end{array} \right.$$

где используются обозначения (П2.15), (П2.16).

Отсюда

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_b = \left(-\frac{0.5jI_b K_B}{|U_0|\sin(\phi_s)} \varphi_b (1 - 1) \sum_{k1=1}^2 \frac{1}{D0_k} (\hat{E} - \hat{M}01_k) \cdot \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} + \frac{K_B}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) d\bar{U}_{in\ 3} \right), \\ d\varphi_v = \frac{1}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) d\bar{U}_{in\ 3}, \end{array} \right.$$

$$\varphi_b = K_B \cdot \left(1 + \frac{0.5jI_b K_B}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1=1}^2 \frac{1}{D0_k} (\hat{E} - \hat{M}01_k) \cdot \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} \right)^{-1} \cdot d\varphi_v.$$

Итак, резонансная кривая имеет вид

$$A(f) = \frac{\varphi_b}{d\varphi_v} = K_B \left(1 - \frac{0.5jI_{q0} K_B}{|U_0|\sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1=1}^2 \frac{1}{D0_k} (\hat{E} - \hat{M}01_k) \cdot \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} \right)^{-1}. \quad (\text{П3.3})$$

Можно показать, что для $ka=kr=1$ (без перекрестных ОС) это выражение совпадает с полученным в [1] для двух каналов.

Отметим, что в [1] коэффициенты передачи по цепям ОС не включают в себя знак минус (отрицательная обратная связь), этот знак учтен в уравнениях. В данной работе знак минус включен в элементы матрицы $M0$ Выражения для резонансной кривой совпадают с точностью до смены знака коэффициентов передачи.

2. Декременты продольных синфазных синхротронных колебаний

2.1. Пересчет импедансов

Для одномодового резонатора и одногусткового пучка, для нескольких ВЧ каналов у нас была система уравнений (П2.13), откуда была получена передаточная функция (П2.14):

$$K_{2Br} = \Phi_{b\ out} / \Phi_{b\ in} = -\frac{K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k (1 - 1) \left[(E - \hat{M}0) \right]^{-1} \begin{pmatrix} Z_{ck}^+ \\ -\bar{Z}_{ck}^- \end{pmatrix} \right\},$$

$$= -\frac{K_B 0.5 j I_b}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left\{ \sum_k \frac{(1 - M0_{22} + M0_{21}) Z_{ck}^+ - (1 - M0_{11} + M0_{12}) \bar{Z}_{ck}^-}{((1 - M0_{11})(1 - M0_{22}) - M0_{12} M0_{21})_k} \right\}.$$

Матрица $\hat{M}0_k$ имеет вид (см. (П2.11))

$$M0_k(f) = \begin{pmatrix} M0_{11}(f) & M0_{12}(f) \\ M0_{21}(f) & M0_{22}(f) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} K_{gc\ k}(f) & 0 \\ 0 & \bar{K}_{gc\ k}(-f) \end{pmatrix} K_{g1\ k}(f) \hat{M}_{m\ k}(f) \hat{M}_{lf\ k}(f) \hat{M}_{dk}(f).$$

Можно показать, что

$$\overline{M0_k(-f)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \hat{M}0_k(f) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M0_{22}(f) & M0_{21}(f) \\ M0_{12}(f) & M0_{11}(f) \end{pmatrix}_k.$$

Цепи обратной связи в каждом ВЧ канале можно учесть, сделав следующий пересчет импедансов резонаторов:

$$\tilde{Z}_k^+ = \tilde{Z}_{ct}(f_0 q + f) = \frac{(1 - M0_{22}(f) + M0_{21}(f))_k}{((1 - M0_{11}(f))(1 - M0_{22}(f)) - M0_{12}(f) M0_{21}(f))_k} Z_{ck}(f). \quad (\text{П3.4})$$

При этом

$$\overline{\tilde{Z}_k^-} = \overline{\tilde{Z}_k(f_0 q - f)} = \frac{(1 - \overline{M0_{22}(-f)} + \overline{M0_{21}(-f)})_k}{((1 - \overline{M0_{11}(f)})(1 - \overline{M0_{22}(f)}) - \overline{M0_{12}(f) M0_{21}(f)})_k} \overline{Z_{ck}(-f)} =$$

$$= \frac{(1 - M0_{11}(f) + M0_{12}(f))_k}{((1 - M0_{11}(f))(1 - M0_{22}(f)) - M0_{12}(f) M0_{21}(f))_k} \overline{Z_{ck}^-}.$$

В этих обозначениях

$$\mathbf{K}_{2Br} = \Phi_{b\ out} / \Phi_{b\ in} = -\frac{j I_b K_B}{2 |U_0| \sin(\phi_s)} \cdot \sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \overline{\tilde{Z}_k^-} \right), \quad (\text{П3.5})$$

а резонансная кривая (П3.3) принимает вид

$$A(f) = \frac{\Phi_b}{d\Phi_v} = K_B \left(1 - \frac{0.5 j I_{q0} K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} \sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \overline{\tilde{Z}_k^-} \right) \right)^{-1}.$$

Определенный в виде (П3.5) импеданс описывает реакцию полной системы с обратными связями на фазовые колебания пучка. Этот импеданс можно использовать при анализе динамики пучка, в том числе и многосгусткового.

2.2. Декремент колебаний

С учетом переобозначения импеданса (П3.4), в системе (П2.13) можно исключить все цепи ОС, останется система:

$$\begin{cases} U_k^+ = -0.5 j \tilde{Z}_k^+ I_b \Phi_{b in}, \\ U_k^- = -0.5 j \tilde{Z}_k^- I_b \bar{\Phi}_{b in}, \\ \Phi_v = \left(\sum_k \left(U_k^+ + \bar{U}_k^- \right) \right) / (|U_0| \sin(\phi_s)), \\ \Phi_{b out} = K_B \Phi_v, \\ K_B(f) = \frac{\Phi_b}{\Phi_v} = \frac{\Omega_0^2}{-(2\pi f)^2 + 2j\delta(2\pi f) + \Omega_0^2}. \end{cases} \quad (\text{П3.6})$$

Замкнув систему ($\Phi_{b out} = \Phi_{b in} = \Phi_b$), получаем характеристическое уравнение для определения частот собственных колебаний $\Omega_0 + \Delta\Omega$ и их декрементов σ ($\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega_c = \Omega_0 + \Delta\Omega + j\sigma$):

$$\begin{cases} U_k^+ = -0.5 j \tilde{Z}_k^+ I_b \Phi_b, \\ \bar{U}_k^- = 0.5 j \tilde{Z}_k^- I_b \Phi_b, \\ \Phi_v = -\Phi_b \left(\sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \bar{\tilde{Z}}_k^- \right) \right) 0.5 j I_b / (|U_0| \sin(\phi_s)), \\ \Phi_b = \frac{\Omega_0^2}{-\Omega^2 + 2j\delta\Omega + \Omega_0^2} \Phi_v. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \frac{-\Omega^2 + 2j\delta\Omega + \Omega_0^2}{j\Omega_0^2} &= \frac{I_{q0}}{2|U_0| \sin(\phi_s)} \left(\sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \bar{\tilde{Z}}_k^- \right) \right), \\ \frac{-(\Omega_0 + \Delta\Omega_c)^2 + 2j\delta(\Omega_0 + \Delta\Omega_c) + \Omega_0^2}{j\Omega_0^2} &\approx \frac{-2(\Delta\Omega_c - j\delta)}{j\Omega_0} = \\ &= \frac{I_{q0}}{2|U_0| \sin(\phi_s)} \left(\sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \bar{\tilde{Z}}_k^- \right) \right), \\ \Delta\Omega_c = \Delta\Omega + j\sigma &= \frac{-jI_{q0}\Omega_0}{4|U_0| \sin(\phi_s)} \left(\sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \bar{\tilde{Z}}_k^- \right) \right) + j\delta. \end{aligned}$$

Отсюда декремент колебаний

$$\sigma = \frac{I_b \Omega_0}{4|U_0| \sin(\phi_s)} \operatorname{Re} \left(\sum_k \left(\tilde{Z}_k^+ - \overline{\tilde{Z}_k^-} \right) \right) + \delta. \quad (\text{П3.7})$$

Здесь обратные связи учтены при пересчете импеданса согласно (П3.5), $I_b \approx 2I_0$ – гармоника тока пучка, δ – декремент синхротронного загухания

3. Передаточная функция от возмущения токов генераторов к возмущению амплитуды колебаний сгустков

Все цепи ОС замкнуты, возмущение (на частотах $\pm f$) подается в виде возмущения токов генераторов, на третий каскад генератора. Для двух каналов возмущение токов имеет вид:

$$\delta I_g = \begin{pmatrix} \delta I_{g1}^+ \\ \delta I_{g1}^- \\ \delta I_{g2}^+ \\ \delta I_{g2}^- \end{pmatrix}.$$

Обозначив как S_k крутизну третьего каскада k -го генератора, пересчитаем возмущение токов в возмущение напряжений на генераторах: δI_g в δU_g :

$$\delta U_g = \begin{pmatrix} S_1 \delta I_{g1}^+ \\ S_1 \delta I_{g1}^- \\ S_2 \delta I_{g2}^+ \\ S_2 \delta I_{g2}^- \end{pmatrix}.$$

При этом возмущение напряжения на резонаторах

$$\delta \bar{U}_{rfc out k} = \begin{pmatrix} S_k K_{gc k}(f) & 0 \\ 0 & \bar{S}_k \bar{K}_{gc k}(-f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I_{gk}^+ \\ \delta I_{gk}^- \end{pmatrix} \quad (\text{П3.8})$$

С учетом возмущения (П3.8), система уравнений при замкнутых ОС имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{U}_{d\ out\ k} = \hat{M}_{d\ k} \bar{U}_{rfc\ out\ k}, \quad k = 1, \dots, k_0, \\ \bar{U}_{rfc\ out\ k} = \hat{M}_{gc\ k} \bar{U}_{m\ out\ k} + \bar{U}_{b\ k} + \delta \bar{U}_{rfc\ out\ k}, \\ \bar{U}_{b\ k} = \hat{M}_{B\ k} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ \varphi_b = \frac{K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ \bar{U}_{b\ k} = 0.5 j I_{q0} \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} \varphi_b, \\ \bar{U}_{m\ out\ k} = \hat{M}_{m\ k} \bar{U}_{m\ in\ oc\ k}, \\ \bar{U}_{m\ in\ oc\ k} = \hat{M}_{lf\ k} \bar{U}_{d\ out\ k}. \end{array} \right.$$

Исключая лишние переменные, найдем зависимость амплитуды колебаний пучка φ_b от возмущений токов генераторов

$$\left\{ \begin{array}{l} (\hat{E} - \hat{M}_{0k}) \bar{U}_{rfc\ out\ k} = \hat{M}_{B\ k} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1} + \delta \bar{U}_{rfc\ out\ k}, \\ \bar{U}_{b\ k} = \hat{M}_{B\ k} \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ \varphi_b = \frac{K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1} \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \\ \bar{U}_{b\ k} = 0.5 j I_{q0} \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} \varphi_b \\ \bar{U}_{m\ out\ k} = \hat{M}_{m\ k} \hat{M}_{lf\ k} \hat{M}_{d\ k} \bar{U}_{rfc\ out\ k}. \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_{B\ k} &= \frac{j I_b K_B(f)}{2 |U_0| \sin \phi_s} \begin{pmatrix} -Z_{c\ k}^+ & -Z_{c\ k}^+ \\ \bar{Z}_{c\ k}^- & \bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} = -\frac{j I_b K_B(f)}{2 |U_0| \sin \phi_s} \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} (1 - 1) \\ \bar{U}_{rfc\ out\ k} &= -\frac{j I_b}{2} (\hat{E} - \hat{M}_{0k})^{-1} \begin{pmatrix} Z_{c\ k}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k}^- \end{pmatrix} \varphi_b + (\hat{E} - \hat{M}_{0k})^{-1} \delta \bar{U}_{rfc\ out\ k}, \\ \varphi_b &= \left(-\frac{j I_b K_B(f)}{2 |U_0| \sin \phi_s} (1 - 1) \varphi_b \sum_{k1} (\hat{E} - \hat{M}_{0k1})^{-1} \begin{pmatrix} Z_{c\ k1}^+ \\ -\bar{Z}_{c\ k1}^- \end{pmatrix} \right) + \\ &+ \frac{K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1} (\hat{E} - \hat{M}_{0k1})^{-1} \delta \bar{U}_{rfc\ out\ k1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_b &= \left(1 + \frac{jI_b K_B(f)}{2|U_0| \sin \phi_s} (1 - 1) \sum_{k1} (\hat{E} - \hat{M} 0_{k1})^{-1} \begin{pmatrix} Z_{c k1}^+ \\ -\bar{Z}_{c k1}^- \end{pmatrix} \right)^{-1} \times \\
&\quad \times \left(\frac{K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1} (\hat{E} - \hat{M} 0_{k1})^{-1} \delta \bar{U}_{rfc out k1} \right), \\
\varphi_b &= \left(1 + \frac{jI_b K_B(f)}{2|U_0| \sin \phi_s} (1 - 1) \sum_{k1} (\hat{E} - \hat{M} 0_{k1})^{-1} \begin{pmatrix} Z_{c k1}^+ \\ -\bar{Z}_{c k1}^- \end{pmatrix} \right)^{-1} \times \\
&\quad \times \left(\frac{K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} (1 - 1) \sum_{k1} (\hat{E} - \hat{M} 0_{k1})^{-1} \begin{pmatrix} S_{k1} K_{gc k1}(f) & 0 \\ 0 & \bar{S}_{k1} \bar{K}_{gc k1}(-f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I_{gk1}^+ \\ \delta I_{gk1}^- \end{pmatrix} \right).
\end{aligned} \tag{П3.9}$$

Для двух каналов ($k_0 = 2$) передаточная функция (П3.9) от четырех компонент вектора возмущений токов генератора на частоте f δI_g к амплитуде синфазных колебаний густков имеет вид

$$\varphi_b = (F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4) \cdot \begin{pmatrix} \frac{\delta I_{g1}^+}{\delta I_{g1}^-} \\ \frac{\delta I_{g2}^+}{\delta I_{g2}^-} \end{pmatrix}, \tag{П3.10}$$

Компоненты, передаточной функции, соответствующие разным каналам и разным знакам частоты возмущения ($\pm f$) различны. Поэтому для сравнения двух разных видов обратных связей (прямой и перекрестной) можно использовать, например, величину

$$F \max_k(f) = \max_k \left\{ \frac{|F_k \text{ перекр}|}{|F_k \text{ прям}|} \right\}. \tag{П3.11}$$

Отметим, что при вычислении $F \max_k(f)$ значения крутизны S_k сокращаются, поэтому нет необходимости задавать их значения.

Литература

- [1] В.М. Петров, Н.В. Митянина. Определение параметров ВЧ системы накопителя Сибирь-2, обеспечивающих устойчивость продольного движения электронов для синфазных дипольных колебаний. // Препринт ИЯФ 2010-6.
- [2] I.K. Sedlyarov, V.S. Arbuзов, et al. Upgrade of the RF System of Siberia-2 Electron Storage Ring / SR Source. WE5PFP015, Proceedings of the 23rd Particle Accelerator Conference, 4-8 May, 2009, Vancouver, British Columbia, Canada.
- [3] М.М. Карлинер. Когерентные неустойчивости пучка в электронных накопителях вследствие электромагнитного взаимодействия с окружающей структурой. Части 1-3. // Препринты ИЯФ 74-105, 74-106, 74-107. Новосибирск, 1974.
- [4] И.С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. // Москва, Советское радио, 1971.

В.М. Петров, Н.В. Митянина

**Использование перекрестных обратных связей
в цепях управления амплитудой и фазой
ускоряющих ВЧ напряжений синхротронов
для существенного увеличения тока ускоряемых частиц,
при котором не возбуждаются продольные синфазные
дипольные колебания сгустков**

V.M. Petrov, N.V. Mityanina

**Cross feedback networks
in synchrotron accelerating RF systems
for essential increase of the beam current**

Ответственный за выпуск А.В. Васильев

Работа поступила 23.10. 2012 г.

Сдано в набор 24.04. 2012 г.

Подписано в печать 25.10. 2012 г.

Формат 60x90 1/16 Объем 2,7 печ.л., 2,2 уч.-изд.л.

Тираж 90 экз. Бесплатно. Заказ № 27

Обработано на РС и отпечатано
на ротапринтере «ИЯФ им. Г.И. Будкера» СО РАН,
Новосибирск, 630090, пр. Академика Лаврентьева, 11