

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
им. Г.И. Будкера СО РАН

А.В. Бондаренко, С.В. Мигинский

РАСЧЁТ И МИНИМИЗАЦИЯ  
ТЕРМИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ  
ЗЕРКАЛ В РЕЗОНАТОРЕ ЛАЗЕРА  
НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

ИЯФ 2004-20

Новосибирск  
2004

# **Расчёт и минимизация термической деформации зеркал в резонаторе лазера на свободных электронах**

*A.V. Bondarenko, S.V. Miginsky*

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
630090, Новосибирск, Россия

## **Аннотация**

Разработан код для симуляции термической деформации аксиально-симметричных зеркал. Показано, что при определенных параметрах зеркала его кривизна не меняется при нагреве. Рассмотрена возможность оптимизации зеркал мощного ЛСЭ в ИЯФ. В первой очереди ЛСЭ оптимизация зеркал не целесообразна. Во второй очереди ЛСЭ оптимальные зеркала обладают вдвое большей термической стойкостью по сравнению с неоптимальными.

## **Simulation and minimization of thermal deformation of mirrors in a resonator of free electron laser**

*A.V. Bondarenko, S.V. Miginsky*

Budker Institute of Nuclear Physics  
630090, Novosibirsk, Russia

## **Abstract**

A simulation code for axisymmetric optical mirrors has been developed. It was found that the curvature of a mirror is conserved while heating, if its sizes are optimal. Optimization of the mirrors of BINP high-power FEL was considered. In the first-stage FEL optimization is senseless. In the full-scale machine the optimized mirrors have twice thermal durability as the non-optimal ones.

---

## **Введение**

В настоящее время в ИЯФе идёт строительство лазера на свободных электронах. Планируемая мощность первой очереди лазера до 10 kW в субмиллиметровом диапазоне длин волн.

При конструировании мощных лазеров актуальной становится проблема деформации зеркал оптических резонаторов в результате нагрева поглощаемой мощностью. Основным следствием термических деформаций является изменение радиусов кривизны зеркал, абберациями же можно пренебречь [4]. Изменение радиусов кривизны зеркал резонатора приводит к изменению моды в резонаторе, то есть к увеличению её размера в области ограниченной апертуры. Это в свою очередь приводит к уменьшению коэффициента усиления света и увеличению потерь в резонаторе и лимитирует максимальную мощность излучения [1].

### **1. Постановка задачи**

Так как уменьшение поглощаемой мощности возможно только за счет применения многослойных покрытий, что сразу же приводит к резкому ограничению диапазона перестройки и удорожанию конструкции, то можно попытаться подобрать форму зеркала с минимально деформируемой от нагрева внутренней поверхностью. То есть нужно для заданного радиуса кривизны внутренней поверхности зеркала и для заданного распределения падающей мощности найти оптимальную толщину зеркала и оптимальный радиус кривизны наружной поверхности зеркала.

### **2. Решение задачи**

Поставленная задача сводится к решению задач теплопроводности и упругости в области с цилиндрической симметрией. Область решения ограничена цилиндром и двумя соосными поверхностями вращения. Уравнения были аппроксимированы методом конечных элементов по Галёркину [2]. Для уменьшения характеристического числа матрицы полученной системы уравнений, к ней был применён “прекондишининг”. После чего она была решена методом сопряженных градиентов [3]

## 2.1 Аппроксимация методом конечных элементов по Галёркину

Аппроксимация уравнений теплопроводности дана в [2]. Проведём аппроксимацию уравнения упругости [5]:

$$(1) \quad \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0 ,$$

где  $\sigma_{ik}$  – тензор напряжений. Имеет место связь тензора напряжений с  $u_{ik}$  – тензором деформаций.

$$(2) \quad \sigma_{ik} = K u_{ll} \delta_{ik} + 2\mu (u_{ik} - \frac{1}{3} u_{ll} \delta_{ik}) - K\alpha T \delta_{ik} .$$

Граничные условия для незакрепленных поверхностей зеркала –  $\Gamma_1$  такие:

$$(3) \quad \sigma_{ik} n_k \Big|_{\Gamma_1} = 0 ,$$

где  $n_k$  – вектор нормали к поверхности  $\Gamma_1$ . Граничные условия для закрепленных поверхностей –  $\Gamma_2$  следующие:

$$(4) \quad u_k \Big|_{\Gamma_2} = 0 .$$

Так же, как для уравнения теплопроводности, занулим сумму взвешенных невязок по границе и по области, и проинтегрировав это уравнение по частям, получим:

$$(5) \quad \int_V \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} \sigma_{ik} dV = 0 ,$$

где  $\bar{\Psi}$  – весовая функция.

Теперь выразим (5) через деформацию. Для этого введём два дифференциальных тензора, действующих на деформацию:

$$(6) \quad (\mathbf{L}_0 \vec{u})_{ik} = \frac{1}{3} u_{ll} \delta_{ik} ,$$

$$(7) \quad (\mathbf{L}_1 \vec{u})_{ik} = u_{ik} - \frac{1}{3} u_{ll} \delta_{ik} .$$

В терминах  $\mathbf{L}_0 \mathbf{L}_1$  основное уравнение примет вид:

$$(8) \quad \int_V \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} (3K(\mathbf{L}_0 u)_{ik} + 2\mu(\mathbf{L}_1 u)_{ik}) dV = \int_V \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} K\alpha T \delta_{ik} dV .$$

Приведём (8) к симметричному виду.

$$(9) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} (\mathbf{L}_0 u)_{ik} &= \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} = \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} = \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} = \\ &= \frac{1}{3} \delta_{ik} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \frac{1}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} = (\mathbf{L}_0 \Psi)_{ik} (\mathbf{L}_0 u)_{ik} \end{aligned}$$

$$(10) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} (\mathbf{L}_1 u)_{ik} &= \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} \frac{1}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ik} = \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_i} \right) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} - \\ &\quad - \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} + \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_i} \right) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_i} \right) \frac{1}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ik} - \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \delta_{ik} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) + \\ &\quad + \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \delta_{ik} \frac{1}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ik} = \\ &= \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x_\alpha} \delta_{ik} \right) \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ik} \right) = \\ &= (\mathbf{L}_1 \Psi)_{ik} (\mathbf{L}_1 u)_{ik} \end{aligned}$$

Теперь подставим в (8) преобразования (9) и (10) и получим:

$$(11) \quad \int_V (3K(\mathbf{L}_0 \Psi)_{ik} (\mathbf{L}_0 u)_{ik} + 2\mu(\mathbf{L}_1 \Psi)_{ik} (\mathbf{L}_1 u)_{ik}) dV = \int_V \frac{\partial \Psi_l}{\partial x_l} K \alpha T dV.$$

Базисные и пробные функции у нас совпадают, поэтому

$$(12) \quad \vec{u} = \sum_i \vec{\Psi}_i \cdot u_i,$$

где  $u_i$  – коэффициенты разложение деформации по базисным функциям. Распишем (11) покомпонентно в цилиндрической системе координат и получим:

$$(13) \quad \int_V (K \operatorname{div} \bar{\Psi} \cdot \operatorname{div} \bar{u} + 2\mu((\mathbf{L}_1 \bar{\Psi})_{rr} (\mathbf{L}_1 \bar{u})_{rr} + (\mathbf{L}_1 \bar{\Psi})_{zz} (\mathbf{L}_1 \bar{u})_{zz})) dV + \\ + \int_V 2\mu((\mathbf{L}_1 \bar{\Psi})_{\varphi\varphi} (\mathbf{L}_1 \bar{u})_{\varphi\varphi} + (\mathbf{L}_1 \bar{\Psi})_{rz} (\mathbf{L}_1 \bar{u})_{rz}) dV = \int_V \operatorname{div} \bar{\Psi} K \alpha T dV.$$

С помощью этого уравнения находится распределение деформаций для какого-нибудь набора базисных и пробных функций.

В нашем случае в качестве пробных и базисных функций были использованы биквадратные элементы на регулярной треугольной сетке. После приведения подобных членов аппроксимация уравнения упругости приняла вид:

$$(14) \quad \int_V ((K + \frac{4\mu}{3}) \frac{\partial N_i^j}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + (K - \frac{2\mu}{3}) (\frac{\partial N_i^j}{\partial r} \frac{u_r}{r} + \frac{N_i^j}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r})) 2\pi r dr dz + \\ \int_V ((K + \frac{4\mu}{3}) \frac{N_i^j}{r} \frac{u_r}{r} + \frac{\mu}{2} \frac{\partial N_i^j}{\partial z} \frac{\partial u_r}{\partial z}) \cdot 2\pi r dr dz + \\ + \int_V ((K - \frac{2\mu}{3}) \frac{\partial N_i^j}{\partial r} \frac{\partial u_z}{\partial z} + (K - \frac{2\mu}{3}) \frac{N_i^j}{r} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\mu}{2} \frac{\partial N_i^j}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial r}) \cdot 2\pi r dr dz = \\ = \int_V K \alpha T (\frac{\partial N_i^j}{\partial r} + \frac{N_i^j}{r}) 2\pi r dr dz$$

$$(15) \quad \int_V ((K - \frac{2\mu}{3}) \frac{\partial N_i^j}{\partial z} \frac{\partial u_r}{\partial r} + (K - \frac{2\mu}{3}) \frac{\partial N_i^j}{\partial z} \frac{u_r}{r} + \frac{\mu}{2} \frac{\partial N_i^j}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial z}) \cdot 2\pi r dr dz + \\ + \int_V ((K + \frac{4\mu}{3}) \frac{\partial N_i^j}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\mu}{2} \frac{\partial N_i^j}{\partial r} \frac{\partial u_z}{\partial r}) \cdot 2\pi \cdot r dr dz = \int_V \frac{\partial N_i^j}{\partial z} K \alpha T 2\pi r dr dz$$

$$(16) \quad u_r = \sum_{i,j} u_{ri}^j \cdot N_i^j,$$

$$(17) \quad u_z = \sum_{i,j} u_{zi}^j \cdot N_i^j,$$

где  $N_i^j$ -базисные и пробные функции. Здесь, как и при аппроксимации уравнения теплопроводности, матрица системы уравнений получилась симметричной и положительно-определенной.

## 2.2 Решение линейной системы уравнений методом сопряженных градиентов и “прекондишининг”

Пусть система линейных уравнений, которую надо решить, имеет вид:

$$(18) \quad A \cdot u = b,$$

где  $A$  – заданная действительная симметричная положительно-определённая матрица,  $b$  – вектор-столбец,  $u$  – столбец неизвестных. Если решать её методом сопряженных градиентов, то число итераций, необходимых для достижения нужной точности, существенно уменьшается (примерно в 2 раза), если перед началом итерирования провести процедуру “прекондишининга”.

Введём матрицу  $E$  следующим образом:

$$(19) \quad E_{ii} = \frac{1}{\sqrt{A_{ii}}}, \quad E_{ij} = 0 \quad \text{при } i \neq j.$$

Матрица  $E$  диагональная и  $E^{-1}$  легко находится.

$$(20) \quad (E^{-1})_{ii} = \sqrt{A_{ii}}, \quad E_{ij} = 0 \quad \text{при } i \neq j.$$

Преобразуем (18), используя матрицу  $E$ :

$$(21) \quad EAE E^{-1}u = Eb.$$

Сделаем замену:

$$(22) \quad \tilde{A} = EAE,$$

$$(23) \quad \tilde{u} = E^{-1}u,$$

$$(24) \quad \tilde{b} = Eb.$$

И будем вместо (18) решать систему:

$$(25) \quad \tilde{A} \cdot \tilde{u} = \tilde{b}.$$

Вектор  $u$  из вектора  $\tilde{u}$  легко восстановить, используя следующую формулу:

$$(26) \quad u_i = \frac{\tilde{u}_i}{\sqrt{A_{ii}}}.$$

Заметим, что у матрицы  $\tilde{A}$  по диагонали стоят только 1, поэтому её характеристическое число  $\sigma$  в большинстве случаев будет меньше. Этот вывод можно сделать, опираясь на оценку:

$$(27) \quad \sigma(A) \approx \frac{\max_i(A_{ii})}{\min_j(A_{jj})},$$

а скорость сходимости в методе сопряжённых градиентов тем больше, чем меньше характеристическое число матрицы системы.

После всех этих манипуляций задача свелась к решению методом сопряженных градиентов системы:

$$(28) \quad \tilde{A} \cdot \tilde{u} = \tilde{b},$$

где у матрицы  $\tilde{A}$  уже сравнительно небольшое характеристическое число. Метод сопряженных градиентов применительно к системе типа  $A \cdot u = b$ , подробно описан в [3].

### 2.3 Описание расчета

Расчёт проводился по равномерной сетке, показанной на Рис. 1, с приблизительно равным шагом по  $r$  и  $z$ , так как тогда характеристическое число матрицы минимально. Например, для зеркала радиуса 10 см,

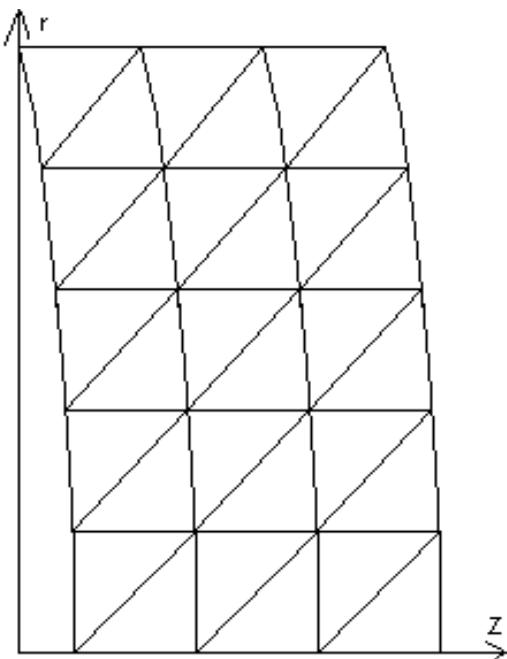


Рис. 1. Сетка.

толщиной 1 см, область решения разбивается на сетку с  $Nr \approx 100$ ,  $Nz \approx 10$ . При такой сетке для нахождения распределения температуры в зеркале необходимо решать систему с матрицей примерно  $1000 \times 1000$ , но всего с 7 ненулевыми элементами в строке. Приблизительно за 200 итераций система уравнений решается с машинной точностью. Для нахождения распределения деформаций в зеркале необходимо решать систему с матрицей примерно  $1800 \times 1800$ , и практически с 18 ненулевыми элементами в строке. За 700 итераций или около того система уравнений решается с необходимой точностью. О том, что уравнения

аппроксимируются с необходимой точностью, можно судить по тому факту, что при увеличении числа узлов сетки в 4 раза результат расчётов практически не меняется.

### 3. Тестирование программы

Правильность работы программы была проверена на некоторых точных и приближенных аналитических решениях уравнений теплопроводности и упругости. Первый случай, допускающий аналитическое решение, – это нагрев однородной падающей мощностью одной стороны плоской пластины при поддержании другой при постоянной температуре. Второй случай – это тонкая плоская охлаждаемая по краям пластина, если плотность падающей на пластину мощности зависит только от радиуса, то можно найти распределение температуры в одномерном приближении. Третий – это всестороннее расширение равномерно нагретой пластины. Четвёртый – это расширение равномерно нагретой плоской пластины вдоль оси  $z$ , если она жестко зафиксирована по  $r$ , тоже решается аналитически. Пятый случай – это деформация тонкой плоской пластины с произвольным аксиально-симметричным распределением температуры. Существуют формулы позволяющие рассчитать деформацию средней линии такой пластины [7].

### 4. Результаты

Был проведён расчёт для зеркал, которые сейчас установлены в резонаторе ЛСЭ в ИЯФе. Зеркала сделаны из меди, их радиус 74 mm, толщина 29 mm, радиус кривизны внешней и внутренней поверхности 15 m. Расчёт проводился, в случае если мощность 1 kW поглощается внутренней поверхностью зеркала и распределена по Гауссу с дисперсией 4,25 cm, теплоотвод осуществляется с крайних 8 mm наружной поверхности, которые поддерживаются при комнатной температуре.

На рисунках приведён расчёт распределения температуры и деформаций в зеркале.

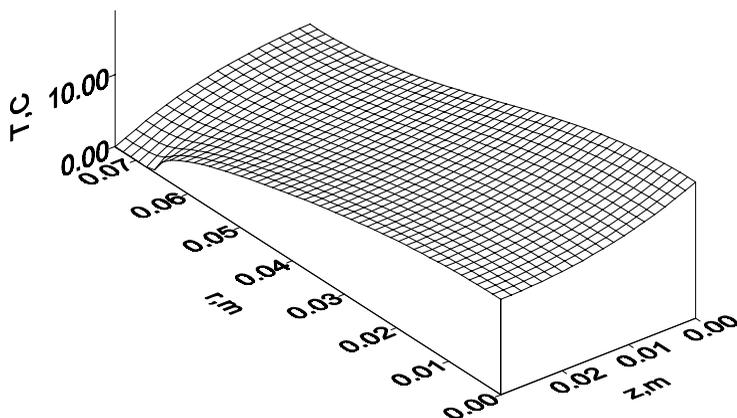


Рис. 2. Распределение температуры

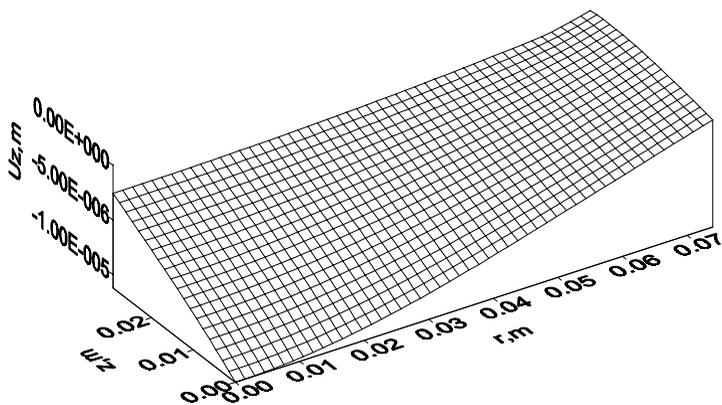


Рис. 3. Распределение деформации по  $z$ .

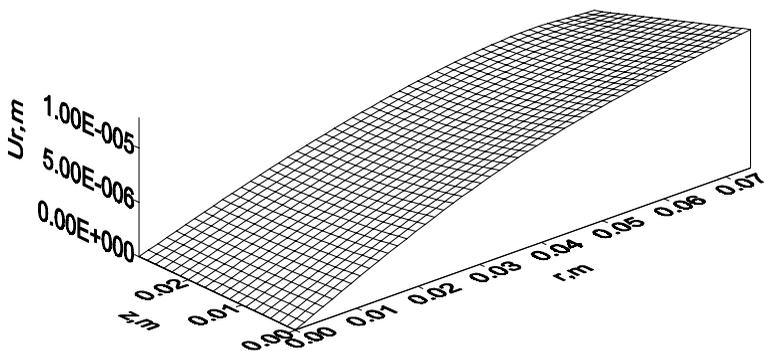


Рис. 4 Распределение деформаций по  $r$ .

Расчет показал что, радиус кривизны внутренней поверхности зеркала уже при поглощаемой мощности 1 kW, сильно меняется с 15 m до 15,92 m, то есть на 92 см.

#### 4.1 Анализ результатов

В аксиально-симметричном случае термдеформацию пластины можно разделить на три составляющие:

Первая составляющая – это расширение вдоль оси  $z$ . Оно зависит от средней по  $z$  температуры, при этом средняя линия пластины не деформируется.

Вторая составляющая – это прогиб из-за градиента температуры по  $z$ , вследствие разного температурного расширения разных слоёв, при этом вся пластина деформируется так же, как её средняя линия. Этот эффект вносит существенный вклад для тонких зеркал с большими температурными градиентами по оси  $z$  (например для случая охлаждения зеркала по всей наружной поверхности).

Третья составляющая – это прогиб пластины с увеличением её кривизны, если края пластины зафиксированы, либо холодные, в результате термического расширения по радиусу. Этот эффект имеет место только для неплоских пластин, существенный вклад он вносит для тонких пластин или пластин с большой кривизной поверхности.

Заметим, что в зеркалах с большой толщиной и большим радиусом кривизны деформация сводятся к просто термическому расширению вдоль оси  $z$ , поэтому радиус кривизны зеркал увеличивается. Этот случай реализовался в зеркалах резонатора ЛСЭ в ИЯФе. В тонкостенных зеркалах, как показал расчёт, будет наблюдаться прогиб, и радиус кривизны внутренней поверхности зеркала будет уменьшаться. Соответственно, существует такая толщина зеркала, когда первый эффект будет компенсироваться третьим (из-за малости градиента температур по  $z$  второй эффект существенного вклада не даст). Например, для зеркал резонатора ЛСЭ в ИЯФе в случае, если поглощаемая мощность распределена по Гауссу с дисперсией 4,25 см и зеркало охлаждается с краёв, оптимальная толщина составляет 5 мм. При такой толщине радиус кривизны внутренней поверхности зеркала остаётся практически неизменным. Заметим, что, несмотря на отсутствие изменения радиуса кривизны, зеркало всё равно деформировано и есть абберации. Возможность борьбы с абберациями существует – можно попытаться минимизировать их, варьируя форму (радиус кривизны) внешней поверхности зеркала.

На рисунках ниже представлено распределение температуры и деформаций по  $r$  и  $z$  в случае оптимальной толщины зеркала.

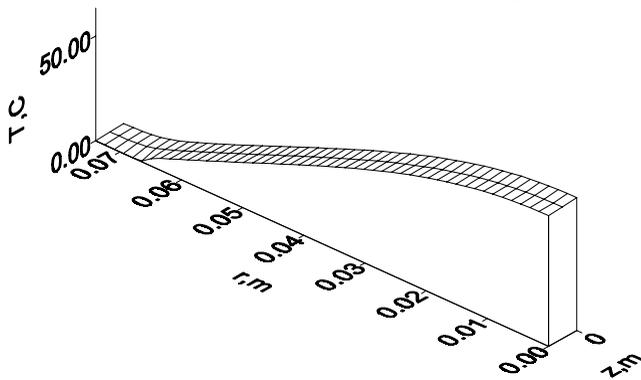


Рис. 5. Распределение температуры.

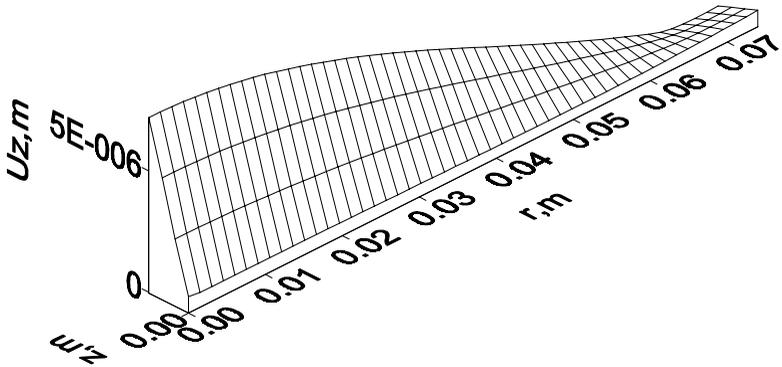


Рис. 6. Распределение деформации по  $z$ .

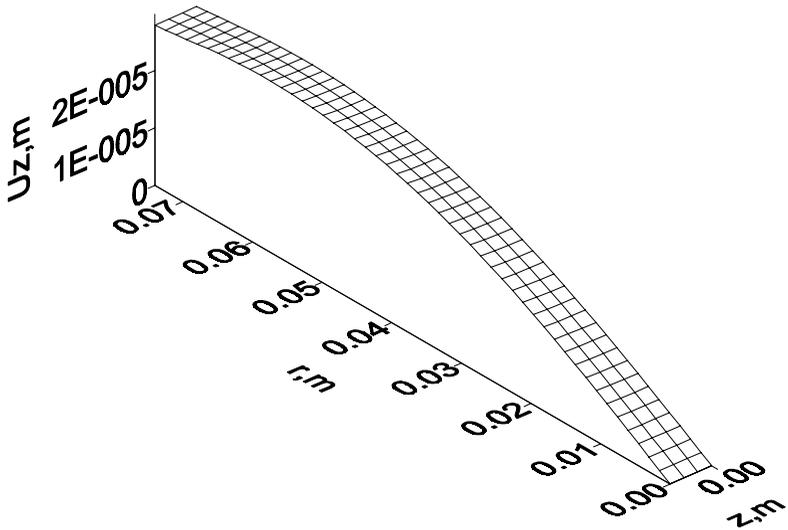


Рис. 7. Распределение деформаций по  $r$ .

Как видно из рисунков, температура зеркала при толщине 5 mm выше, чем в случае зеркала трёхсантиметровой толщины. Соответственно больше деформация по  $r$ , но деформация по  $z$  (а именно деформация по  $z$  больше всего влияет на форму поверхности) на внутренней поверхности зеркала почти отсутствует. Изменение радиуса кривизны такого зеркала составляет всего 6 mm при той же поглощаемой мощности.

## 4.2 Техническая возможность создания малодеформируемого зеркала

Есть три основных фактора, которые надо учесть при конструировании малодеформируемого зеркала: первый – технически возможные точности изготовления зеркала, второй – различие в значении коэффициента Пуассона для одного и того же материала (в нашем случае для отожженной меди), третий – зависимость распределения поглощаемой зеркалом мощности от длины волны излучения в резонаторе.

Первый: выдержать размеры зеркала с точностью 0,1 мм не представляет проблем, а изменение толщины зеркала на 0,1 мм при поглощаемой мощности 1 кВт приводит к изменению радиуса кривизны менее чем 1 см.

Второй: значение коэффициента Пуассона для меди варьируется от 0,358 – 0,378, то есть на 5,5%, но расчеты показали, что такое изменение коэффициента Пуассона при поглощаемой мощности 1 кВт может привести максимум к изменению радиуса кривизны на 1 см.

Третий фактор самый существенный, так как необходимо, чтобы зеркало мало деформировалось не для какого-то одного распределения падающей мощности, а для целого семейства таких гауссовых распределений. Если оптимизировать зеркало для какой-то одной длины волны и, следовательно, для какого-то одного распределения падающей мощности, то при других длинах волн и распределениях падающей мощности зеркало будет неизбежно деформироваться. Поэтому необходимо подобрать такую толщину зеркала, при которой эти деформации не будут критично сказываться на генерации. Допустимыми искривлениями зеркал резонатора примем те, при которых размер моды в области ограниченной апертуры превышает минимальный не более чем на 20%.

## 5. Расчёт и оптимизация зеркал первой очереди ЛСЭ

В этом случае радиус кривизны зеркала может меняться от 13,7 до 24 м. Увеличение радиуса кривизны не так критично, как уменьшение. Поэтому оптимизируем зеркало для максимально возможного среднеквадратичного размера моды на зеркале, и при меньших размерах моды на зеркале его радиус кривизны будет увеличиваться. В нашем случае планируется, что лазер будет излучать в диапазоне длин волн от 0,1 мм до 0,14 мм. Размер резонатора 26,6 м, радиус кривизны зеркал 15 м. Поэтому среднеквадратичный радиус пятна на зеркале будет меняться от 36,5 мм до 43 мм.

Расчеты показывают, что если оптимизировать зеркало для пятна со среднеквадратичным радиусом 43 мм, то оптимальная толщина зеркала получится 5 мм, а изменение радиуса кривизны при такой толщине и поглощаемой мощности 1 кВт не более 25 мм (Рис. 8).

Максимальный нагрев такого зеркала при такой поглощаемой мощности 77°C. Поэтому максимальная мощность, которую может поглотить зеркало, определятся не его деформациями, а перегревом. Оптимизированное зеркало

деформируется больше допустимого при поглощаемой мощности больше 225 kW, а максимальная допустимая температура всего  $\approx 400^{\circ}\text{C}$  (при большей температуре в зеркале возникнут неупругие деформации), то есть оптимизированное зеркало может поглощать не более 5 kW. Неоптимизированное зеркало (толщиной 29 mm) при поглощаемой мощности 1 kW деформируется на 0,92 m и нагревается на  $18^{\circ}\text{C}$  поэтому оно деформируется больше допустимого при поглощаемой мощности 6,5 kW, а перегреется больше  $400^{\circ}\text{C}$  при 20 kW. Получается, что в первой очереди ЛСЭ оптимизировать зеркала не нужно, так как неоптимизированные зеркала способны выдержать большую мощность.

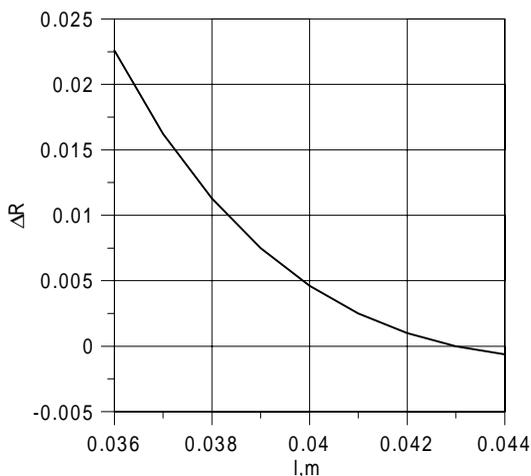


Рис. 8. Зависимость изменения радиуса кривизны зеркала от среднего квадратичного радиуса пятна для оптимизированного зеркала, при поглощаемой мощности 1 kW.

## 6. Расчёт и оптимизация зеркал второй очереди ЛСЭ

Планируется, что длина волны излучения второй очереди ЛСЭ будет перестраиваться в пределах от 3 до 12  $\mu\text{m}$ . Были рассмотрены четыре возможных конструкции резонатора с длиной 26,6 m, как в первой очереди, и соответственно в полтора, два и три раза длиннее. Радиусы кривизны зеркал рассчитывались из условия минимума размера моды в области ограниченной апертуры, так как тогда коэффициент усиления света максимален. Допустимыми искривлениями зеркал резонатора снова примем те, при которых размер моды в области ограниченной апертуры превышает минимальный не более чем на 20%. Радиус зеркал рассчитывался как 2,5 среднеквадратичных радиуса моды на зеркалах при максимальной длине волны, это компромисс между лучшим охлаждением и умеренными

дифракционными потерями. Длины, радиусы кривизны, радиусы зеркал, допустимые искривления зеркал, средне квадратичные радиусы мод на зеркалах при граничных длинах волн даны в Таблице 1.

Таблица 1

Длина резонатора	Оптимальный радиус кривизны зеркала	Нижняя допустимая граница радиуса кривизны	Верхняя допустимая граница радиуса кривизны	Средне-Квадратичный радиус моды на зеркале при $\lambda = 3 \mu\text{m}$	Средне-квадратичный радиус моды на зеркале при $\lambda = 12 \mu\text{m}$	Радиус зеркала
26,6 м	15,2 м	13,6 м	25,5 м	6,2 мм	12,4 мм	30 мм
39,9 м	21,1 м	20,1 м	27,7 м	9,8 мм	19,6 мм	50 мм
53,2 м	27,5 м	26,7 м	32,5 м	11,8 мм	23,6 мм	60 мм
79,8 м	40,5 м	40,1 м	43,6 м	17,6 мм	35,15 мм	88 мм

Из таблицы видно, что увеличение радиуса кривизны не так критично как уменьшение. Поэтому оптимизируем зеркало для максимально возможного среднеквадратичного размера моды на зеркале, и при меньших размерах моды на зеркале его радиус кривизны будет увеличиваться

Был проведен расчет для каждой из возможных конструкций резонатора, была найдена оптимальная толщина (для  $\lambda = 12 \mu\text{m}$ ), изменение радиуса кривизны при оптимальной толщине и при  $\lambda = 3 \mu\text{m}$  и поглощаемой мощности 100 W. Также была найдена максимальная температура на зеркале при поглощаемой мощности 100 W и максимальная мощность, которую может рассеивать зеркало. Результаты расчета даны в Таблице 2.

Таблица 2

Длина резонатора	Толщина оптимального зеркала	Изменение радиуса кривизны при поглощаемой мощности 100 W и длине волны $\lambda = 3 \mu\text{m}$	Максимальный нагрев зеркала при поглощаемой мощности 100 W относительно комнатной	Максимальная мощность, рассеиваемая на зеркале
26,6 м	2,26 мм	2,7 м	34°C	240 W
39,9 м	3,93 мм	1,7 м	20°C	290 W
53,2 м	4,6 мм	1,8 м	17°C	260 W
79,8 м	6,76 мм	1,7 м	12°C	170 W

Расчёты показали, что оптимален резонатор длиной 39,9 м. На зеркалах этого резонатора может рассеиваться максимальная мощность. Во второй очереди ЛСЭ оптимизирование зеркал имеет смысл, так как поглощаемая ими мощность ограничивается деформациями зеркал, а не нагревом (ни в одном случае при максимальной поглощаемой мощности зеркало не нагревается больше 400°C).

## **7. Способы вывода излучения во второй очереди ЛСЭ**

Оптимизированные медные зеркала для второй очереди ЛСЭ не способны выдержать достаточно большую мощность, поэтому во второй очереди планируется использование глухих медных зеркал охлаждаемых по всей наружной поверхности. Такие зеркала можно сделать хорошо охлаждаемыми и одновременно достаточно жесткими, что обеспечит малость термодформаций. Однако использование таких зеркал для вывода излучения (через отверстие в центре зеркала) не оптимально, так как в этом случае теряется половина выводимой из резонатора ЛСЭ мощности. Этого не происходит, если вывод излучения осуществлять через полупрозрачное зеркало. Правда, такое зеркало можно охлаждать только с краёв.

К сожалению, все вещества прозрачные для  $3\div 12$   $\mu\text{m}$  излучения, обладают низкой теплопроводностью [6]. Исключением является только алмаз. Была проведёна оптимизация алмазного зеркала для резонатора длиной 26,6 м. Толщина оптимального зеркала составляет 1,3 мм, диаметр 60 мм радиус внутренней поверхности 15,2 м. Охлаждаемое с краёв такое зеркало способно выдержать 5 kW поглощаемой мощности.

## **8. Заключение**

В данной работе рассмотрена возможность оптимизации формы зеркала резонатора лазера на свободных электронах. В первой очереди мощного ЛСЭ в ИЯФ оптимизация зеркал не целесообразна, так как мощность, которая может поглощаться зеркалом, ограничивается не чрезмерными деформациями, а его перегревом. Во второй очереди ЛСЭ использование оптимизированных зеркал позволит рассеивать на каждом зеркале до 290 W, то есть примерно в 2 раза больше чем на неоптимизированных. Так же для второй очереди ЛСЭ рассмотрена возможность использования оптимизированного алмазного зеркала для вывода излучения.

Самым существенным фактором, не позволяющим уменьшить изменение радиуса кривизны, является зависимость распределения поглощаемой мощности и, соответственно, размера основной моды лазера от длины волны. Минимизация термодформации зеркала проводилась за счёт подбора наилучшей толщины, так как оптимизация по форме наружной поверхности зеркала (радиусу кривизны) не даёт результатов. Минимизировать же абберации путём подбора оптимальной формы

наружной поверхности представляется невозможным в связи с переменным размером пятна на зеркале и нецелесообразным в связи с их малостью и тем, что не удалось добиться “нулевого” изменения радиуса кривизны зеркала, а это эффект более низкого порядка.

## Литература

- [1] *S. Benson, G. Neil, M. Shinn.* Measurement and Modeling of Mirror Distortion in a high power FEL, Proc. SPIE 3931, 243-250.
- [2] *О. Зенкевич, К. Морган.* Конечные элементы и аппроксимация, М., Мир, 1986.
- [3] *Л. Хейгеман, Д. Янг.* Прикладные итерационные методы. М., Мир, 1986.
- [4] *G. Neil, S. Benson, M. Shinn.* Optical Modeling of the Jefferson Laboratory IR Demo FEL. SPIE 2989 160-171(1997).
- [5] *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* Теория упругости. М., Физматлит, 2001.
- [6] <http://www.optotl.ru/MatRus.htm>.
- [7] *И.А. Биргер.* Круглые пластинки и оболочки вращения. М., Оборонгиз, 1961.

*А.В. Бондаренко, С.В. Мигинский*

**Расчёт и минимизация термической деформации зеркал  
в резонаторе лазера на свободных электронах.**

*A.V. Bondarenko, S.V. Miginsky*

**Simulation and minimization of thermal deformation of mirrors  
in a resonator of free electron laser**

ИЯФ 2004-20

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 13.04.2004

---

Сдано в набор 14.04.2004

Подписано в печать 15.04.2004

Формат 60x90 1/16 Объем 2.8 печ.л., 2.3 уч.-изд.л.

Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 20

---

*Обработано на IBM PC и отпечатано  
на ротапринтере ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН  
Новосибирск, 630090, пр. Академика Лаврентьева, 11*