

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина Сибирское отделение
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
им. Г.И. Будкера СО РАН

В.М. Аульченко, Р.Р. Ахметшин, В.Ш. Банзаров, Л.М. Барков,
Н.С. Баштовой, Д.В. Бондарев, А.Е. Бондарь, А.В. Брагин,
Н.И. Габышев, Д.А. Горбачев, А.А. Гребенюк, Д.Н. Григорьев,
С.К. Дхаван, Д.А. Епифанов, А.С. Зайцев, С.Г. Зверев,
Ф.В. Игнатов, В.Ф. Казанин, С.В. Карпов, И.А. Кооп,
П.П. Кроковный, А.С. Кузьмин, И.Б. Логашенко, П.А. Лукин,
А.П. Лысенко, А.И. Мильштейн, К.Ю. Михайлов,
И.Н. Нестеренко, М.А. Никулин, А.В. Отбоев, В.С. Охалкин,
Е.А. Переведенцев, А.С. Попов, С.И. Редин, Б.Л. Робертс,
Н.И. Роот, А.А. Рубан, Н.М. Рыскулов, А.Л. Сибиданов,
В.А. Сидоров, А.Н. Скринский, В.П. Смахтин, И.Г. Снопков,
Е.П. Солодов, Д.А. Томпсон, Г.В. Федотович, Б.И. Хазин,
В.В. Хьюз, А.Г. Шамов, Ю.М. Шатунов, Б.А. Шварц,
С.И. Эйдельман, Ю.В. Юдин

ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА
 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ НА ДЕТЕКТОРЕ КМД-2
В ДИАПАЗОНЕ ЭНЕРГИЙ 370 – 520 МэВ

ИЯФ 2006-43

НОВОСИБИРСК
2006

**Измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$
на детекторе КМД-2 в диапазоне энергий 370 – 520 МэВ**

*В.М. Аульченко^{a,b}, Р.Р. Ахметшин^a, В.Ш. Банзаров^a, Л.М. Барков^{a,b},
Н.С. Баитовой^a, Д.В. Бондарев^{a,b}, А.Е. Бондарь^a, А.В. Брагин^a,
Н.И. Габышев^a, Д.А. Горбачев^a, А.А. Гребенюк^a, Д.Н. Григорьев^{a,b},
С.К. Дхаван^d, Д.А. Епифанов^a, А.С. Зайцев^{a,b}, С.Г. Зверев^a,
Ф.В. Игнатов^a, В.Ф. Казанин^{a,b}, С.В. Карпов^a, И.А. Кооп^{a,b},
П.П. Кроковный^{a,b}, А.С. Кузьмин^{a,b}, И.Б. Логашенко^{a,c}, П.А. Лукин^a,
А.П. Лысенко^a, А.И. Мильштейн^{a,b}, К.Ю. Михайлов^a,
И.Н. Нестеренко^{a,b}, М.А. Никуллин^{a,b}, А.В. Отбоев^a, В.С. Охалкин^a,
Е.А. Переведенцев^{a,b}, А.С. Попов^a, С.И. Редин^a, Б.Л. Робертс^c,
Н.И. Роот^a, А.А. Рубан^a, Н.М. Рыскулов^a, А.Л. Сибиданов^a,
В.А. Сидоров^a, А.Н. Скринский^a, В.П. Смахтин^f, И.Г. Снопков^a,
Е.П. Солодов^{a,b}, Д.А. Томпсон^e, Г.В. Федотович^{a,b}, Б.И. Хазин^{a,b},
В.В. Хьюз^d, А.Г. Шамов^a, Ю.М. Шатунов^a, Б.А. Шварц^{a,b},
С.И. Эйдельман^{a,b}, Ю.В. Юдин^a*

^a Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера,
630090, Новосибирск, Россия

^b Новосибирский государственный университет,
630090, Новосибирск, Россия

^c Boston University, Boston, MA 02215, USA

^d Yale University, New Haven, CT 06511, USA

^e University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA 15260, USA

^f Weizmann Institute of Science, 76100, Rehovot, Israel

Аннотация

В работе представлены результаты эксперимента по измерению сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в диапазоне энергий 370-520 МэВ в системе центра масс. Систематическая ошибка измерений составила 0.7%. В модели векторной доминантности, используя все данные КМД-2 по формфактору пиона, вычислен его электромагнитный радиус. Измерено сечение рождения мюонов в области энергий эксперимента.

1 Введение

Экспериментальные данные о поведении сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ во времениподобной области позволяют определить параметры ρ -мезона и его радиальных возбуждений. Поведение сечения при малых переданных импульсах определяет величину электромагнитного радиуса пиона.

Знание полного сечения $e^+e^- \rightarrow$ адроны с высокой точностью необходимо для вычисления адронного вклада a_μ^{had} в аномальный магнитный момент мюона $a_\mu = (g - 2)/2$ [1]. Наиболее точное экспериментальное значение величины a_μ было получено в эксперименте E821 [2] в Брукхейвенской Национальной Лаборатории, относительная точность которого составила 0.54×10^{-6} . Это значение примерно на 3 стандартных отклонения выше теоретического, вычисленного в рамках Стандартной Модели [3]. Точность расчета определяется главным образом точностью адронного вклада, который вычисляется с помощью дисперсионного интеграла:

$$a_\mu^{\text{had}} = \frac{m_\mu^2}{12\pi^3} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\sigma(s)K(s)}{s} ds, \quad (1)$$

где $K(s)$ – гладкая, монотонная, слабо меняющаяся функция, вычисленная в рамках квантовой электродинамики, $\sigma(s)$ – полное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow$ адроны, а s – квадрат полной энергии в системе центра масс (с.ц.м.). Точность вычисления этого интеграла определяется систематической ошибкой измерений полного сечения процессов $e^+e^- \rightarrow$ адроны при низких энергиях ($s < 4 \text{ ГэВ}^2$), которая, в свою очередь, в основном определяется систематической ошибкой измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Сравнение пионного формфактора, измеренного на встречных e^+e^- пучках со спектральными функциями распада $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$, обеспечивает проверку гипотезы сохранения векторного тока и изоспиновой симметрии. Детальные измерения спектральных функций были проведены детекторами ALEPH [4], OPAL [5] и CLEO-II [6]. В скором будущем появятся новые данные с детекторов BaBar и Belle. В данный момент существует расхождение в спектрах, полученных на встречных электрон-

позитронных пучках и при распадах τ [3]. Новые и более точные данные помогут объяснить природу расхождения.

В конце 70-х – начале 80-х годов на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-2М [7] в Институте ядерной физики в диапазоне энергий 360–1400 МэВ в с.ц.м. с детекторами КМД и ОЛЯ были измерены адронные сечения с высокой статистической точностью, в том числе и пионный формфактор [8]. Однако, полная точность измерений ограничивалась систематическими ошибками экспериментов, которая варьировалась от 2% до 26% в диапазоне энергий ВЭПП-2М.

Новый цикл измерений эксклюзивных адронных сечений на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-2М был проведен в течение 1992-2000 гг. в экспериментах с детекторами КМД-2 [9] и СНД [10]. Суммарный интеграл светимости, набранный обоими детекторами, составил 60 пб^{-1} . Высокая светимость коллайдера и оптимизация конструкции детекторов для регистрации адронных событий с высокой эффективностью, позволили измерить пионный формфактор с систематической точностью 0.6 % в районе ρ -мезона [11], 1 – 4% выше ϕ -мезона [12] на детекторе КМД-2 и 1.3% в районе ρ -мезона [13] на детекторе СНД.

В данной работе представлены результаты измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в диапазоне энергий от 370 до 520 МэВ в с.ц.м. с детектором КМД-2. Для этого диапазона энергий анализ данных, использовавший для разделения частиц в области ρ -мезона и выше энерговыделения в калориметре, не позволяет достичь требуемой систематической точности из-за ухудшения разрешения калориметра при низких энергиях. Однако, в этой области импульсное разрешение дрейфовой камеры становится достаточным для разделения частиц, что и было использовано в данной работе, и позволило достичь систематической точности пионного сечения лучше 1%. В этой области энергии также было измерено сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.

2 Набор данных

Анализируемые экспериментальные данные были набраны на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-2М с детектором КМД-2 в октябре-ноябре 1996 гг. в 10 точках по энергии в диапазоне от 370 до 520 МэВ в с.ц.м. Интеграл светимости составил 56 нб^{-1} . Схема накопителя ВЭПП-2М показана на Рис. 1.

Криогенный Магнитный Детектор (КМД-2) [9] является универсальным детектором, схема которого приведена на Рис. 2. Он состоит из тре-

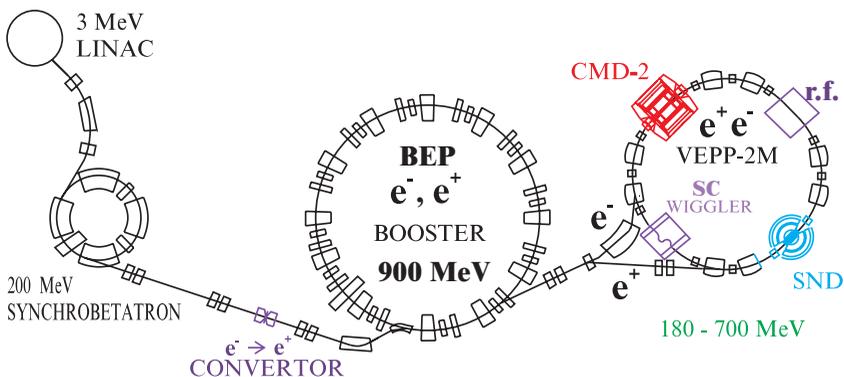


Рис. 1: Ускорительно-накопительный комплекс ВЭПП-2М.

ковой системы, цилиндрического и торцевого электромагнитных калориметров на основе кристаллов CsI и BGO соответственно и мюонной пробегной системы. Трековая система состоит из дрейфовой камеры с ячейками струйного типа и двухслойной пропорциональной Z-камеры, помещенных внутри тонкого сверхпроводящего соленоида с полем 1 Т.

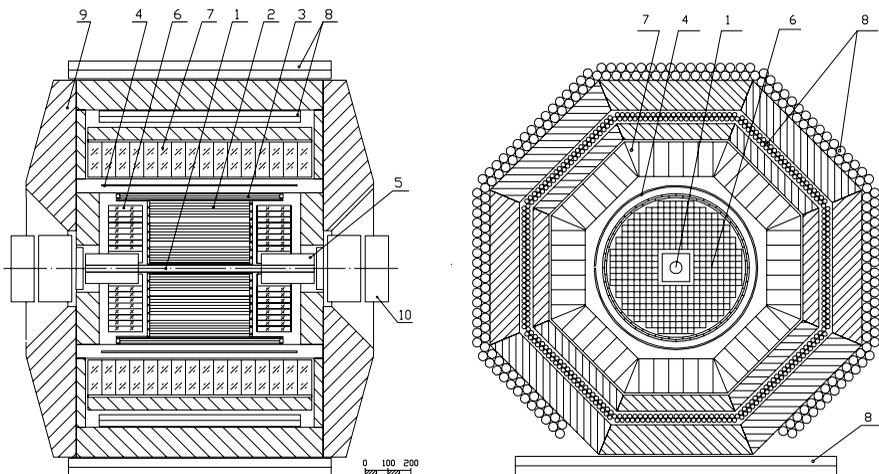


Рис. 2: Детектор КМД-2: 1 – вакуумная трубка, 2 – дрейфовая камера, 3 – Z-камера, 4 – сверхпроводящий соленоид, 5 – компенсирующие соленоиды, 6 – калориметр BGO, 7 – калориметр CsI, 8 – мюонная пробегная система, 9 – ярмо магнита.

В эксперименте использовались два независимых триггера – “заряженный” и “нейтральный”. “Заряженный” триггер базировался на информации с трековой системы – запуск оцифровывающей электроники происходил при наличии хотя бы одного трека в дрейфовой камере, а “нейтральный” использовал информацию об энергии и положении кластеров в цилиндрическом калориметре CsI. Более подробно триггер детектора описан в работе [14]. За время проведения эксперимента, в диапазоне энергий между 370 и 520 МэВ в с.с.м., было записано более миллиона событий. Около 4500 событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ было отобрано для анализа.

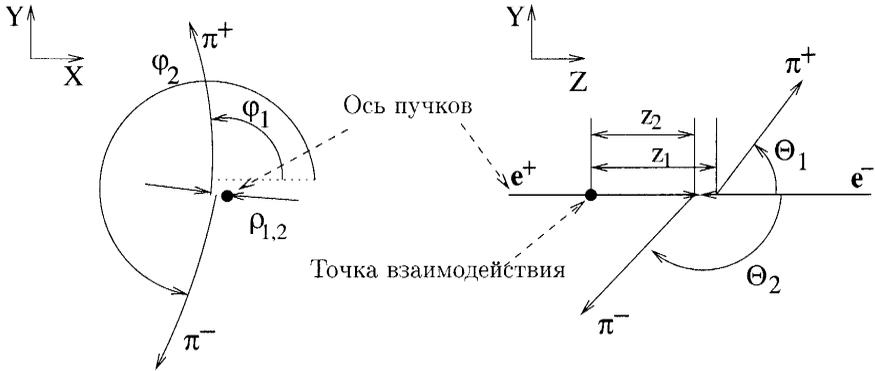


Рис. 3: Кинематические параметры конечных частиц: ϕ_1 и ϕ_2 – углы вылета частиц в плоскости, поперечной оси пучков; θ_1 и θ_2 – углы вылета частиц в плоскости, содержащей ось пучков; ρ_1 и ρ_2 – минимальные расстояния от треков частиц, параметризованных окружностью, до оси пучков; z_1 и z_2 – Z-координаты треков частиц в точках, ближайших к оси пучков.

3 Отбор коллинеарных событий

Из записанных на ленты событий было отобрано 1.1×10^5 коллинеарных событий. Для их выделения использовались кинематические параметры, определение которых приведены на Рис. 3. Отбирались события, удовлетворяющие следующим требованиям:

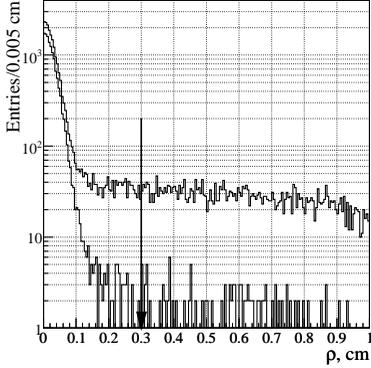


Рис. 4: Отбор по прицельному параметру ρ . В двух гистограммах в точке, ближайшей к оси пучков, представлены все события и события с большими энергосвечениями в цилиндрическом калориметре CsI на энергии 195 МэВ.

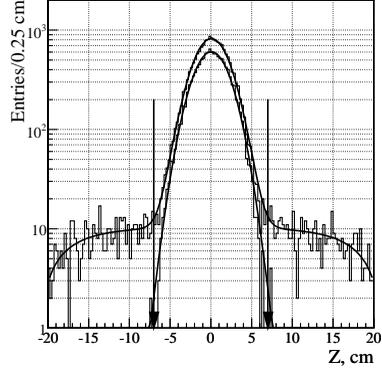


Рис. 5: Отбор по Z -координате трека в точке, ближайшей к оси пучков. В двух гистограммах представлены все события и события с большими энергосвечениями в цилиндрическом калориметре CsI на энергии 195 МэВ.

- В событии сработал “заряженный” триггер.
- В дрейфовой камере найдены две частицы с разноименными зарядами.
- $\rho < 0.3$ см, где ρ – прицельный параметр относительно оси пучков. Распределение событий по этому параметру показано на Рис. 4.
- $|Z| < 7$ см, где Z – координата трека в точке, ближайшей к оси пучков. Распределение событий по этому параметру показано на Рис. 5.
- $|\Delta\phi| = |\pi - |\phi_1 - \phi_2|| < 0.15$, где ϕ – азимутальный угол трека. Распределение событий по этому параметру показано на Рис. 6.
- $|\Delta\theta| = |\pi - (\theta_1 + \theta_2)| < 0.25$, где θ – полярный угол трека. Распределение событий по этому параметру показано на Рис. 7.
- Значение импульсов конечных частиц $P < 350$ МэВ/, а поперечный импульс каждой частицы $P \times \sin \theta > 90$ МэВ/. Последнее условие

обеспечивает постоянную эффективность срабатывания “заряженного” триггера. При меньших импульсах эффективность начинает падать.

- “Средний” полярный угол вылета двух частиц $\theta_{\min} < (\pi + \theta_2 - \theta_1)/2 < \pi - \theta_{\min}$, где $\theta_{\min} = 1.1$. При этом вклад в систематическую ошибку величины этого параметра практически полностью определяется точностью измерения координат точек пересечения частиц с Z -камерой, которая измеряет z -координату трека примерно на порядок точнее, чем дрейфовая камера. Неопределенность положения вершины практически не влияет на точность параметра. Распределение событий по этому параметру показано на Рис. 8.

В небольшом количестве событий восстанавливается более двух частиц. Как правило, это связано с некорректной работой алгоритма реконструкции треков в дрейфовой камере, либо с обратным вылетом частиц адронного ливня из калориметра в дрейфовую камеру. В этих случаях проверялись все возможные пары частиц с противоположными знаками зарядов, и событие принималось, если хотя бы одна из них удовлетворяла условиям отбора.

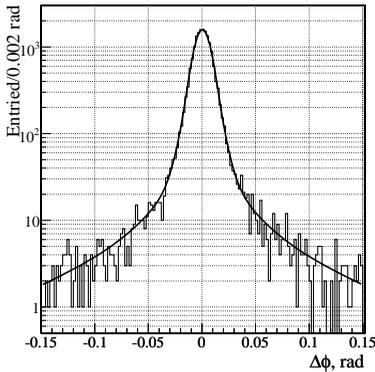


Рис. 6: Отбор по углу расколлинearности $\Delta\phi$ на энергии 195 МэВ. Кривая – свертка углового разрешения со спектром из первичного генератора [18].

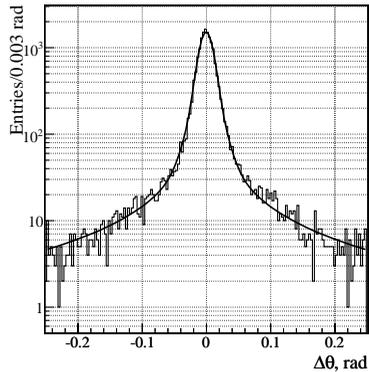


Рис. 7: Отбор по углу расколлинearности $\Delta\theta$ на энергии 195 МэВ. Кривая – свертка углового разрешения со спектром из первичного генератора [18].

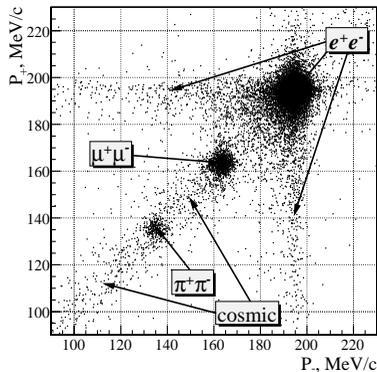
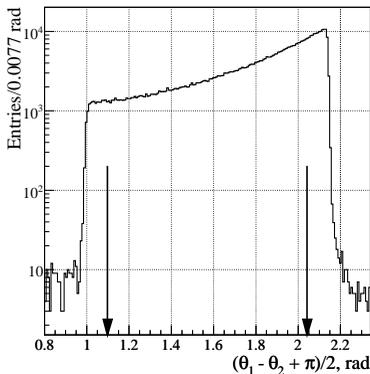


Рис. 8: Отбор по среднему углу $\theta = (\theta_1 - \theta_2 + \pi)/2$, где θ_1 – полярный угол отрицательно заряженной частицы.

Рис. 9: Двухмерное импульсное распределение экспериментальных данных на энергии 195 МэВ.

4 Определение формфактора пиона

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ может быть записано как:

$$\sigma_{\pi^+\pi^-}^B(s) = \sigma_{\pi^+\pi^-}^{\text{P.L.}}(s) \cdot |F_\pi(s)|^2 = \frac{\pi\alpha^2}{3s} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot |F_\pi(s)|^2, \quad (2)$$

где $\sigma_{\pi^+\pi^-}^{\text{P.L.}}(s)$ сечение рождения пары точечных пионов, а $F_\pi(s)$ – электромагнитный формфактор, описывающий внутреннюю структуру пиона. Следует отметить, что эффекты поляризации вакуума включены в формфактор, и в случае расчета дисперсионного интеграла (1) необходимо вычесть этот вклад, а также добавить вклад процесса с излучением фотона пионами в конечном состоянии:

$$\sigma_{\pi^+\pi^-(\gamma)}^0(s) = \sigma_{\pi^+\pi^-}^B(s) \cdot \lambda(s) \cdot |1 - \Pi(s)|^2, \quad (3)$$

где $\lambda(s)$ – поправка учитывающая излучение фотонов в конечном состоянии пионами, $\Pi(s)$ – поляризационный оператор фотона в промежуточном состоянии.

Квадрат формфактора $|F_\pi(s)|^2$ определяется из экспериментальных данных следующим образом:

$$|F_\pi|^2 = \frac{N_{\pi\pi}}{N_{ee} + N_{\mu\mu}} \frac{\sigma_{ee}^B(1 + \delta_e)\varepsilon_e(1 - \Delta_B) + \sigma_{\mu\mu}^B(1 + \delta_\mu)\varepsilon_\mu}{\sigma_{\pi\pi}^B(1 + \delta_\pi)(1 + \Delta_{H\&D})\varepsilon_\pi}, \quad (4)$$

где N_{ee} , $N_{\mu\mu}$, $N_{\pi\pi}$ – числа электронов, мюонов и пионов, σ_{ee}^B , $\sigma_{\mu\mu}^B$, $\sigma_{\pi\pi}^B$ – борновские сечения соответствующих процессов, δ_e , δ_μ , δ_π – радиационные поправки к сечениям при выбранных условиях отбора, $\Delta_{H\&D}$ – поправка, учитывающая потерю пионов в результате ядерных взаимодействий с веществом детектора и их распады на лету в трековой системе, ε_e , ε_μ , ε_π – эффективности регистрации, определяемые триггером и алгоритмом программы реконструкции частиц, Δ_B – поправка, связанная с тормозным излучением электронов на вакуумной трубе и веществе детектора.

Величина сечения рождения пары мюонов $\sigma_{\mu\mu}^B$, в первом порядке по α , вычисляется точно в рамках квантовой электродинамики. Сравнение расчетного и измеренного в эксперименте сечений является проверкой как точности процедуры разделения событий, так и точности вычисления радиационных поправок, которые используются при его вычислении.

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ определяется из экспериментальных данных при помощи следующего выражения:

$$\sigma_{\mu\mu}^{\text{exp}} = \frac{N_{\mu\mu}}{N_{ee}} \frac{\sigma_{ee}^B (1 + \delta_e) \varepsilon_e (1 - \Delta_B)}{(1 + \delta_\mu) \varepsilon_\mu}, \quad (5)$$

где $N_{\mu\mu}/N_{ee}$ – экспериментальное отношение чисел мюонов и электронов, полученное при разделении событий. Для проверки строится отношение экспериментального сечения к теоретическому $R_\mu = \sigma_{\mu\mu}^{\text{exp}}/\sigma_{\mu\mu}^{\text{theory}}$. При этом значение $R_\mu = 1$ указывает на внутреннюю непротиворечивость анализа.

5 Разделение событий

5.1 Построение функции максимального правдоподобия

Разделение отобранных коллинеарных событий основано на информации об импульсах частиц, измеренных в трековой системе детектора. Двумерное распределение P_+ от P_- при энергии $\sqrt{s} = 2 \times 195$ МэВ показано на Рис. 9. Видны четко выраженные области, где концентрируются электроны, мюоны и пионы, а также сгущение событий вблизи диагонали гистограммы, обусловленное фоном космических частиц.

Количество частиц каждого типа определяется при минимизации следующей функции максимального правдоподобия:

$$\mathcal{L} = - \sum_{\text{events}} \ln \left(\sum_i w_i \cdot f_i(P_-, P_+) \right), \quad \sum_i w_i = 1, \quad (6)$$

где $f_i(P_-, P_+)$ – плотность вероятности для конечных состояний типа i (электроны, мюоны, пионы и космический фон) иметь измеренные импульсы P_- и P_+ в трековой системе, а $w_i = N_i/N_{\text{tot}}$ – доля событий каждого типа.

При минимизации функции (6) основными параметрами являлись переменные $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$, $N_{\mu\mu}/N_{ee}$ и $N_{\text{bg}}/(N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{\text{bg}})$, где $N_{\pi\pi}$, $N_{\mu\mu}$, N_{ee} и N_{bg} – число электронов, мюонов, пионов и фона космических частиц, соответственно. Такие переменные являются естественным выбором, позволяющим получить корректные оценки ошибок разделения с учетом корреляций между числом электронов, мюонов, пионов и фоновых космических частиц.

Функция f для процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$ является сверткой

$$f(P_-, P_+) = \int \int h^-(P_-, p_-) h^+(P_+, p_+) g(p_-, p_+) dp_- dp_+, \quad (7)$$

где $h^\pm(P_\pm, p_\pm)$ – аппаратная функция трековой системы, описывающая вероятность измерить величину импульса P_\pm , тогда как истинный импульс частицы был p_\pm . Параметры аппаратной функции детектора h определяются в процессе минимизации функции (6). Более подробно процедура получения функции h описана в Приложении А.1. Функция $g(p_-, p_+)$ – это двумерный импульсный спектр, определенный с помощью первичного генератора [18], в котором учтено излучение реальных фотонов в процессах электрон-позитронной аннигиляции. Отметим, что функция g не зависит от свойств детектора.

На Рис. 10 представлена двумерная гистограмма функции g для процесса Баба рассеяния. Повышенная плотность событий на границах гистограммы связана с излучением фотонов конечными частицами, а ее увеличение вблизи диагонали является следствием одновременного излучения фотонов с близкими энергиями парой начальных или конечных частиц. Все события без излучения фотонов находятся в канале гистограммы с наибольшим количеством событий. Верхняя граница гистограммы определяется максимальными импульсами конечных частиц, и ее значение зависит от энергии пучков. Нижняя граница 90 МэВ/с была выбрана одинаковой для всех процессов и энергий пучков. Ширина канала гистограммы 0.5 МэВ/с была выбрана как компромисс между точностью описания, ограниченной импульсным разрешением магнитного спектрометра, в лучшем случае равным 3 МэВ/с, и текущими вычислительными

возможностями. Дальнейшее уменьшение ширины канала вело к замедлению работы программы разделения событий без улучшения точности. Размер гистограмм при энергии пучков 185 МэВ составляет 190×190 для электронов, 123×123 для мюонов, 62×62 для пионов и линейно растет с энергией.

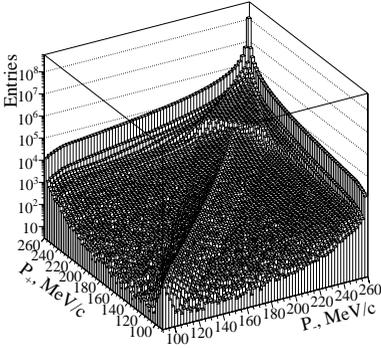


Рис. 10: Импульсный спектр событий Баба рассеяния, полученных с помощью первичного генератора

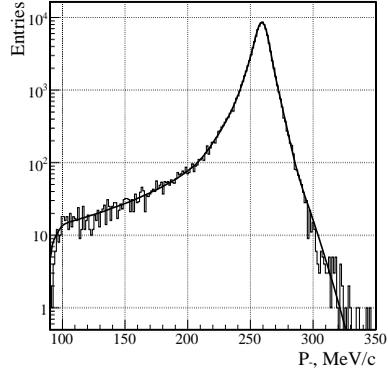


Рис. 11: Аппроксимации импульсного спектра событий Баба рассеяния, полученных в моделировании с помощью пакета Geant.

На Рис. 11 приведен пример аппроксимации импульсного спектра событий Баба рассеяния, полученного в полном моделировании [15] с использованием пакета Geant [16]. В полном моделировании детектора КМД-2 учитывались процессы взаимодействия рожденных частиц с веществом детектора и отклик чувствительных элементов детектора. Линией показана свертка аппаратной функции h и матрицы g из первичного генератора. Видно, что параметризация аппаратной функции хорошо описывает импульсное разрешение трековой системы. Пример результатов процедуры разделения частиц для моделирования и экспериментальных данных приведен на Рис. 15 и Рис. 16, соответственно. На большом числе событий моделирования, видно, что процедура разделения хорошо описала формы электронов, мюонов, пионов и космических частиц. При этом априори они были не известны и находились в процессе минимизации функции максимального правдоподобия. Это указание на то, что при разделении экспериментальных данных спектры различных типов частиц будут найдены также верно.

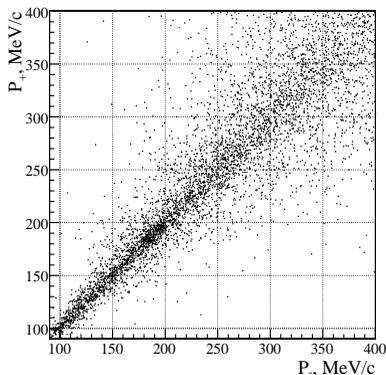


Рис. 12: Двумерное импульсное распределение космических частиц.

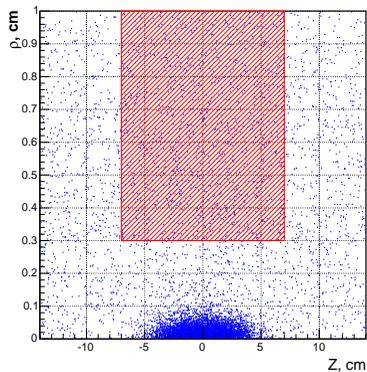


Рис. 13: Распределение космических частиц по Z -координате трека, в зависимости от значения прицельного параметра ρ . Заштрихованная область показывает отбор для определения формы импульсного распределения космического фона.

5.2 Импульсный спектр фоновых космических частиц

Алгоритм программы реконструкции событий детектора КМД-2 предполагает, что все частицы летят из места встречи пучков, поэтому космическая частица, которая пролетает вблизи оси камеры, восстанавливается как два независимых трека. Поскольку момент пролета космических частиц распределен равномерно по времени, а алгоритм реконструкции привязан к моменту встречи пучков, то время дрейфа для них определяется неправильно, импульсное разрешение ухудшается, и космическая частица восстанавливается как две частицы с разными импульсами.

Импульсный спектр космических частиц, показанный на Рис. 12, получен из экспериментальных данных. Для отбора событий использовались следующие критерии:

- В детекторе найдено коллинеарное событие, удовлетворяющее описанным выше критериям, за исключением того, что для подавления пучковых событий налагались требования, что точка трека ближайшая к пучку должна быть в пределах $0.3 < \rho < 1$ см и $|Z| < 7$ см, как показано на Рис. 13.

- На продолжении обоих треков восстановлены кластеры в цилиндрическом калориметре с энерговыделениями E_1 и E_2 , соответствующими минимально ионизирующим частицам. Для подавления фона событий Баба рассеяния на большие углы требовалось, чтобы энергия каждого кластера $E_{1,2}$ не превышала величины $0.84 \times E_{\text{beam}} - 2\sigma_E$, а полное энерговыделение в калориметре $E_1 + E_2$ было меньше, чем $2 \times 0.84 \times E_{\text{beam}} - 6\sigma_E$. В этих выражениях E_{beam} – энергия пучка, а $\sigma_E = 12 + 2 \times (E_{\text{beam}} - 185)/(260 - 185)$ является линейной аппроксимацией энергетического разрешения калориметра CsI в диапазоне энергий эксперимента.

Считая, что форма импульсного распределения космических частиц не менялась в течение эксперимента, все такие события были объединены, и их двумерное импульсное распределение аппроксимировалось с помощью описанной ниже процедуры. Поскольку импульсы соответствующих космической частице двух треков P_1 и P_2 коррелированы, как это явно видно из Рис. 12, удобно перейти к новым переменным w и v так, чтобы развернуть распределение вдоль горизонтальной оси:

$$w = \frac{1}{2}(P_1 + P_2), \quad v = P_1 - P_2. \quad (8)$$

Распределение по разнице импульсов v в случае идеального разрешения и правильной временной привязки было бы δ -функцией, но, из-за конечного разрешения, оно имеет некоторую ширину, которая растет вместе со средним импульсом w . Повернутое распределение было разбито на интервалы по 12 МэВ/спо величине среднего импульса w , и затем распределение по разнице импульсов v в каждом интервале аппроксимировалось суммой трех гауссовых распределений, как показано на Рис. 14. Такое разбиение является компромиссом между количеством событий в интервале для получения достоверных параметров разрешения и желанием использовать как можно больше разбиений для построения более гладкой зависимости от среднего импульса w .

После процедуры аппроксимации переменные w и v снова преобразуются к виду P_1 и P_2 , чтобы получить плотность вероятности $f_{\text{bg}}(P_1, P_2)$ для использования в функции (6), описанной выше.

5.3 Проверка процедуры разделения

Для проверки процедуры было проведено разделение событий, полученных с помощью “простого” моделирования, не учитывающего взаимодействие частиц с веществом детектора. Импульсы частиц, опреде-

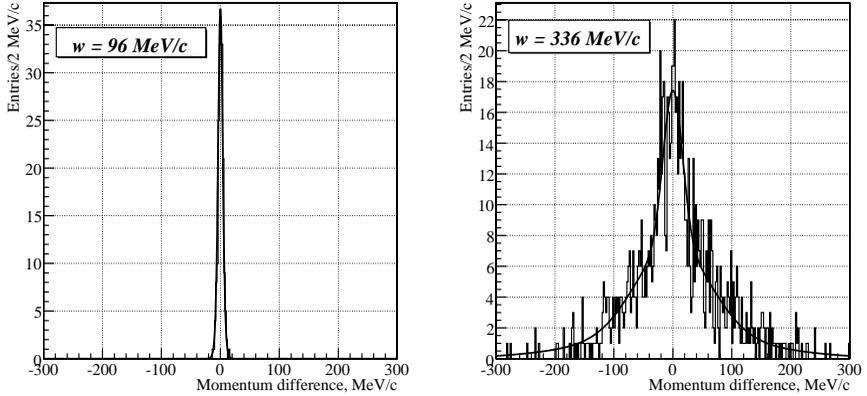


Рис. 14: Аппроксимация разницы импульсов v для различных средних импульсов w . Слева $w = 96$ МэВ/ c , справа $w = 336$ МэВ/ c .

ленные первичным генератором, разыгрывались с известным разрешением, и затем полученные распределения аппроксимировались сверткой с функцией отклика и первичным импульсным спектром. Для того, чтобы точность оценки была много лучше экспериментальной статистической ошибки, количество событий в моделировании было в 200 раз больше, чем в эксперименте. Как видно из диаграмм, приведенных в нижнем ряду Рис. 28, полученные после разделения количества частиц каждого типа оказались в хорошем согласии с теми, которые были использованы в моделировании. Разница между истинным числом частиц и числом, полученным в процессе разделения, составила: $\Delta(N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})) = 0.09 \pm 0.05 \%$, $\Delta(N_{\mu\mu}/N_{ee}) = 0.17 \pm 0.04 \%$ и $\Delta(N_{bg}/(N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{bg})) = 0.15 \pm 0.06 \%$ и в дальнейшем использовалась как оценка систематической ошибки метода.

6 Расчет поправок

6.1 Эффективность реконструкции треков

Эффективность реконструкции треков ε была определена из экспериментальных данных. Если выделить коллинеарные события по специфическому положению кластеров в калориметре CsI, без использования информации с дрейфовой камеры, а затем наложить критерии отбора,

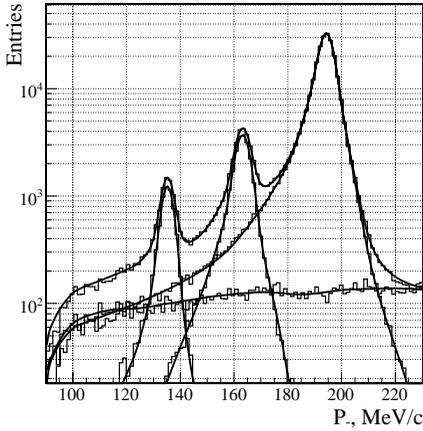


Рис. 15: Проекция двумерной аппроксимации импульсного распределения событий, полученного с помощью полного моделирования. Гистограммами показаны заложенные в моделирование вклады электронов, мюонов, пионов и фона космических частиц, а кривыми – вклады полученные в результате стандартной процедуры разделения событий.

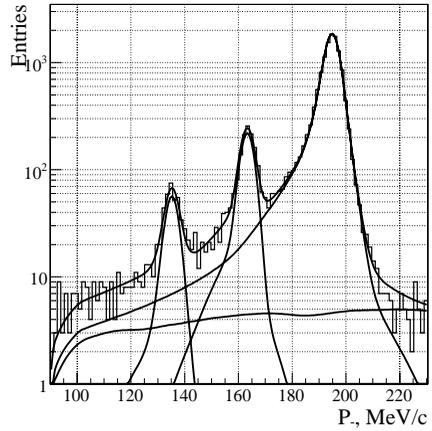


Рис. 16: Проекция двумерной аппроксимации импульсного распределения экспериментальных событий. Кривыми показаны вклады электронов, мюонов, пионов и фона космических частиц полученные в результате процедуры разделения событий.

используя информацию о восстановленных треках в дрейфовой камере, то эффективность реконструкции будет определяться отношением числа событий, прошедших коллинеарные отборы по дрейфовой камере, к числу событий, отобранных по калориметру.

Однако, в тестовый набор событий, отобранный при помощи приведенной методики, попадает значительное число фоновых космических частиц, которые имеют положение кластеров в калориметре, неотличимое от пучковых коллинеарных событий. Поскольку космические частицы представлены в основном мюонами, т.е. являются минимально ионизирующими частицами, их энерговыделения в калориметре имитируют в основном пучковые мюоны и пионы. Таким образом фон от космических частиц занижает определяемую для мюонов и пионов эффективность в гораздо большей степени, чем для событий Баба рассеяния.

Для уменьшения космического фона привлекалась информация из трековой системы. Предполагая, что вероятности не восстановить в трековой системе треки коллинеарного события независимы друг от друга, можно отбирать события, в которых восстанавливается хотя бы один трек, и, наложив на него достаточно жесткие условия, подавить фон. Тестовые события отбирались с помощью следующих условий:

- В трековой системе есть хотя бы один восстановленный трек.
- Импульс восстановленной частицы лежит в пределах $90 \text{ МэВ}/c < P < 350 \text{ МэВ}/c$.
- Прицельный параметр ρ меньше, чем 3 мм.
- Z -координата трека в точке, ближайшей к оси пучков, меньше 7 см.
- На продолжениях трека реконструированы кластеры в калориметре CsI. Условия принадлежности кластеров к продолжению трека следующие: по полярному углу – $|\theta_{\text{track}} - \theta_{\text{CsI}}| < 0.08$ рад, по азимутальному углу – $|\phi_{\text{track}} - \phi_{\text{CsI}}| < 0.08$ рад.
- Вблизи кластеров есть сработавшие сектора Z -камеры, т.е. кластеры в калориметре были образованы заряженной частицей.
- Во внешней и внутренней мюонных системах нет сработавших элементов. Это условие подавляет фон космических частиц, несколько уменьшая количество тестовых событий из-за срабатываний пробежной системы на пучковых событиях.

Эффективность реконструкции треков положительно и отрицательно заряженных частиц измерялась независимо, и полная эффективность находилась как $\varepsilon = \varepsilon_+ \times \varepsilon_-$, где ε_{\pm} – эффективность для соответствующих знаков заряда частицы.

Отобранные события были разделены на два подмножества: события Баба рассеяния с большим энерговыделением в калориметре – $0.84 \times E_{\text{beam}} - 2\sigma_E < E_{1,2} < 0.84 \times E_{\text{beam}} + 3\sigma_E$, и минимально ионизирующие частицы $E_1 + E_2 < 2 \times 0.84 \times E_{\text{beam}} - 6\sigma_E$, $10 \text{ МэВ} < E_{1,2} < 0.84 \times E_{\text{beam}} - 2\sigma_E$. Эти два подмножества использовались для определения эффективностей реконструкции всех трех типов конечных состояний.

Тестовые события, которые удовлетворяли условиям:

- Вторая реконструированная частица имеет противоположный знак заряда.
- Импульс частицы лежит в пределах $90 \text{ МэВ}/c < P < 350 \text{ МэВ}/c$.
- Прицельный параметр ρ меньше, чем 3 мм.
- Z -координата трека в точке, ближайшей к оси пучков, меньше 7 см.

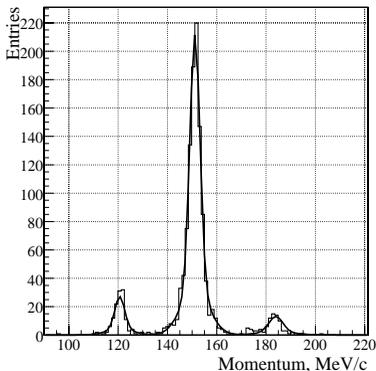


Рис. 17: Аппроксимированное импульсное распределение “эффективных” событий для минимально ионизирующих частиц при энергии пучков 185 МэВ.

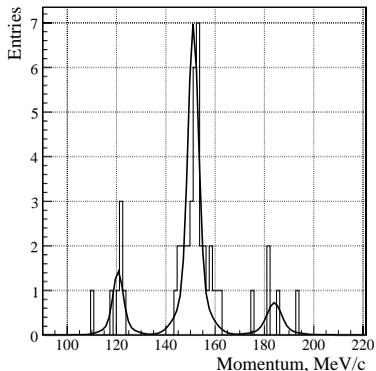


Рис. 18: Аппроксимированное импульсное распределение “неэффективных” событий для минимально ионизирующих частиц при энергии пучков 185 МэВ.

считались полностью реконструированными или “эффективными” событиями. Остальные события, не прошедшие эти критерии, считались частично реконструированными или “неэффективными”.

Импульсные распределения “эффективных” и “неэффективных” событий использовались для определения эффективности реконструкции. Подмножество “эффективных” минимально ионизирующих частиц было аппроксимировано суммой двух гауссовых распределений для каждого типа частиц (e , μ и π) и функцией, описывающей космический фон, как показано на Рис. 17. При описании распределений “неэффективных” событий форма, описывающая каждый тип событий, фиксировалась из аппроксимации “эффективных” событий, а числа событий каждого типа были свободными параметрами. Результат аппроксимации показан на Рис. 18. Полученные числа “эффективных” и “неэффективных” событий рождения пионных и мюонных пар использовались для определения эффективности реконструкции:

$$\varepsilon = \frac{N_{\text{eff}}}{N_{\text{eff}} + N_{\text{ineff}}}. \quad (9)$$

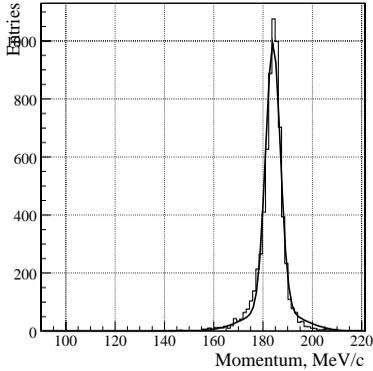


Рис. 19: Аппроксимированное импульсное распределение “эффективных” событий для событий Баба рассеяния при энергии пучков 185 МэВ.

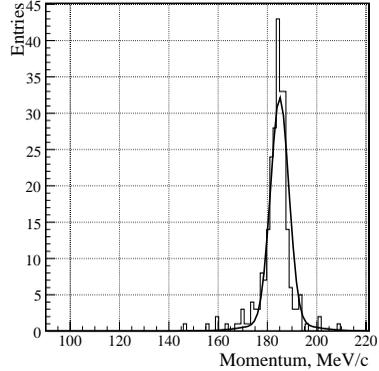


Рис. 20: Аппроксимированное импульсное распределение “неэффективных” событий для событий Баба рассеяния при энергии пучков 185 МэВ.

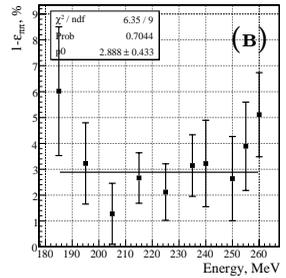
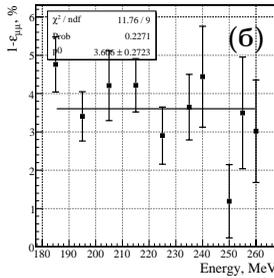
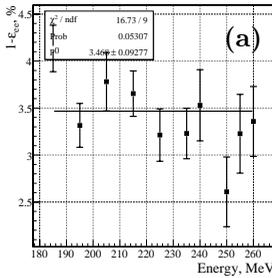


Рис. 21: Неэффективности реконструкции в трековой системе для событий Баба рассеяния (а), рождения пар мюонов (б) и пионов (в).

Поскольку фон от космических лучей и других физических процессов в отобранном тестовом наборе событий Баба рассеяния пренебрежимо мал, как это можно видеть из Рис. 19 и Рис. 20, то в этом случае эффективность определялась как отношение числа событий в гистограмме с “эффективными” событиями к полному числу событий.

Измеренные эффективности реконструкции для событий Баба рассеяния, рождения пар мюонов и пионов показаны на Рис. 21 и приведены в Таблице 1.

Таблица 1: Эффективности реконструкции для событий Баба рассеяния, рождения пар мюонов и пионов в трековой системе.

E , МэВ	ε_e	ε_μ	ε_π
185	0.959 ± 0.002	0.952 ± 0.007	0.940 ± 0.025
195	0.967 ± 0.002	0.966 ± 0.006	0.968 ± 0.016
205	0.962 ± 0.003	0.958 ± 0.009	0.987 ± 0.012
215	0.963 ± 0.002	0.958 ± 0.007	0.973 ± 0.010
225	0.968 ± 0.003	0.971 ± 0.007	0.979 ± 0.011
235	0.968 ± 0.003	0.964 ± 0.009	0.969 ± 0.012
240	0.965 ± 0.004	0.956 ± 0.013	0.968 ± 0.017
250	0.974 ± 0.004	0.988 ± 0.010	0.974 ± 0.016
255	0.968 ± 0.004	0.965 ± 0.015	0.961 ± 0.017
260	0.966 ± 0.004	0.970 ± 0.013	0.949 ± 0.016

6.2 Эффективность триггера

Как отмечалось выше, при наборе экспериментальных данных использовалось два типа триггера – “заряженный” и “нейтральный”. События с положительным решением “заряженного” триггера использовались в измерении формфактора пиона, а события с положительным решением “нейтрального” триггера использовались для измерения эффективности “заряженного” триггера. С этой целью отбирались тестовые события, удовлетворяющие следующим критериям отбора:

- Событие имеет положительное решение “нейтрального” триггера.
- Есть два и только два реконструированных кластера в калориметре.
- Расколлинеарность кластеров $|\theta_1 + \theta_2 - \pi| < 0.15$ рад, что соответствует предположению о том, что они произошли от пучковых частиц, летящих из места встречи.
- Расколлинеарность кластеров в азимутальной проекции $|||\phi_1 - \phi_2| - \pi| - \Delta_\phi| < 0.1$ рад, где Δ_ϕ угол поворота частицы в магнитном поле.
- Событие считалось мюонным или пионным, если энерговыделение в калориметре удовлетворяло условию $10 \text{ МэВ} < E_{1,2} < 0.84 \times E_{\text{beam}} - 3\sigma_E$.
- Считалось, что событие соответствует процессу Баба рассеяния, если энерговыделение в калориметре удовлетворяло условиям $0.84 \times E_{\text{beam}} - 3\sigma_E < E_{1,2} < 0.84 \times E_{\text{beam}} + 3\sigma_E$.
- Во внешней и внутренней мюонных системах нет сработавших элементов.

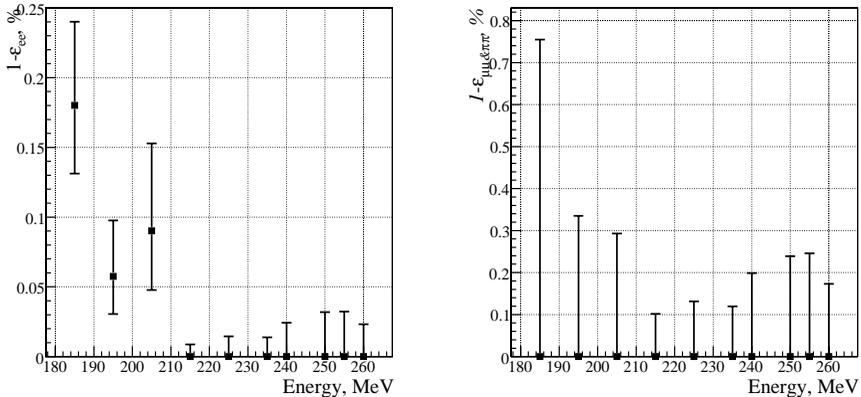


Рис. 22: Неэффективность “заряженного” триггера для событий Баба рассеяния – левый график, для мюонов и пионов – правый.

В отобранных событиях проверялось решение “заряженного” триггера и эффективность определялась как отношение числа событий с положительным решением “заряженного” триггера к полному числу отобранных тестовых событий.

Максимальная неэффективность триггера не превышает 0.2% для событий Баба рассеяния и ниже чувствительности данного метода для мюонов и пионов. Результат измерения эффективности “заряженного” триггера показан на Рис. 22. Для конечного ответа полагалось, что эффективность “заряженного” триггера равна 100% для всех типов частиц.

6.3 Поправка к сечению $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, связанная с тормозным излучением

Тормозное излучение на вакуумной трубе и веществе детектора приводит к тому, что электроны могут потерять значительную долю энергии и часть событий Баба не попадет в условия отбора. Чтобы определить долю таких событий, было проведено моделирование нескольких миллионов событий процесса Баба рассеяния с тормозным излучением на веществе детектора и без него в каждой точке по энергии. Поправка вычислялась как относительная разница количества отобранных коллинеарных событий с включенным тормозным излучением и без него. Проверка моделирования было проведена в работе [17], при изучении вероятности конверсии фотона в электрон-позитронную пару в веществе вакуумной

Таблица 2: Поправки на ядерное взаимодействие и распады пионов на лету, тормозное излучение и радиационные поправки.

E , МэВ	$\Delta_{H\&D}$, %	Δ_B , %	δ_e , %	δ_μ , %	δ_π , %
185	-3.99 ± 0.04	0.5 ± 0.1	-7.1	-4.5	-7.2
195	-3.49 ± 0.04	0.8 ± 0.1	-7.0	-4.5	-6.7
205	-3.10 ± 0.04	0.7 ± 0.1	-7.0	-4.4	-6.5
215	-2.77 ± 0.04	0.3 ± 0.1	-7.0	-4.4	-6.4
225	-2.60 ± 0.04	0.4 ± 0.1	-6.9	-4.4	-6.3
235	-2.30 ± 0.04	0.5 ± 0.1	-6.9	-4.3	-6.4
240	-2.39 ± 0.04	0.3 ± 0.1	-6.9	-4.4	-6.3
250	-2.38 ± 0.04	0.4 ± 0.1	-6.9	-4.3	-6.4
255	-2.38 ± 0.04	0.6 ± 0.1	-6.9	-4.3	-6.5
260	-2.28 ± 0.04	0.3 ± 0.1	-6.9	-4.3	-6.5

трубы и детектора. Поправка показана на Рис. 23, ее численное значение приведено в Таблице 2.

6.4 Радиационные поправки

Радиационные поправки к сечениям в зависимости от энергии показаны на Рис. 24, и их численные значения приведены в Таблице 2. Точность определения радиационных поправок к сечениям оценивается в 0.2% для каждого процесса. Более подробное описание программы расчета радиационных поправок можно найти в [18].

6.5 Поправка на ядерное взаимодействие пионов и распады на лету

Поскольку в результате ядерного взаимодействия пионов с веществом детектора или их распадов на лету событие может не пройти критерии отбора, необходимо делать соответствующую поправку к наблюдаемому числу пионных событий. Эта поправка определялась с помощью полного моделирования. Ядерные взаимодействия с веществом детектора рассчитывались с помощью пакета FLUKA [19]. Зависимость поправки от энергии приведена в Таблице 2 и показана на Рис. 25. Поправкой является относительная разница числа событий, прошедших критерии отбора в случае учета и неучета ядерного взаимодействия и распадов частиц в программе моделирования.

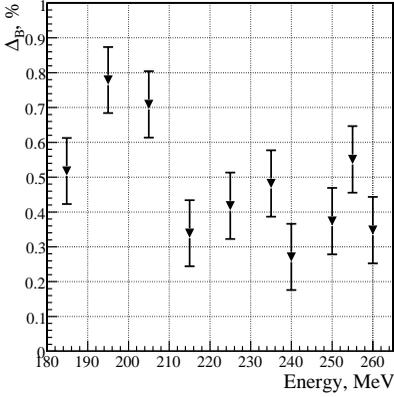


Рис. 23: Поправка на тормозное излучение.

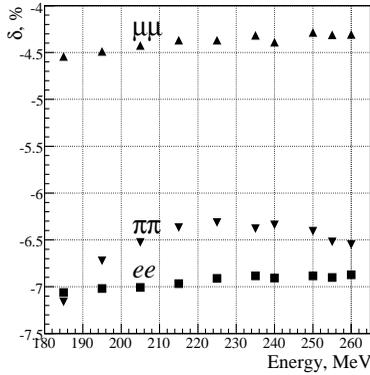


Рис. 24: Радиационные поправки для электронов, мюонов и пионов.

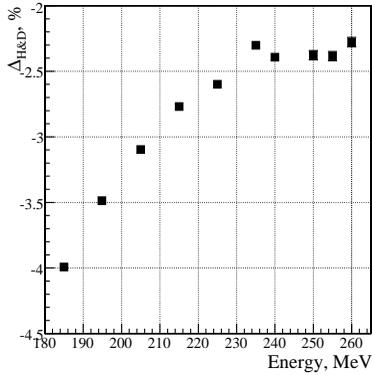


Рис. 25: Поправка на ядерное взаимодействие и распады на лету для пионов.

7 Оценка систематических ошибок

В Таблице 3 приведены различные вклады в систематическую ошибку измерения формфактора пиона. Более подробно они описаны ниже.

Таблица 3: Вклады в систематическую ошибку.

Источник ошибки	Оценка
Метод разделения событий	0.4%
Телесный угол	0.2%
Эффективность реконструкции	0.2%
Ядерное взаимодействие и распады на лету	0.2%
Радиационные поправки	0.3%
Калибровка энергии ускорителя	0.3%
Тормозное излучение	0.05%
Сумма	0.7%

7.1 Разделение событий

Систематическая ошибка, связанная с фоном космических частиц. Оценка ошибки, связанной с неточностью описания фона космических частиц, была проделана с помощью двух наборов данных, в которых использовались разные отборы по прицельному параметру до оси пучков ρ . Первый набор состоял из событий с $0.1 \text{ см} < \rho < 0.5 \text{ см}$, а второй – $0.5 \text{ см} < \rho < 1 \text{ см}$. Эти наборы были аппроксимированы согласно методу, описанному в разделе 5.2, и параметры аппроксимации использовались в разделении событий. Разница между параметром определяющим количество пионов ($N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$) в обоих вариантах в среднем составила $\Delta(N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})) = 0.32 \pm 0.17 \%$. Эта разница и остальные параметры разделения, в зависимости от энергии, показаны на Рис. 26.

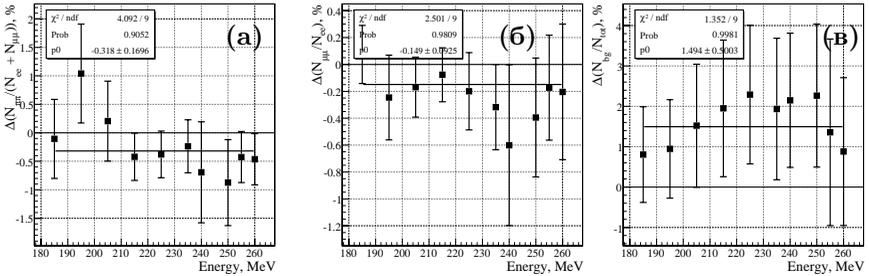


Рис. 26: Влияние формы фона космических частиц при различных отборах по прицельному параметру ρ на результаты минимизации функции разделения событий. Рисунок (а) – параметр $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$, (б) – $N_{\mu\mu}/N_{ee}$, (в) – $N_{bg}/(N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{bg})$.

Другая проверка заключалась в фиксировании количества фоновых событий при минимизации функции максимального правдоподобия равным величине, полученной из аппроксимации распределения по Z -координате точки трека ближайшей к пучку. Это возможно, поскольку место встречи пучков локализовано, тогда как распределение космических частиц практически полностью однородно в $\rho - Z$ -плоскости. Таким образом, используя распределения отобранного набора событий по Z -координате, можно статистически предсказать число фоновых событий.

Для получения формы распределения по Z -координате вершины пучковых событий использовались события Баба рассеяния, отобранные по большому энерговыделению в калориметре CsI. Эти события аппроксимировались суммой двух гауссовых распределений и параметры фиксировались. Для выделения космического фона использовались события с $\rho > 0.3$ см с энерговыделением минимально ионизирующих частиц в калориметре CsI. Это распределение аппроксимировалось симметричной функцией относительно центра камеры

$$f(z) = c_1(((c_2 z^2 + c_3)z^2 + c_4)z^2 + 1) \quad (10)$$

и ее параметры c_n фиксировались. Для получения количества фоновых событий отбирались события с использованием стандартных критериев отбора, за исключением отбора по Z -координате, где границы отбора были расширены до 20 см. Для этих событий строилось распределение по Z -координате и аппроксимировалось уже полученными распределениями с фиксированными параметрами для фона и пучковых событий. Пример распределения событий Баба рассеяния и полного набора событий по Z -координате и их аппроксимация показаны на Рис. 5. Полученное число фоновых событий использовалось при разделении событий и разница в параметре, определяющем количество пионов ($N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$), по сравнению со стандартной процедурой, в среднем составила $\Delta(N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})) = 0.20 \pm 0.22$ %. Эта разница и остальные параметры разделения, в зависимости от энергии, показаны на Рис. 27.

Ошибка метода максимального правдоподобия. Метод максимального правдоподобия дает несмещенную оценку параметров только в случае большого числа событий. Чтобы оценить возможную систематическую ошибку, связанную с этим методом, была сделана следующая проверка. С параметрами импульсного разрешения, полученными из экспериментальных данных, в соответствие с методикой, опи-

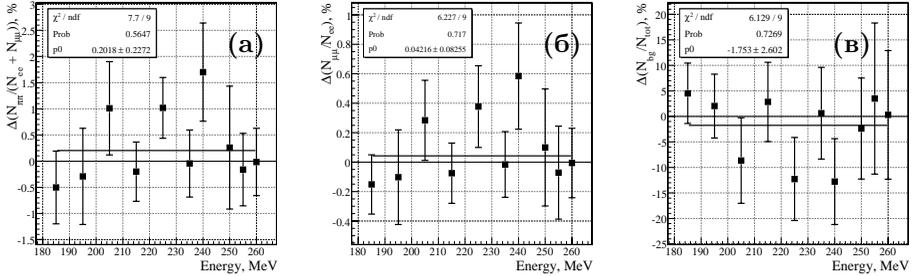


Рис. 27: Влияние способа определения количества фона космических частиц на результаты минимизации функции разделения событий. Рисунок (а) – параметр $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$, (б) – $N_{\mu\mu}/N_{ee}$, (в) – $N_{bg}/(N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{bg})$.

санной в 5.3, были сгенерированы события, количество которых превышало экспериментальное в 200 раз. Этот набор событий был разделен один раз на 200 поднаборов, а другой раз на 20. Затем каждый набор прошел через стандартный метод разделения. Средние значения после разделения для параметров минимизации $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$, $N_{\mu\mu}/N_{ee}$ и $N_{bg}/(N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{bg})$ показаны на Рис. 28.

Для первого случая (левая верхняя гистограмма) видно, что значения пионного формфактора в среднем отклонились на 0.4% от начального. Во втором случае (левая нижняя гистограмма) отклонения в среднем составили 0.1%. Таким образом, для экспериментального числа событий можно ожидать систематического отклонения в 0.4% из-за ограниченного числа событий, тогда как большая статистика подтверждает, что программа разделения не содержит ошибок, приводящих к смещенному результату.

Ошибка, связанная с неточностью описания формы распределений. Для проверки стабильности метода разделения событий была проведена следующая проверка. Из отобранных коллинеарных событиях, с помощью калориметра CsI, выделялись минимально ионизирующие частицы. Этот набор в основном состоял из пучковых мюонов, пионов и космических частиц и небольшого количества событий Баба рассеяния, что позволило определить параметры формы распределений для мюонов и пионов, значительно уменьшив влияние на них событий Баба рассеяния. С зафиксированными параметрами для мюонов и пионов и свободными для событий Баба были разделены все коллинеар-

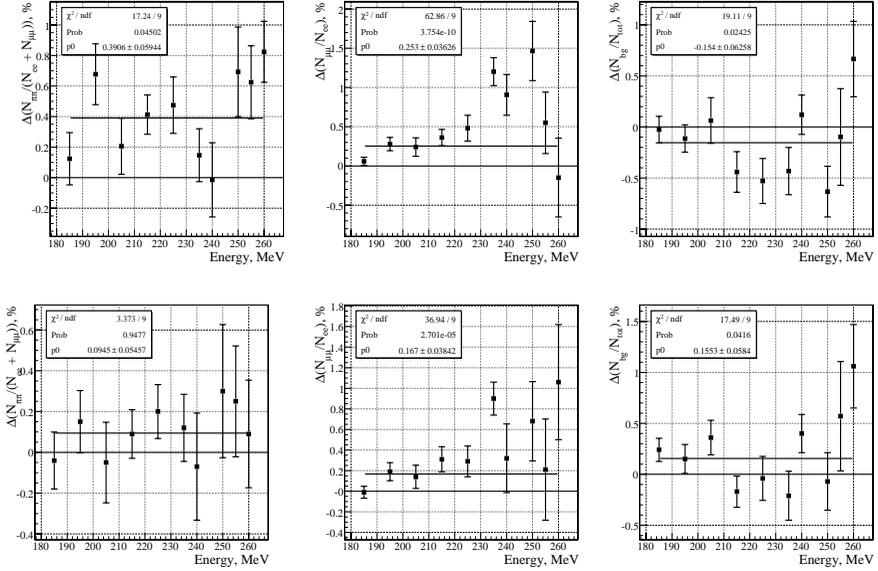


Рис. 28: Проверка метода максимального правдоподобия. В верхнем ряду гистограмм статистика поделена на 200 наборов, в нижнем ряду – на 20. Первая колонка – переменная $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$, вторая – отношение $N_{\mu\mu}/N_{ee}$, третья - $N_{bg}/(N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{bg})$.

ные события. Разница между параметром определяющим количество пионов ($N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$) с фиксированными и свободными параметрами формы распределений для мюонов и пионов в среднем составила $\Delta(N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})) = 0.55 \pm 0.38 \%$. Эта разница и остальные параметры разделения, в зависимости от энергии, показаны на Рис. 29.

7.2 Телесный угол

Точность определения телесного угла, внутри которого отбираются коллинеарные события для анализа, определяется точностью измерения Z-координаты трека в Z-камере. В соответствии с работой [20], систематическая ошибка измерения Z-координаты не превышает 0.1 мм. При длине трека порядка 30 см она приводит к смещению в полярном угле на $3 \cdot 10^{-4}$ рад и ведет к изменению сечения Баба рассеяния на 0.1%, рождения мюонов на 0.07% и пионов – 0.05%.

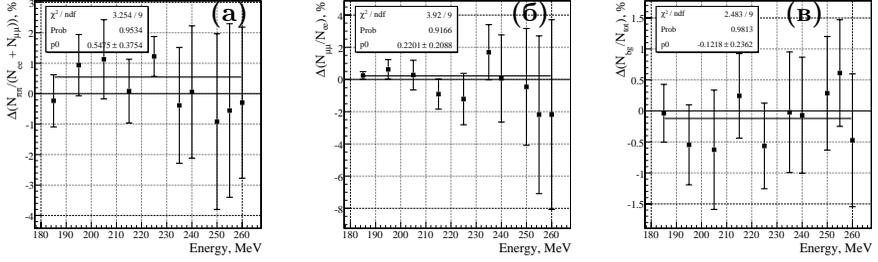


Рис. 29: Влияние фиксации параметров формы распределений мюонов и пионов на результаты минимизации функции разделения событий. Рисунок (а) – параметр $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$, (б) – $N_{\mu\mu}/N_{ee}$, (в) – $N_{bg}/(N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{bg})$.

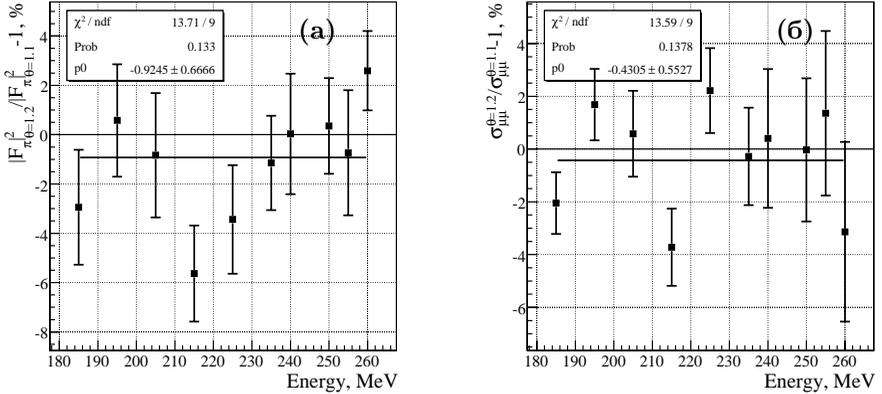


Рис. 30: Влияние отбора по телесному углу θ_{\min} при его изменении с $\theta_{\min} = 1.1$ до $\theta_{\min} = 1.0$ на измеренные величины формфактора пиона (а) и сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (б).

Так как $d\sigma(\theta)/d\theta \neq \text{const}$, конечное угловое разрешение также приводит к изменению видимого сечения на величину $\Delta\sigma(\theta) = \sigma_\theta^2/2 \cdot d^2\sigma(\theta)/d\theta^2$. При угловом разрешении порядка 0.01 рад, число отобранных событий e^+e^- рассеяния изменится на 0.09%, $\mu^+\mu^-$ на 0.0014% и $\pi^+\pi^-$ на -0.013% . Эффекты разрешения учитывались при расчете радиационных поправок.

На Рис. 30 показана относительная разница пионного и мюонного сечений во весь телесный угол измеренных для двух значений $\theta_{\min} = 1.1$ и 1.0 . При таком изменении отбора пионное сечение меняется на $\sigma_{\pi\pi}(\theta_{\min} = 1.0)/\sigma_{\pi\pi}(\theta_{\min} = 1.1) - 1 = 15\%$, мюонное – на $\sigma_{\mu\mu}(\theta_{\min} = 1.0)/\sigma_{\mu\mu}(\theta_{\min} = 1.1) - 1 = 21\%$ и сечение Баба – на $\sigma_{ee}(\theta_{\min} = 1.0)/\sigma_{ee}(\theta_{\min} = 1.1) - 1 = 30\%$. Однако, как видно из рисунка, борновское сечение во весь телесный угол поменялось слабо, и это разница может быть объяснена статистическими флуктуациями разницы числа событий при различных отборах.

7.3 Эффективность реконструкции

Как было показано в 6.1, неэффективность реконструкции составляет около 3.5%. Так как значение формфактора определяется в основном отношением чисел пионов и электронов, то решающим вкладом является разница эффективностей $\varepsilon_{\pi,\mu} - \varepsilon_e$ между электронами и минимально ионизирующими частицами в трековой системе, которая не превышает 0.2% и используется как оценка вклада в общую систематическую ошибку.

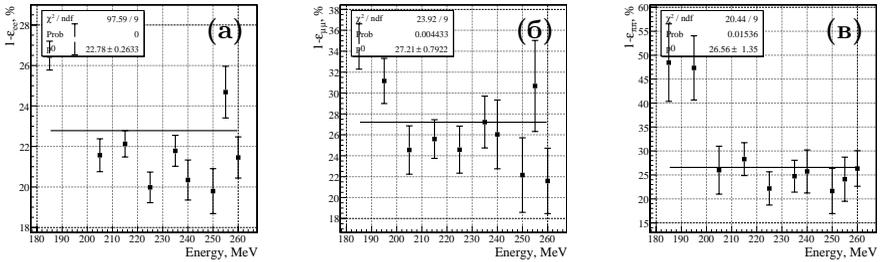


Рис. 31: Неэффективность реконструкции треков в дрейфовой камере при отборе по прицельному параметру $\rho < 0.5$ мм. Рисунок (а) – события Баба рассеяния, (б) – рождение пары мюонов, (в) – рождение пары пионов.

Для проверки процедуры определения эффективности реконструкции был изменен отбор по прицельному параметру ρ с 3 мм до 0.5 мм. В таких критериях отбора эффективность сильно падает, что дает возможность проверить процедуру в предельном случае. На Рис. 31 показана неэффективность для электронов, мюонов и пионов с отбором по прицельному параметру $\rho < 0.5$ мм. Как можно видеть эффективность упала для различных процессов по разному – особенно сильно для пионов с

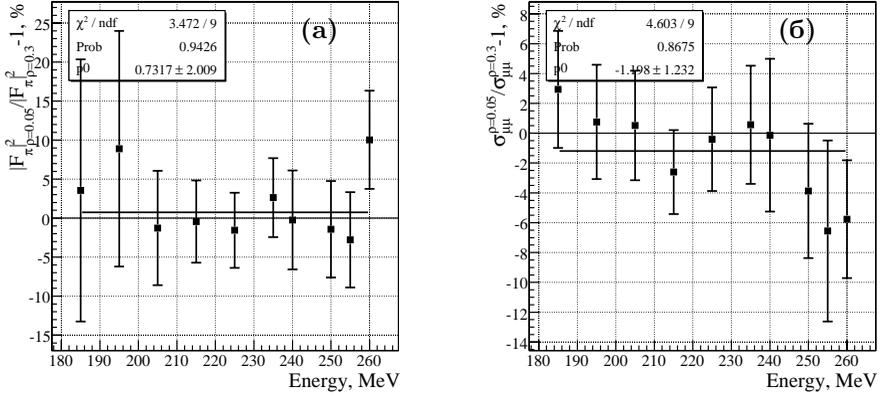


Рис. 32: Влияние отбора по прицельному параметру ρ при его изменении с $\rho < 3$ мм до $\rho < 0.5$ мм на измеренные величины формфактора пиона (а) и сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (б).

малыми импульсами, что объясняется сильным влиянием многократного рассеяния в веществе детектора. Тогда как средние величины формфактора пиона и сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ изменились незначительно и находится в пределах статистических флуктуаций, как проиллюстрировано на Рис. 32. Видно, что процедура определения эффективности реконструкции верно учла изменение критериев отбора.

7.4 Ядерные взаимодействия и распады пионов на лету

Точность вычисления этой поправки ограничена знанием сечений ядерных взаимодействий пионов с веществом детектора, а также количеством вещества, через которое проходят пионы. Вклад в систематическую ошибку от распадов пионов на лету пренебрежимо мал, т.к. в основном это геометрическая эффективность, которая точно воспроизводится моделированием. Ядерные взаимодействия моделировались при помощи пакета FLUKA [19]. Этот пакет обеспечивает точность учета ядерных взаимодействий низкоэнергетичных пионов порядка 10%, что ведет к точности 0.2% в определении величины этой поправки.

7.5 Ошибка, связанная с точностью определения энергии пучков в накопителе

При наборе экспериментальных данных в описываемом диапазоне энергий определение энергии пучков методом резонансной деполяризации не производилось. Точность энергии определялась точностью измерения магнитного поля в поворотных магнитах накопителя и точностью определения периметра орбиты и составила $\Delta E/E \sim 10^{-3}$, что ведет к систематической ошибке в величине $d|F_\pi(E)|^2/dE \cdot \Delta E$ порядка 0.3%.

7.6 Поправка на тормозное излучение электронов в веществе детектора

Значение этой поправки порядка 0.5%, а ее точность определяется точностью измерения толщины вакуумной трубы и знанием количества вещества в первой половине трековой системы. Точность поправки оценивается в 10% и, соответственно, результирующая систематическая ошибка равна 0.05%.

8 Обсуждение результатов

После процедуры разделения событий и учета поправок были получены интегралы светимости в каждой энергетической точке, экспериментальные значения R_μ , сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и формфактора пиона, а также пионное сечение для вычисления дисперсионного интеграла (1). Эти значения, измеренные в 10 точках по энергии, представлены в Таблице 4.

Отношение R_μ . Полученное отношение $R_\mu = \sigma_{\mu\mu}^{\text{exp}}/\sigma_{\mu\mu}^{\text{theory}}$ показано на Рис. 33. Разница экспериментального значения и его теоретического расчета, в среднем по всем энергиям, составила $2.0 \pm 1.3_{\text{stat}} \pm 0.7_{\text{syst}}\%$. К сожалению, экспериментальная статистика в этом диапазоне энергий не позволила проверить теоретические расчеты с лучшей точностью. На данный момент это первое прямое сравнение экспериментальных данных и теоретических расчетов на уровне 1% в области низких энергий.

Аппроксимация экспериментальных данных Для описания зависимости величины формфактора от энергии совместно с другими данными КМД-2 [11, 12] использовалась модель векторной доминантности

Таблица 4: Интегралы светимости, отношение R_μ , сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, электромагнитный формфактор заряженного пиона $|F_\pi|^2$ и сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ для вычисления дисперсионного интеграла (1). Показаны только статистические ошибки.

E , МэВ	\mathcal{L} , нб $^{-1}$	$(R_\mu - 1)$, %	$\sigma_{\mu\mu}^{\text{Born}}$, нб	$ F_\pi ^2$	$\sigma_{\pi\pi(\gamma)}$, нб
185	8.11 ± 0.06	-0.1 ± 2.7	605.1 ± 16.2	2.05 ± 0.12	92.5 ± 5.6
195	6.20 ± 0.06	-4.9 ± 3.1	523.7 ± 17.3	1.83 ± 0.12	89.6 ± 5.9
205	4.69 ± 0.05	-5.0 ± 3.9	476.7 ± 19.4	1.98 ± 0.14	100.8 ± 7.0
215	8.57 ± 0.07	2.1 ± 3.2	468.1 ± 14.8	2.52 ± 0.11	130.6 ± 5.9
225	5.76 ± 0.06	-1.9 ± 4.2	412.6 ± 17.8	2.69 ± 0.15	139.4 ± 7.6
235	6.78 ± 0.07	-3.3 ± 4.2	373.9 ± 16.3	2.83 ± 0.14	145.2 ± 7.4
240	4.04 ± 0.06	-11.2 ± 5.7	329.7 ± 21.1	3.02 ± 0.20	153.5 ± 10.3
250	3.38 ± 0.05	0.1 ± 7.3	343.4 ± 25.1	3.24 ± 0.24	161.3 ± 11.8
255	3.41 ± 0.05	1.8 ± 8.1	336.0 ± 26.7	3.83 ± 0.25	187.8 ± 12.5
260	4.85 ± 0.07	3.0 ± 8.0	327.4 ± 25.3	3.52 ± 0.21	170.3 ± 10.3

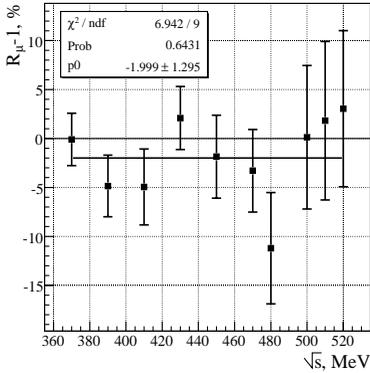


Рис. 33: Отношение экспериментального сечения рождения мюонов к его теоретическому предсказанию R_μ .

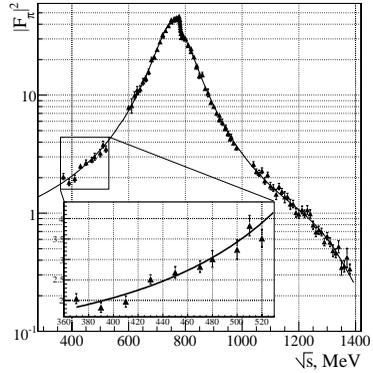


Рис. 34: Аппроксимация формфактора совместно с другими данными КМД-2.

в форме:

$$F_\pi(s) = \frac{\text{BW}_{\rho(770)}^{\text{GS}}(s) \cdot \left(1 + \delta \frac{s}{M_\omega^2} \text{BW}_\omega(s)\right) + \beta \cdot \text{BW}_{\rho(1450)}^{\text{GS}}(s)}{1 + \beta}, \quad (11)$$

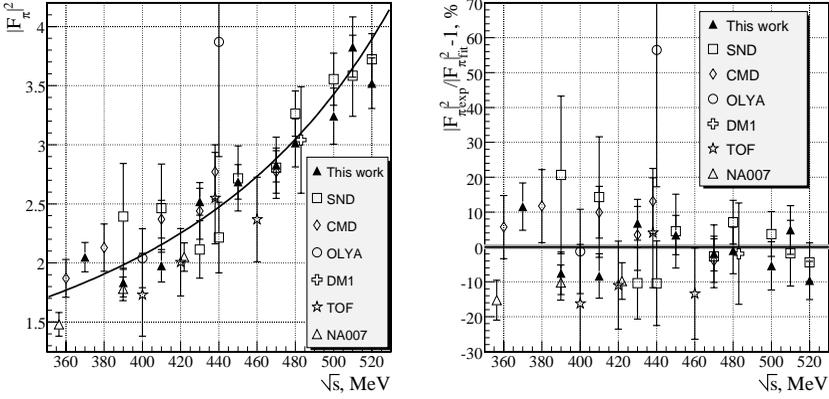


Рис. 35: Сравнение с другими экспериментами. На левом графике показаны измеренные значения пионного формфактора, на правом – их относительная разница с кривой, описывающей поведение формфактора, полученной в данной работе. Показаны данные КМД-2(данная работа), СНД [13], КМД, ОЛЯ [8], DM1 [22], TOF [23] и NA007 [24].

где $BW_\rho^{GS}(s)$ – параметризация ρ -мезона на основе модели Гунариса-Сакураи [21], $BW_\omega(s)$ – параметризация ω -мезона релятивистским Брейт-Вигнером, δ и β модельные параметры, описывающие вклад ρ – ω -интерференции и вышележащего состояния $\rho(1450)$, соответственно. Эта же параметризация использовалась для описания экспериментальных данных в районе ρ -мезона [11].

На Рис. 34 представлена аппроксимация формфактора во всем диапазоне энергий ВЭПП-2М. Величина χ^2 составила $\chi^2/\text{n.d.f.} = 122.9/111$, что соответствует вероятности $P(\chi^2/\text{n.d.f.}) = 0.21$. При аппроксимации были свободны следующие параметры: m_ρ , Γ_ρ , $m_{\rho'}$, $\Gamma_{\rho'}$, δ и β . Эти параметры здесь не обсуждаются, так как аппроксимация формфактора нужна только для сравнения с другими экспериментами в этой области энергий и получением величины электромагнитного радиуса пиона $\langle r_\pi^2 \rangle$. На Рис. 35 приведены измеренные значения пионного формфактора полученные в данной работе и в предыдущих экспериментах в этом диапазоне энергий и их относительная разница с кривой, описывающей поведение формфактора. Среднее отклонение точек данной работы составило $\Delta = -0.65 \pm 1.87\%$. Для измерения КМД [8] это отклонение составило $\Delta = 5.1 \pm 3.4\%$, для измерения СНД [13] – $\Delta = 0.35 \pm 2.64\%$,

для измерения с детектора ОЛЯ [8] – $\Delta = 3.7 \pm 11.6\%$, для измерения с детектора DM1 [22] – $\Delta = -1.9 \pm 14.5\%$, для измерения с детектора TOF [23] – $\Delta = -9.5 \pm 7.1\%$ и для измерения с детектора NA007 [24] – $\Delta = -11.5 \pm 3.1\%$. Данные экспериментов на встречных электрон-позитронных пучках находятся в хорошем согласии друг с другом – среднее расхождение не превышает 1.5 стандартных отклонения, тогда как с экспериментом NA007 оно достигает почти 4 стандартных отклонений, что может указывать на неучтенные систематические ошибки в этой работе.

Электромагнитный радиус пиона. В нерелятивистском пределе формфактор бесспиновой частицы соответствует распределению заряда в импульсном представлении:

$$F_{\pi}(q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}} d\vec{r} \quad \text{и} \quad F_{\pi}(0) = \int \rho(\vec{r}) d\vec{r} = 1.$$

При малых q^2 , разлагая это представление в ряд, получим:

$$F_{\pi}(q^2) = F_{\pi}(0) + q^2 \frac{dF_{\pi}(q^2)}{dq^2} = 1 - \frac{q^2}{6} \langle r_{\pi}^2 \rangle,$$

где $\langle r_{\pi}^2 \rangle = \int \rho(\vec{r}) r^2 d\vec{r}$ – среднеквадратичное распределение плотности заряда внутри пиона. Таким образом:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 6 \left. \frac{dF_{\pi}(s)}{ds} \right|_{s=0}.$$

На основе вышеприведенной аппроксимации была получена величина среднеквадратичного электромагнитного радиуса пиона $\langle r_{\pi}^2 \rangle$:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 0.4219 \pm 0.0010 \pm 0.0012 \text{ фм}^2,$$

где первая ошибка – статистическая, а вторая систематическая. Это значение хорошо согласуется с результатом полученным в работе [8], который также, как и в данной работе, использовал параметризацию ρ -мезона в модели Гунариса-Сакураи, $\langle r_{\pi}^2 \rangle = 0.422 \pm 0.003 \pm 0.013 \text{ фм}^2$. Также есть хорошее согласие с результатами NA007 из пространственноподобной области представленные в работе [25], где в простой полюсной модели – $\langle r_{\pi}^2 \rangle = 0.431 \pm 0.01 \text{ фм}^2$, а в более сложной модели с реалистичной фазой $\pi\pi$ -рассеяния – $\langle r_{\pi}^2 \rangle = 0.439 \pm 0.008 \text{ фм}^2$. К сожалению, при аппроксимации, в этой работе не использовались данные по формфактору пиона во времениподобной области, что могло бы сузить выбор моделей.

9 Заключение

В данной работе представлены результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в диапазоне энергий 370-520 МэВ в с.ц.м. Проведена прямая проверка предсказания КЭД для сечения рождения мюонов. Электромагнитный формфактор заряженного пиона измерен с лучшей в мире статистической и систематической точностью на экспериментах со встречными электрон-позитронными пучками. Используя все данные по формфактору пиона, полученные на детекторе КМД-2, найдена величина его электромагнитного радиуса.

Данная работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований, гранты 03-02-16477, 03-02-16280, 04-02-16217, 04-02-16223 и 04-02-16434.

А Приложение

А.1 Построение аппаратной функции трековой системы

Программа реконструкции событий в детекторе определяет импульсы частиц, но более удобной переменной для параметризации разрешения трековой системы является стрелка прогиба трека, т.к. распределение по этому параметру, в отличие от импульсного распределения, более симметрично. Поэтому разрешение трековой системы было аппроксимировано гауссовым распределением по параметру стрелки прогиба трека и затем пересчитано в разрешение по импульсу. Преобразование из гауссовой функции в стрелку прогиба в импульсное разрешение проводится с помощью следующего выражения:

$$f(r, r_0, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left(\frac{r}{\sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}} - 1 \right) \times \exp \left\{ -\frac{\left(r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}} - \left(r_0 - \sqrt{r_0^2 - \frac{l^2}{4}} \right) \right)^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (12)$$

где $r[\text{см}] = P/0.3H$ – измеренный радиус трека частицы с импульсом P [МэВ/с] в однородном магнитном поле H [кГс], $r_0 = P_0/0.3H$ – истин-

ный радиус, l – длина хорды трека внутри дрейфовой камеры, в нашем случае $l = 26$ см, σ – разрешение в стрелке прогиба трека. Так как в реальных экспериментальных условиях каждое событие имеет разное число точек на треке, разную длину трека, изменяющийся полярный угол и т.д., при описании импульсного разрешения использовалась сумма трех f -функций с разными дисперсиями σ_1 , σ_2 и σ_3 :

$$h(r, r_0, w_1, w_2, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = w_1 f(r, r_0, \sigma_1) + w_2 f(r, r_0, \sigma_2) + w_3 f(r, r_0, \sigma_3), \quad \sum_i w_i = 1. \quad (13)$$

Для учета возможного сдвига энергии пучков, ионизационных потерь в вакуумной трубе и материале трековой системы, а также конечного размера g матрицы, был введен общий сдвиг импульса частицы $P \rightarrow P + \Delta P$, который также варьировался при минимизации функции максимального правдоподобия. При минимизации параметр ΔP оказался равен для электронов меньше, чем 0.3 МэВ/с для всех энергий, а для мюонов и пионов изменялся от 1.5 МэВ/с в точке 185 МэВ до 0.5 МэВ/с, что объясняется ростом ионизационных потерь при уменьшении скорости частиц.

Из-за особенностей трековой системы, импульсное разрешение для положительно и отрицательно заряженных частиц разное. Поэтому для описания импульсных распределений частиц разного знака, в функции максимального правдоподобия использовались разные наборы значений параметров. Кроме того, из-за различия энергетических потерь в среде детектора, значения параметров функции, описывающей импульсное разрешение, зависят от типа частиц.

А.2 Поправка к импульсному спектру электронов, связанная с тормозным излучением в веществе детектора

Взаимодействие электронов и позитронов с веществом детектора приводит к тому, что измеренный импульсный спектр не совпадает с первоначальным спектром родившихся частиц. Для учета влияния вещества перед трековой системой и внутри нее на измеренный импульсный спектр, был смоделирован набор из 1 миллиона событий электрон-позитронного рассеяния при энергии 260 МэВ с помощью первичного генератора, в котором не была включена возможность излучения реальных фотонов. В моделировании учитывалось только тормозное излучение на веществе. Полученный спектр тормозного излучения, с корректным учетом геометрии и количества вещества, использовался как ядро свертки со спектром,

полученным с помощью первичного генератора в программе разделения частиц, в котором учитывалось излучение реальных фотонов.

Список литературы

- [1] *T. Kinoshita, B. Nizić and Y. Okamoto.* Hadronic contributions to the anomalous magnetic moment of the muon, *Phys. Rev. D*, **31**, 1985, p.2108.
- [2] *G.W. Bennett, B. Bousquet, H.N. Brown et al.* Final report of the muon E821 anomalous magnetic moment measurement at BNL, *Phys. Rev. D*, **73**, 2006, 072003, p.1, [arXiv:hep-ex/0602035].
- [3] *M. Davier, S. Eidelman, A.Höcker and Z. Zhang* Updated estimate of the muon magnetic moment using revised results from e^+e^- annihilation, *Eur. Phys. J. C*, **31**, 2003, p.503.
- [4] *R. Barate, D. Buskulic, D. Decamp et al.* Measurement of the spectral functions of vector current hadronic tau decays, *Z. Phys. C*, **76**, 1997, p.15.
- [5] *K. Ackerstaff, G. Alexander, J. Allison et al.* Measurement of the strong coupling constant α_s and the vector and axial vector spectral functions in hadronic tau decays, *Eur. Phys. J. C*, **7**, 1999, p.571.
- [6] *S. Anderson, V.V. Frolov, Y. Kubota et al.* Hadronic structure in the decay $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$, *Phys. Rev. D*, **61**, 2000, p.112002.
- [7] *В.В. Анашин, И.Б. Вассерман, В.Г. Вещеревич и др.* Электрон-позитронный накопитель-охладитель БЭП, Препринт ИЯФ **84-114**, Новосибирск, 1984.
- [8] *L.M. Barkov, A.G. Chilingarov, S.I. Eidelman et al.* Electromagnetic pion form-factor in the timelike region, *Nucl. Phys. B*, **256**, 1985, p.365.
- [9] *Г.А. Аксенов, В.М. Аульченко, Л.М. Барков и др.* Проект детектора КМД-2, Препринт ИЯФ 85-118, Новосибирск, 1985.
E.V. Anashkin, V.M. Aulchenko, S.E. Baru et al. General Purpose Cryogenic Magnetic Detector CMD-2 for Experiments at The VEPP-2M Collider, *ICFA Instrumentation Bulletin*, 1988, **v.5**, p.18.
- [10] *В.М. Аульченко, В.А. Аксенов, П.М. Бесчастнов и др.* СНД – Сферический Нейтральный Детектор для ВЭПП-2М, Препринт ИЯФ **87-36**, Новосибирск, 1987.
- [11] *R.R. Akhmetshin, E.V. Anashkin, A.B. Arbuzov et al.* Measurement of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross section with CMD-2 around ρ -meson, *Phys. Lett. B*, **527**, 2002, p.161, [arXiv:hep-ex/0112031].

- R.R. Akhmetshin, E.V. Anashkin, A.B. Arbuzov et al.* Reanalysis of hadronic cross section measurements at CMD-2, Phys. Lett. B, **578**, 2004, p.285, [arXiv:hep-ex/0308008].
- [12] *V.M. Aulchenko, R.R. Akhmetshin, V.Sh. Banzarov et al.* Measurement of the pion form factor in the energy range 1.04 GeV-1.38 GeV with the CMD-2 detector, JETP Lett., **82**, 2005, p.743, [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz., **82**, 2005, p.841], [arXiv:hep-ex/0603021].
- [13] *M.N. Achasov, K.I. Beloborodov, A.V. Berdyugin et al.* Study of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ in the energy region $400 \text{ MeV} < \sqrt{s} < 1000 \text{ MeV}$, J. Exp. Theor. Phys. **101**, 2005, p.1053, [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **101**, 2005, p.1201], [arXiv:hep-ex/0506076].
M.N. Achasov, K.I. Beloborodov, A.V. Berdyugin et al. Pion form factor at SND (new edition), [arXiv:hep-ex/0604052].
- [14] *E.V. Anashkin, V.M. Aulchenko, V.E. Fedorenko et al.* Z-Chamber and the Trigger of the CMD-2 Detector, Nucl. Instr. Meth. A, **323**, 1992, p.178.
- [15] *E.V. Anashkin, A.E. Bondar, N.I. Gabyshev et al.* CMD-2 Detector Simulation, Preprint INP **99-1**, Novosibirsk, 1999.
- [16] *R. Brun, F. Bruyant, M. Maire et al.* GEANT3. User's guide, CERN DD/EE/84-1, Geneve, 1987.
- [17] *В.М. Аулченко, Р.Р. Ахметшин, В.Ш. Банзаров и др.* Изучение распадов ρ и ω -мезонов в псевдоскалярный мезон и e^+e^- пару с детектором КМД-2, Препринт ИЯФ **2004-72**, Новосибирск, 2004.
- [18] *A.B. Arbuzov, G.V. Fedotovitch, F.V. Ignatov et al.* Monte-Carlo generator for e^+e^- annihilation into lepton and hadron pairs with precise radiative corrections, Eur. Phys. J. **C00**, 2006, p.1.
A.B. Arbuzov, G.V. Fedotovitch, F.V. Ignatov et al. Monte-Carlo generator for the processes $e^+e^- \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-, \pi^+\pi^-$ and $K^+K^-, K_L K_S$ with precise radiative corrections at low energies, Preprint INP **2004-70**, Novosibirsk, 2004.
- [19] *A. Fassó, A. Ferrari, S. Roesler et al.* The physics models of FLUKA: Status and recent development, eConf. **C0303241**, 2003, p.MOMT005, [arXiv:hep-ph/0306267].
- [20] *E.V. Anashkin, G.V. Fedotovitch, A.A. Grebeniuk et al.* Z-chamber of the CMD-2 detector, Preprint INP **99-84**, Novosibirsk, 1999.
- [21] *G.J. Gounaris and J.J. Sakurai.* Finite-width corrections to the vector-meson-dominance prediction for $\rho \rightarrow e^+e^-$, Phys. Rev. Lett. **21**, 1968, p.244.

- [22] *A. Quenzer, M. Ribes, F. Rumpf et al.* Pion form-factor from 480 MeV to 1100 MeV (Talk), Phys. Lett. B, **76**, 1978, p.512.
- [23] *I.B. Vasserman, P.M. Ivanov, G.Ya. Kezerashvili et al.* Pion form-factor measurement in the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ for energies within the range from 0.4 GeV to 0.46 GeV, Yad. Fiz. **33**, 1981, p.709. [Sov. J. Nucl. Phys., **33** (1981) 368].
- [24] *S.R. Amendolia, B. Badelek, G. Batignani et al.* Measurement of the pion form-factor in the timelike region for q^2 values between 0.1 GeV/ c^2 and 0.18 GeV/ c^2 , Phys. Lett. B, **138**, 1984, p.454.
- [25] *S.R. Amendolia, M. Arik, B. Badelek et al.* A measurement of the space-like pion electromagnetic form-factor, Nucl. Phys. B, **277**, 1986, p.168.

Содержание

1	Введение	3
2	Набор данных	4
3	Отбор коллинеарных событий	6
4	Определение формфактора пиона	9
5	Разделение событий	10
5.1	Построение функции максимального правдоподобия	10
5.2	Импульсный спектр фоновых космических частиц	13
5.3	Проверка процедуры разделения	14
6	Расчет поправок	15
6.1	Эффективность реконструкции треков	15
6.2	Эффективность триггера	20
6.3	Поправка к сечению $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, связанная с тормозным излучением	21
6.4	Радиационные поправки	22
6.5	Поправка на ядерное взаимодействие пионов и распады на лету	22
7	Оценка систематических ошибок	23
7.1	Разделение событий	24
7.2	Телесный угол	27
7.3	Эффективность реконструкции	29
7.4	Ядерные взаимодействия и распады пионов на лету	30
7.5	Ошибка, связанная с точностью определения энергии пучков в накопителе	31
7.6	Поправка на тормозное излучение электронов в веществе детектора	31
8	Обсуждение результатов	31
9	Заключение	35
A	Приложение	35
A.1	Построение аппаратной функции трековой системы	35
A.2	Поправка к импульсному спектру электронов, связанная с тормозным излучением в веществе детектора	36

В.М. Аульченко, Р.Р. Ахметшин, В.Ш. Банзаров и др.

**Измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$
на детекторе КМД-2 в диапазоне энергий 370 – 520 МэВ**

V.M. Aulchenko, R.R. Akhmetshin, V.Sh. Banzarov et al.

**Measurement of the cross-section
of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ at the CMD-2 detector
in the 370 – 520 MeV energy range**

ИЯФ 2006-43

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев
Работа поступила 3.09.2006 г.

Сдано в набор 4.09.2006 г.

Подписано в печать 5.09.2006 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.2 печ.л., 1.8 уч.-изд.л.

Тираж 110 экз. Бесплатно. Заказ № 43

Обработано на ИВМ РС и отпечатано на
ротапринте "ИЯФ им. Г.И. Будкера РАН"

Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.