

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И. Будкера СО РАН

В. М. Павлов

СВЧ-ГРУППИРОВАТЕЛЬ
ФОРИНЖЕКТОРА ВЭПП-5

ИЯФ 2002-10

Новосибирск
2002

СВЧ-группирователь форинжектора ВЭПП-5

В. М. Павлов

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН
630090, Новосибирск, Россия

Аннотация

В статье рассматривается СВЧ-группирователь форинжектора ВЭПП-5. Приводятся его геометрия и характеристики.

Отдельно рассматривается вопрос работы такого группирователя с “длинным” интенсивным сгустком. Приведен вывод уравнений переходного процесса в нем и анализ работы группирователя с пучком для проекта ускорителя ИРЕН.

The RF-buncher of VEPP-5 preinjector

V. M. Pavlov

Budker Institute of Nuclear Physics
630090 Novosibirsk, Russia
V.M.Pavlov@inp.nsk.su

Abstract

In the article the RF-buncher for VEPP-5 preinjector is considered. Geometrical sizes and buncher's characteristics are presented.

Operation such RF-buncher with a “long” intense bunch is considered separately. Conclusion of equations of transient in buncher and analysis of its work with IREN project bunch is presented.

@Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Россия

Конструкция и характеристики

СВЧ-группирователь предназначен для формирования одиночного сгустка с энергией 200 кВ на входе в первую ускоряющую структуру форинжектора ВЭПП-5 [1] после предварительной группировки в субгармоническом группирователе. Конструкция ВЧ-группирователя представлена на рис. 1.

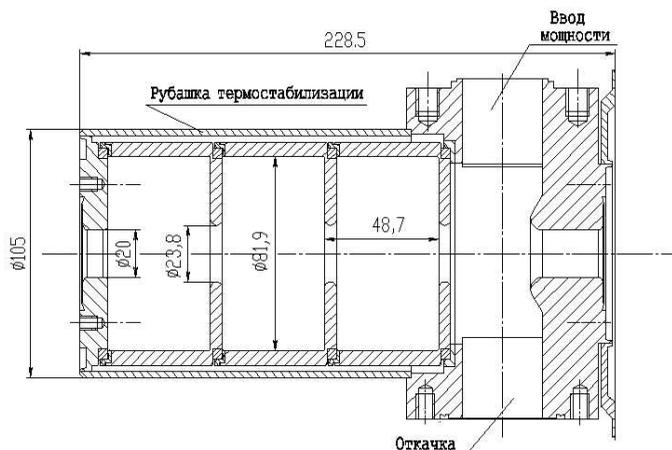


Рис. 1. ВЧ-группирователь.

Он состоит из четырех связанных цилиндрических резонаторов (3 чашки + 1 трансформатор типа волны). Рабочий вид колебания - $\theta = -4\pi/3$. Группирователь изготовлен из материала с достаточно большим поверхностным сопротивлением - нержавеющей стали марки 12Х18Н10Т. Имеется рубашка для обеспечения охлаждения и термостабилизации. Откачка осуществляется через отверстие, расположенное диаметрально противоположно трансформатору типа волны, что к тому же симметризует распределение электрического поля в первой ячейке. Геометрические размеры группирователя представлены в таблице 1.

Таблица 1. Геометрические размеры группирователя.

Внутренний диаметр ячейки $2b$	81.9 мм
Диаметр пролетного отверстия $2a$	23.8 мм
Толщина диафрагмы t	5 мм
Период D	48.7 мм

В таблице 2 приведены резонансные частоты группирователя рассчитанные программой SLANS и измеренные после пайки группирователя.

Таблица 2.

Расчетные [МГц] (SLANS)	Измеренные [МГц]
2831.27	2831.48
2841.94	2841.92
2856.50	2856.45
2866.40	2866.84

Программой SLANS можно рассчитывать только осесимметричные резонаторы. Так как входная ячейка группирователя имеет два отверстия (для откачки и ввода мощности), то при расчете группирователя с точными размерами получались несколько иные резонансные частоты видов колебания, чем измеренные на резонансном макете. Путем подбора только размеров конусного отверстия в первой ячейке можно было получить резонансную частоту рабочего вида колебания, совпадающую с экспериментальной. При этом оказалось, что при такой подгонке совпали и резонансные частоты остальных видов колебаний (см. Табл. 2).

Измерение распределения электрического поля на оси группирователя проводилось методом малого возмущающего тела. Возмущающее тело в виде металлического шарика предварительно калибровалось в E_{010} цилиндрическом резонаторе. Калибровочный резонатор имел следующие параметры: диаметр – 80.33 мм,
высота – 50.18 мм,

резонансная частота эталонного резонатора $f_3 = 2849.926$ МГц.

Максимальный сдвиг резонансной частоты при внесении калибруемого возмущающего тела в эталонный резонатор $\Delta f_3 = 0,272$ МГц.

Отношение напряженности электрического поля на оси калибровочного резонатора к корню квадратному из полной запасенной в резонаторе энергии

$$\left(\frac{E}{\sqrt{U}}\right)_{\text{э}} = \sqrt{\frac{2}{\pi R^2 H \varepsilon_0 J_1^2(\chi_{01})}} = 57.446 \text{ МВ/м}/\sqrt{\text{Дж}}.$$

Рабочая резонансная частота группирователя при температуре окружающего воздуха $\sim 20^\circ\text{C}$ - $f_0 = 2855.183$ МГц. Измеренная собственная добротность группирователя на рабочей частоте $Q_0 = 3350$, $\text{КСВ}_H = 1.31$ (коэффициент связи подводящего волновода с резонатором $\beta_c = 1.313$). На рис. 2 показано распределение относительного квадрата электрического поля на оси группирователя, снятое методом малого возмущающего тела.

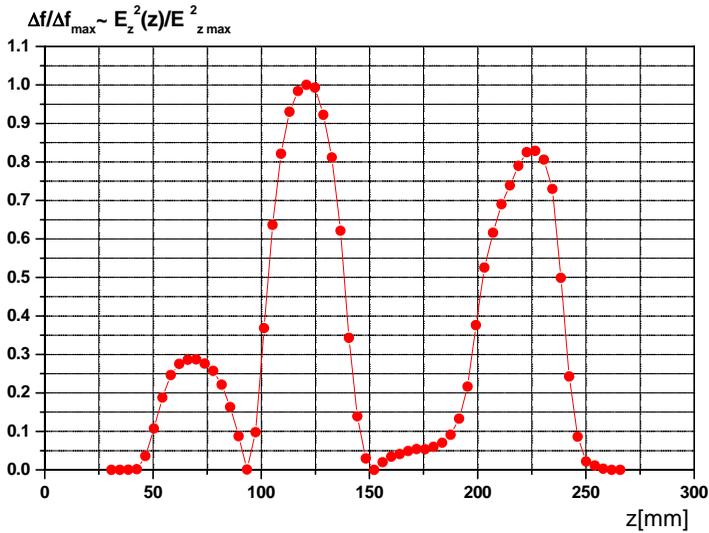


Рис. 2. Распределение квадрата амплитуды электрического поля на оси группирователя на рабочей частоте.

Максимальный сдвиг резонансной частоты при внесении возмущающего тела $\Delta f_{\text{max}} = 0.125$ МГц.

Отношение максимальной напряженности электрического поля на оси резонатора-группирователя к корню квадратному из полной запасенной в

резонаторе энергии $\frac{E_{\max}}{\sqrt{U}} = \left(\frac{E}{\sqrt{U}} \right)_3 \sqrt{\frac{\Delta f_{\max} \cdot f_{\text{Э}}}{f_0 \cdot \Delta f_{\text{Э}}}} = 38.907 \text{ МВ/м} / \sqrt{\text{Дж}}$.

На рис. 3 приведено распределение электрического поля на оси группирователя при запасенной энергии в нем 1 Дж. Сплошная линия – результат расчета программой SLANS, а точки – измеренное экспериментально методом малого возмущающего тела.

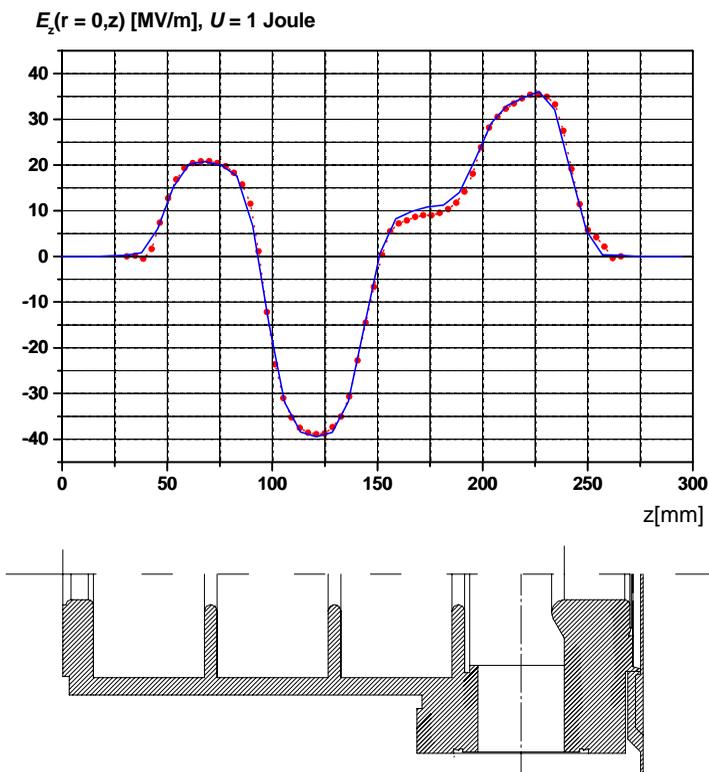


Рис. 3. Распределение электрического поля на оси группирователя.

Видно хорошее согласование как всех резонансных частот группирователя (см. табл. 2), так и распределения электрического поля на рабочей частоте.

Зная собственную добротность резонатора и распределение поля на оси резонатора, можно определить эффективное шунтовое сопротивление группирователя R_{sh} . Для относительной скорости группируемых частиц $\beta = 0.695$ (энергия инжекции 200 кВ), с учетом измеренной добротности

$Q_0 = 3350$, R_{sh} , следуя его определению, равно

$$R_{sh}^{df} = \frac{\left| \int_0^L E_z(z) \cdot e^{j \frac{2\pi}{\beta \lambda} z} dz \right|^2}{P} = \frac{Q_0}{\omega} \cdot \left| \int_0^L \frac{E_z(z)}{\sqrt{U}} \cdot e^{j \frac{2\pi}{\beta \lambda} z} dz \right|^2 = 0.389 \text{ МОм.} \quad (1)$$

где $E_z(z)/\sqrt{U}$ - распределение электрического поля на оси резонатора, нормированное на корень квадратный из полной запасенной энергии. Оно может быть измерено экспериментально или получено расчетом (например, программой SLANS – см. рис. 3). Программой SLANS, для заданного β , также рассчитываются такие параметры, как

“QUALITY FACTOR” $Q_{\text{SLANS}} = 16867$,
 “EFFECTIVE IMPEDANCE” $Z_{\text{eff}} = 58.12 \text{ Ом}$ и
 “SHUNT IMPEDANCE” $R = Z_{\text{eff}} \cdot Q_{\text{SLANS}} = 0.098031 \text{ МОм}$.

По ним также можно определить реальное эффективное шунтовое сопротивление R_{sh} , если известна реальная добротность резонатора Q_0 :

$$R_{sh} = 2 \cdot R \cdot Q_0 / Q_{\text{SLANS}} \quad \text{или}$$

$$R_{sh} = 2 \cdot Z_{\text{eff}} \cdot Q_0.$$

Группировка пучка

Уравнение продольного движения i -й заряженной частицы, влетающей в группирователь в момент времени $t = t_{0i}$, записывается как

$$\frac{dp_i}{dt} = e \cdot E_z(\vec{r}_{\perp i}, z_i, t) \Bigg|_{z_i = \int_{t_{0i}}^t v'(t_{0i}, t) dt}.$$

Или, переходя к переменной β_i и производной по z :

$$\frac{d\beta_i}{dz} = \frac{e}{m_0 c^2 \beta_i \gamma_i^3} \cdot I_0 \left(\frac{2\pi r}{\beta \lambda} \right) \cdot E_z(\vec{r}_{\perp} = 0, z_i, t) \Bigg|_{t = t_{0i} + \int_0^{z_i} \frac{dz'}{v'(t_{0i})}}, \quad (2)$$

где модифицированная функция Бесселя нулевого порядка $I_0(x)$ описывает распределение электрического поля по радиусу. Если пучок имеет радиус $a \approx 5$ мм, то максимальная неравномерность электрического поля $E_z(r)$, действующего на группируемые частицы, составляет $I_0\left(\frac{2\pi \cdot 5}{0.695 \cdot 105}\right) = 1.024$. Поэтому в дальнейшем его не будем учитывать.

Представим распределение электрического поля на оси резонатора в виде

$$\vec{E}(\vec{r}_\perp, z, t) = \text{Re}\left\{\tilde{E}_z(\vec{r}_\perp, z, t) \cdot e^{j\omega t}\right\} = \vec{e}(\vec{r}_\perp, z) \cdot \text{Re}\left\{\tilde{a}(t) \cdot e^{j\omega t}\right\}, \quad (3)$$

где $\vec{e}(\vec{r}_\perp, z)$ - нормированное распределение электрического поля в резонаторе ($\int_V \vec{e}(\vec{r}_\perp, z) \cdot \vec{e}(\vec{r}_\perp, z) dV = 1$, V -объем резонатора), а $\tilde{a}(t)$ -

комплексная, медленно меняющаяся зависимость от времени. Это изменение может быть обусловлено как переходными процессами в резонаторе, так и работой группирувателя от системы умножения мощности типа SLED (как в схеме питания группирувателя в ускорителе форинжектора ВЭПП-5). Распределение электрического поля на оси резонатора запишется в виде

$$E_z(\vec{r}_\perp = 0, z, t) = \text{Re}\left\{\tilde{E}_z(\vec{r}_\perp = 0, z, t) \cdot e^{j\omega t}\right\} \equiv e_z(z) \cdot |\tilde{a}(t)| \cdot \text{Re}\left\{e^{j\varphi_a(t)} \cdot e^{j\omega t}\right\}, \quad (4)$$

где $\varphi_a(t)$ - медленно меняющаяся зависимость фазы от времени. С учетом этого уравнение движения (2) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_i}{dz} &= \frac{e}{m_0 c^2 \beta_i \gamma_i^3} \cdot e_z(z) \cdot \text{Re}\left\{\tilde{a}(t) \cdot \exp\left[j\omega\left(t_{0i} + \int_0^{z_i} \frac{dz'}{v'(t_{0i})}\right)\right]\right\} = \\ &= \frac{e}{m_0 c^2 \beta_i \gamma_i^3} \cdot e_z(z) \cdot |\tilde{a}(t)| \cdot \cos[\varphi_a(t) + \varphi(t_{0i}, z)], \end{aligned} \quad (5)$$

Фаза i -й частицы $\varphi(t_{0i}, z) = \omega\left[t_{0i} + \int_0^{z_i} \frac{dz'}{v_i(z', t_{0i})}\right]$ подчиняется уравнению

$$\frac{d\varphi_i}{dz} = \frac{\omega}{c\beta_i(z)} \quad (6)$$

с начальным условием $\varphi_{i0} = \varphi_i(z=0)$.

Уравнение движения (2) будем решать без учета сил пространственного заряда. Такое решение нельзя применить к случаю группировки в экспериментах с “коротким” сгустком [2], когда число частиц в одиночном группируемом сгустке составляло $10^{10} \div 10^{11}$ частиц. При экспериментах с “длинным сгустком” [2], при длительности сгустка $\tau_b \approx 240$ нс и средним током пучка ≈ 2 А (число частиц за период $\sim 0.44 \cdot 10^{10}$) такой расчет еще правомерен.

Без учета сил пространственного заряда группирующее электрическое поле зависит только от внешнего генератора, поэтому в дальнейшем удобно будет работать не с электрическим полем E_z , а с эффективным напряжением в резонаторе или просто с напряжением:

$$V_C(t) = \text{Re} \left\langle \tilde{V}_C(t) \cdot e^{j\omega t} \right\rangle \stackrel{df}{=} \text{Re} \left\langle e^{j\omega t} \cdot \int_0^L dz \tilde{E}_z(\vec{r}_\perp = 0, z, t) \cdot e^{j\omega t} \right\rangle \Bigg|_{t = \frac{z}{v_0}} \approx \text{Re} \left\langle \tilde{a}(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot \left\{ \int_0^L dz e_z(z) \cdot e^{j \frac{2\pi}{\beta \lambda} z} \right\} \right\rangle \equiv \text{Re} \left\langle \tilde{a}(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot w \right\rangle, \quad (7)$$

Откуда для уравнения движения (5) получим

$$e_z(z) \cdot |\tilde{a}(t)| = |V_C(t)| \cdot \frac{e_z(z)}{\left| \int_z dz \cdot e_z(z) \cdot e^{j \frac{2\pi}{\beta \lambda} z} \right|} = |V_C(t)| \cdot \frac{E_{Uz}(z)}{\left| \int_z dz \cdot E_{Uz}(z) \cdot e^{j \frac{2\pi}{\beta \lambda} z} \right|}. \quad (8)$$

Здесь $E_{Uz}(z)$ - распределение электрического поля на оси резонатора с любой его нормировкой. Например, с нормировкой на запасенную энергию, как в программе расчета характеристик резонатора SLANS. В программе SLANS параметр “ACCELERATION” соответствует величине

$\left| \int_z dz \cdot E_{Uz}(z) \cdot e^{j \frac{2\pi}{\beta \lambda} z} \right|$. В стационарном случае без учета нагрузки током

напряжение \tilde{V}_C можно выразить через мощность, подводимую к группирувателю:

$$\tilde{V}_C = \frac{2 \cdot \sqrt{\beta_C R_{sh} P_{gen}}}{1 + \beta_C} \cdot e^{j\varphi_{gen}}, \quad (9)$$

где β_C - коэффициент связи резонатора с подводющим волноводом,

P_{gen} - мощность, подводимая к резонатору,

φ_{gen} - фаза напряжения в резонаторе, определяемая внешним генератором.

Вводя безразмерную координату $\xi = \frac{z}{\lambda}$, окончательно уравнения для расчета группировки частиц в группирователе запишутся в виде

$$\begin{cases} \frac{d\varphi_i}{d\xi} = \frac{2\pi}{\beta_i(\xi)} \\ \frac{d\beta_i}{d\xi} \approx \frac{G(t, \xi)}{\beta_i \gamma_i^3} \cdot \cos[\varphi_{gen}(t) + \varphi_i(t_{0,i}, \xi)] \end{cases}, \quad (10)$$

где безразмерная амплитуда группирующего поля $G(t, \xi)$ равна

$$G(t, \xi) = \frac{e \cdot |\tilde{V}_C(t)|}{m_0 c^2} \cdot \frac{E_{Uz}(\xi)}{\left| \int_0^{L/\lambda} d\xi \cdot E_{Uz}(\xi) \cdot e^{j \frac{2\pi \xi}{\beta_0}} \right|} \equiv \frac{e \cdot |\tilde{V}_C(t)|}{m_0 c^2} \cdot \tilde{E}_{Uz}(\xi). \quad (11)$$

С учетом полученных характеристик резонатора группирователя были рассчитаны режимы группировки пучка при различных входных мощностях. Предполагается, что на вход группирователя поступает непрерывный пучок. Напомним, что входная мощность в группирователь есть часть мощности после системы умножения SLED, которая через волноводный направленный ответвитель с переходным ослаблением $\alpha_{отв.} = 23.1$ dB подается на вход СВЧ-группирователю. На рис. 4 изображена зависимость плотности группирующихся частиц вдоль группирователя при различных уровнях входной мощности P_0 при энергии инжекции 200 кВ. На рисунках 5 и 6 показаны зависимости выходной фазы и относительной скорости частиц на выходе группирователя от фазы влета при различных уровнях входной мощности. На рисунке 7 приведены гистограммы плотности частиц на выходе группирователя при тех же уровнях входной мощности. Зависимости на рис. 5, 6 и 7 даны для точки, примерно соответствующей входу в первую ускоряющую секцию ускорителя форинжектора. То есть фактически на

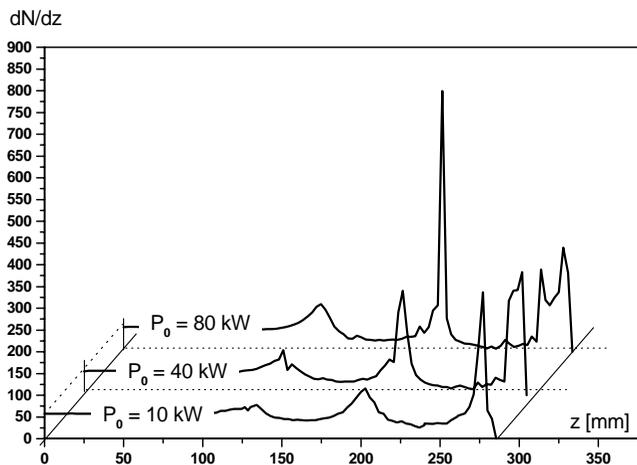


Рис. 4. Зависимость плотности группирующихся частиц от координаты z при различных уровнях входной мощности.

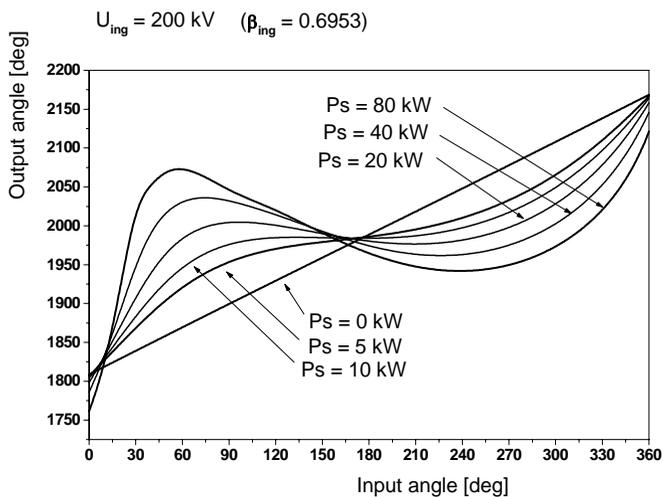


Рис. 5. Зависимости выходной фазы от фазы влета при различных уровнях входной мощности.

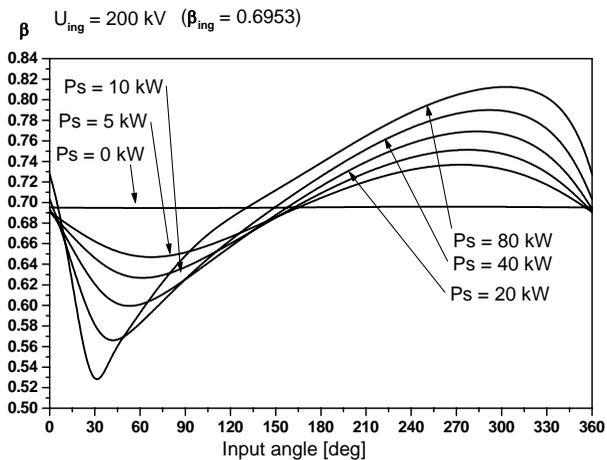


Рис. 6. Зависимости относительной скорости частиц на выходе группирователя от фазы влета при различных уровнях входной мощности.

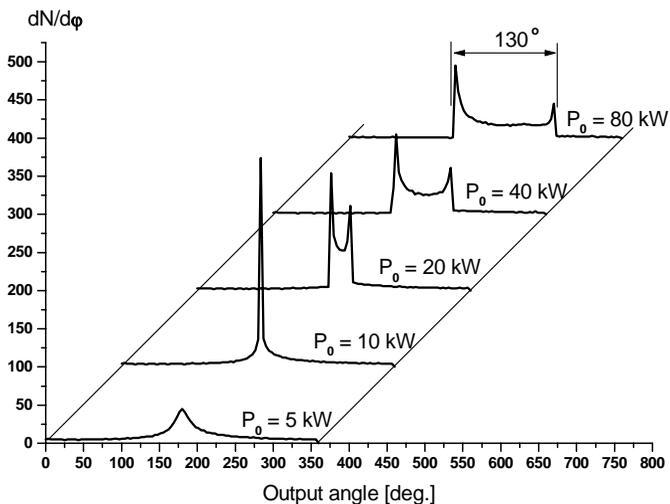


Рис. 7. Зависимости плотности частиц на выходе группирователя от выходной фазы при различных уровнях входной мощности.

рис. 7 показана зависимость от времени тока сгруппированного сгустка, поступающего на вход первой ускоряющей секции ускорителя.

Оптимальная группировка соответствует мощности $P_0 \approx 10$ кВт (максимальное электрическое поле на оси резонатора ~ 1.7 МВ/м). При мощности меньше оптимальной пучок еще недостаточно сгруппирован. А при мощности больше 10 кВт начинается процесс перегруппировки. При работе с одиночным сгустком всегда можно подобрать оптимальный уровень входной мощности, соответствующий максимальной группировке. При работе с “длинным” сгустком ($\tau_b \approx 250$ нс) и использовании системы умножения SLED входная мощность меняется за время пролета сгустка примерно в два раза. На рис. 8 приведена зависимость мощности на входе в группирователь от времени при работе с системой умножения мощности.

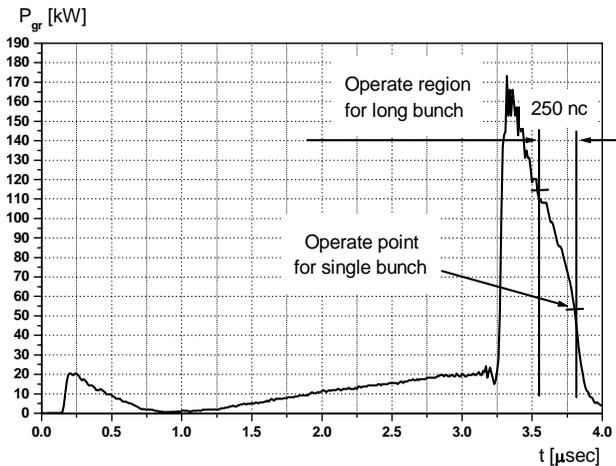


Рис. 8. Зависимость от времени мощности СВЧ, поступающей на вход группирователя.

При увеличении входной мощности длина сгустка увеличивается (при $P_0 = 20$ кВт она порядка 30°). Область захвата в режим ускорения для ускорителя с относительной фазовой скоростью $\beta_\phi = 1$ и большим ускоряющим полем достаточно большая (в нашем случае ширина сепаратрисы $> 180^\circ$). Поэтому увеличение длины сгустка $\Delta\phi$ на входе в

ускоритель ведет в основном к увеличению разброса по энергии: $\Delta E / E \cong 2 \sin^2(\Delta\varphi/4)$. Если задаться приемлемым энергетическим разбросом $\pm 1.5\%$ ($\Delta E / E = 0.03$), то это будет соответствовать длине сгустка $\Delta\varphi \sim 28^\circ$.

То есть как при работе с одиночным сгустком, так и при работе с “длинным сгустком” режимы настройки группирователя как по величине входной мощности, так и по фазе, достаточно мягкие. Хотя нельзя забывать про наличие пространственного заряда и неизбежных потерь пучка по поперечной динамике, особенно на входе в ускоряющую структуру с большим ускоряющим полем.

Одно замечание: при работе с одиночным сгустком и большой входной мощности можно ошибочно настроиться на работу с левым пиком в плотности частиц на выходе группирователя (см. рис.7). При этом, как видно из рис. 7, плотность частиц на входе в ускоритель, при надлежащем выборе фазы, будет достаточно большой. Поэтому видимый энергетический спектр будет достаточно узкий, с небольшим “хвостом” в область низких энергий. Но в дальнейшем ускорении будет участвовать примерно половина сгустка.

Если питание пушки импульсное, то энергия инжектируемых частиц может меняться за время импульса тока. Изменение энергии инжектируемых в группирователь частиц ведет к изменению выходной фазы сгруппированных частиц. Это тоже может привести к изменению выходной энергии ускорителя, спектра энергии и коэффициента захвата. На рис. 9 показана зависимость плотности частиц на выходе группирователя от выходной фазы для разных энергий инжекции при одинаковой входной СВЧ мощности 10 кВт. Напомним, что группирователь рассчитан и настроен для работы с 200 киловольтовым пучком. На рис. 10 сплошной линией с точками показана зависимость отклонения фазы сгустка на выходе группирователя от энергии инжекции. Из нее следует, что чувствительность изменения выходной фазы от энергии инжекции равна $\Delta\varphi / \Delta U = 1.4$ град./кВ. Предположим, что частицы всегда группируются вокруг некой синхронной частицы, двигающейся с постоянной скоростью, равной скорости инжектируемых частиц. Тогда зависимость отклонения фазы сгустка на выходе группирователя от энергии инжекции имела бы вид

$$\Delta\varphi(U_{ing}) = 360^\circ \frac{L}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{\beta_{ing}} - \frac{1}{\beta_0} \right), \text{ где } \beta = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma}, \text{ а } \gamma = 1 + \frac{U}{m_0 c^2}.$$

Для сравнения на графике рис. 10 приведена такая зависимость в виде

одной сплошной линии. Видно, что в этом случае чувствительность была бы примерно в полтора раза больше: $\Delta\varphi / \Delta U \approx 2.3$ град./кВ.

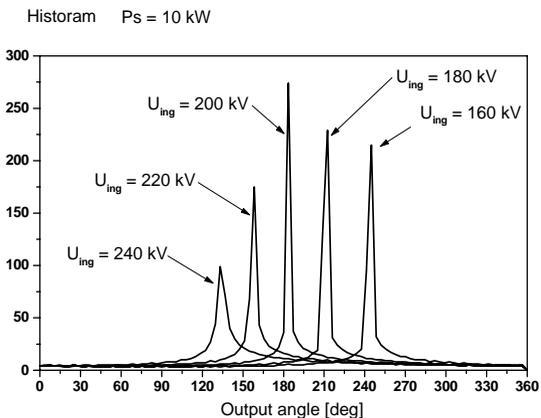


Рис. 9. Зависимость плотности частиц на выходе группирователя от выходной фазы для разных энергий инжекции при одинаковой входной СВЧ мощности 10 кВт.

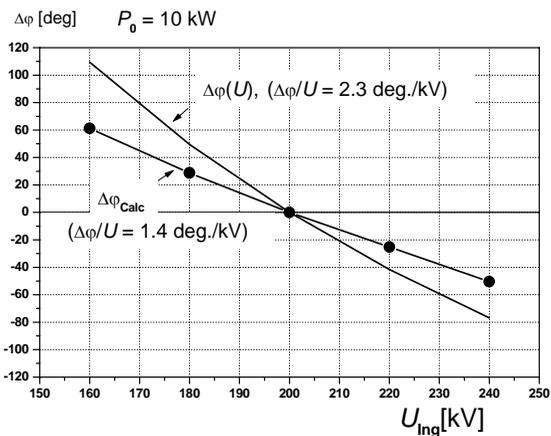
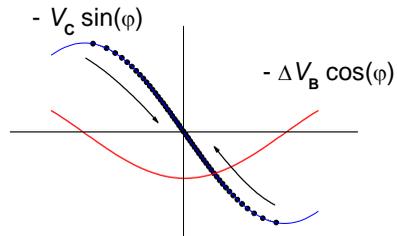


Рис. 10. Зависимость отклонения фазы сгустка на выходе группирователя от энергии инжекции при одинаковой входной СВЧ мощности 10 кВт: линия с точками – расчетная.

Особенности работы группирователя с “длинным сгустком”

При работе однозачорного группирователя клистронного типа частицы в нем приобретают только приращение скорости. Сам же пучок, проходящий группировующий резонатор, не успевает оформиться в отдельные сгустки. Для этого после такого группирователя предусмотрено дополнительное пространство дрейфа, где и происходит собственно группировка - формирование отдельных сгустков из первоначально непрерывного пучка. Поэтому группированный пучок, проходящий однозачорный резонатор, в среднем не наводит дополнительных полей той же частоты в самом резонаторе. Группировка определяется только полем, заданным внешним генератором, независимо от длительности начального тока.

Группирователь форинжектора состоит из четырех связанных резонаторов. Полное формирование сгустка происходит в самом группирователе (см. рис.4). Это дало возможность вплотную приблизить группирователь к первой ускоряющей секции и не вводить в конструкцию дополнительный дрейфовый промежуток. Однако теперь, в отличие от однозачорного группирователя, внутри резонатора, по крайней мере на его конце, находится вполне сгруппированный по фазе сгусток. Его поле излучения (длинноволновое) уже не равно нулю. Оно складывается с уже существующим в резонаторе полем. Так как поле в резонаторе носит характер группировующего, то в области группировки (в системе отсчета, связанного с центром группированного сгустка) оно равно (см. рис.) $V = -V_C \sin \varphi$, где V_C - амплитуда поля в резонаторе, которая зависит от поля генератора и наведенного поля излучения сгустков, прошедших к этому времени через резонатор. Поле излучения очередной порции пучка равно $V = -\Delta V_B \cos \varphi$, где ΔV_B пропорционально среднему току пучка. Тогда, после прохождения этой порции пучка через резонатор в нем останется поле, равное



$$V_{\text{New}} = -V_C \sin \varphi - \Delta V_B \cos \varphi = -\sqrt{V_C^2 + \Delta V_B^2} \cdot \sin(\varphi + \Delta \varphi),$$

где $\tan \Delta\varphi = \Delta V_B / V_C$. Тогда на последующие частицы будет действовать группирующее поле большее по амплитуде и сдвинутое по фазе. То есть при прохождении тока через резонатор в нем будет идти переходной процесс с изменением как амплитуды группирующего поля, так и его фазы. В результате на выходе группирователя начало и конец полного сгустка будут иметь разную плотность, а что еще более важно разную выходную фазу сгруппированных сгустков. В ускоряющей секции длинный сгусток тоже будет наводить поле излучения. Но это поле излучения, наведенное очередной порцией тока, будет каждый раз уходить от начала секции с групповой скоростью волны в ускоряющей структуре. То есть, на входе в ускоряющую секцию всегда будут одинаковые условия для приема очередного сгустка, определяемые только полем генератора и не зависящие от тока пучка. Как следствие, сгустки, влетевшие в разные моменты времени в ускоряющую секцию, будут иметь разные стартовые фазы. От начальной фазы влета в структуру зависят и средняя энергия сгустка и энергетический спектр пучка и, что самое главное, коэффициент захвата пучка (особенно по поперечной динамике).

Представим \vec{E} поле в резонаторе вблизи рабочей частоты ω в виде

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e}(\vec{r}) \cdot a(t). \quad (12)$$

Причем $a(t) = \text{Re}\langle \tilde{a}(t) \cdot e^{j\omega t} \rangle$, где $\tilde{a}(t)$ - медленно меняющаяся по сравнению с периодом $T = 2\pi / \omega$ функция времени. Напряжение в резонаторе ранее было определено как (см. (7)):

$$V_C(t) = \text{Re}\langle \tilde{V}_C(t) \cdot e^{j\omega t} \rangle \stackrel{df}{=} \text{Re}\left\langle e^{j\omega t} \cdot \int_0^L dz \tilde{E}_z(\vec{r}_\perp = 0, z, t) \cdot e^{j\omega t} \right\rangle_{t = \frac{z}{v_0}} \approx \quad (13)$$

$$\approx \text{Re}\left\langle \tilde{a}(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot \left\{ \int_0^L dz e_z(z) \cdot e^{j \frac{2\pi}{\beta \lambda} z} \right\} \right\rangle \equiv \text{Re}\langle \tilde{a}(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot w \rangle,$$

где $w = \int_0^L dz e_z(\vec{r}_\perp = 0, z) \cdot e^{j\omega \frac{z}{v_0}}$ и, следовательно, $\tilde{V}_C(t) = \tilde{a}(t) \cdot w$.

С учетом этого уравнение для расчета амплитудного коэффициента напряжения $\tilde{V}_C(t)$ запишется в виде [3]:

$$\left\{ \frac{d}{dt} + \frac{\omega_0}{2Q_L} \cdot (1 - j \tan \Psi) \right\} \tilde{V}_C = \frac{\omega_0}{Q_e} \cdot \tilde{V}_F - k \cdot \frac{1}{w^*} \int_V \tilde{J}(\vec{r}, t) \vec{e}(\vec{r}) dV, \quad (14)$$

где $V_F(t) = \text{Re} \langle \tilde{V}_F(t) \cdot e^{j\omega t} \rangle$ - амплитуда, определяемая подводимой к резонатору мощностью $P_{gen}(t)$, его фазой $\varphi_{gen}(t)$ и

коэффициентом связи с подводящим волноводом β_C :

$$\tilde{V}_F(t) = \sqrt{\frac{R_{sh} P_{gen}(t)}{\beta_C}} \cdot e^{j\varphi_{gen}(t)}, \quad (15)$$

$\tilde{J}(\vec{r}, t) = \text{Re} \langle \tilde{J}(\vec{r}, t) \cdot e^{j\omega t} \rangle$ - плотность тока группируемых частиц,

$\tan \Psi = Q_0 \cdot \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right)$ - параметр расстройки,

$Q_L = \frac{Q_0}{1 + \beta_C}$ и $Q_e = \frac{Q_0}{\beta_C}$ - нагруженная и внешняя добротности резонатора,

$k = \frac{\omega_0}{4} \cdot \frac{R_{sh}}{Q_0}$ - параметр потерь.

Причем амплитудные коэффициенты $\tilde{V}_F(t)$ и $\tilde{J}(\vec{r}, t)$ так же считаются медленно меняющимися функциями времени.

Плотность равномерного потока тока частиц на входе в резонатор (при $z = 0$) можно записать как

$$\tilde{J}(\vec{r}, t) \Big|_{z=0} = \bar{z}^0 \cdot \delta^2(\vec{r}_\perp) \cdot \left\{ \sum_{n=0}^{\lfloor t/\Delta t \rfloor} q(t_{0n}) \cdot \delta(t - t_{0n}) \right\}. \quad (16)$$

Считаем, что n -я частица влетает в резонатор в момент времени

$$t_{0n} = n \cdot \Delta t, \quad \text{где} \quad \Delta t = \frac{T}{N} = \frac{(2\pi/\omega)}{N}.$$

Тогда плотность тока частиц в точке z в момент времени t будет равна

$$\tilde{J}(\vec{r}, t) = \bar{z}^0 \cdot \delta^2(\vec{r}_\perp) \cdot \sum_{n=0}^{\lfloor t/\Delta t \rfloor} q(t_{0n}) \cdot \delta \left[t - t_{0n} - \int_0^z \frac{dz'}{v_i(z', t_{0n})} \right] \equiv \bar{z}^0 \cdot \delta^2(\vec{r}_\perp) \cdot I(z, t), \quad (17)$$

Так как медленно меняющаяся функция $I(z, t)$ имеет период T , то мы можем представить ее как

$$I(z, t) = I_0(t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [I_{nC}(z, t) \cdot \cos(n\omega t) + I_{nS}(z, t) \cdot \sin(n\omega t)], \quad (18)$$

где коэффициенты разложения считаются медленно меняющимися функциям времени (по сравнению с периодом колебаний $T = 2\pi / \omega$).

$$I_0(t) = \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} I(t) dt = \frac{1}{T} \cdot \sum_{n \nabla T} q(t_{0n}) \approx \frac{N \cdot \tilde{q}(t)}{T} = \frac{\tilde{Q}(t)}{T}, \quad (19)$$

здесь \tilde{Q} - средний за период полный заряд, влетающий в резонатор.

$$\text{Тогда } q(t_{0n}) \approx \tilde{q}(t) = I_0(t) \cdot \frac{T}{N}.$$

Косинусный коэффициент разложения для основной, первой гармоники в (18) равен

$$\begin{aligned} I_{1C}(z, t) &= \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} I(z, t) \cdot \cos(\omega t) dt = \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} \left\{ \sum_{n=0}^{\lfloor t/\Delta t \rfloor} q(t_{0n}) \cdot \delta \left[t - t_{0n} - \int_0^z \frac{dz'}{v_i(z', t_{0n})} \right] \right\} \cdot \cos(\omega t) dt \end{aligned}$$

Для n , принадлежащих одному периоду ($n \nabla T$):

$$t_{0n} = T \cdot \frac{n-1}{N-1}, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

Тогда косинусный коэффициент можно записать как

$$I_{1C}(z, t) = \frac{I_0(t)}{N} \cdot \sum_{n \nabla T} \cos \left[\omega \cdot \left(t_{0n} + \int_0^z \frac{dz'}{v_i(z', t_{0n})} \right) \right] \equiv \frac{I_0(t)}{N} \cdot \sum_{n=1}^N \cos [\varphi(t_{0n}, z)], \quad (20)$$

$$\text{где } \varphi(t_{0n}, z) = \omega \cdot \left(t_{0n} + \int_0^z \frac{dz'}{v_i(z', t_{0n})} \right).$$

Аналогично, синусный коэффициент разложения в (18) равен

$$I_{1S}(z, t) = \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} I(z, t) \cdot \sin(\omega t) dt = \frac{I_0(t)}{N} \cdot \sum_{n=1}^N \sin [\varphi(t_{0n}, z)]. \quad (21)$$

Тогда полная переменная составляющая тока $I(z, t)$ первой его гармоники равна

$$I(z, t) \Big|_{RF} \approx \frac{2I_0(t)}{N} \cdot \sum_{n=1}^N [\cos(\omega t) \cdot \cos[\varphi(t_{0n}, z)] + \sin(\omega t) \cdot \sin[\varphi(t_{0n}, z)]] =$$

$$= \frac{2I_0(t)}{N} \cdot \sum_{n=1}^N \cos[\omega t - \varphi(t_{0n}, z)] = \operatorname{Re} \langle \tilde{I}(z, t) \cdot e^{j\omega t} \rangle,$$

где комплексная амплитуда тока равна

$$\tilde{I}(z, t) = \frac{2I_0(t)}{N} \cdot \sum_{n=1}^N \exp[-\varphi(t_{0n}, z)]. \quad (22)$$

С учетом этого при $\omega = \omega_0$ получим общепринятую запись уравнения переходного процесса (14) в резонаторе, нагруженном током:

$$\frac{d\tilde{V}_C}{dt} + \frac{\omega}{2Q_L} \cdot \tilde{V}_C = \frac{\omega}{Q_E} \cdot \tilde{V}_F - 2 \cdot k \cdot I_0(t) \cdot W(\tilde{V}_C), \quad (23)$$

в которое, кроме того входит дополнительный коэффициент группировки

$$W(\tilde{V}_C) = \frac{\int_0^L dz \left\{ e_z(\bar{v}_\perp = 0, z) \cdot \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp[-\varphi(t_{0n}, z)] \right\}}{w^*}. \quad (24)$$

Вводя безразмерную переменную $\tau = t \cdot \frac{\omega}{2Q_L}$ его можно записать в виде

$$\frac{d\tilde{V}_C}{d\tau} + \tilde{V}_C = \frac{2 \cdot \sqrt{\beta_C \cdot R_{sh} \cdot P_F(\tau)}}{1 + \beta_C} \cdot e^{j\varphi_{gen}} - \frac{I_0(\tau) \cdot R_{sh}}{1 + \beta_C} \cdot W(\tilde{V}_C). \quad (25)$$

В стационарном случае

$$\tilde{V}_C = \frac{2 \cdot \sqrt{\beta_C \cdot R_{sh} \cdot P_F}}{1 + \beta_C} \cdot e^{j\varphi_{gen}} - \frac{I_0 \cdot R_{sh}}{1 + \beta_C} \cdot W(V_C). \quad (26)$$

Если при пролете резонатора скорость частиц не меняется, то коэффициент группировки W зависит только от формы импульса тока на входе в резонатор. Тогда при непрерывном токе на входе в резонатор $W = 0$ и напряжение на резонаторе не зависит от величины среднего тока I_0 , проходящего через резонатор. А если на вход поступает идеально сгруппированный пучок ($N = 1$), то $I_0 = Q \cdot f \equiv \frac{Q\omega}{2\pi}$, а $W = 1$.

Вводя безразмерную координату $\xi = \frac{z}{\lambda}$ и безразмерную амплитуду

группирующего поля (см. (11)) $G(\tau, \xi) = \frac{e \cdot |\tilde{V}_C(\tau)|}{m_0 c^2} \cdot \tilde{E}_{Uz}(\xi)$, окончательно

получим совместную систему уравнений для расчета переходного процесса в резонаторе с учетом его группировки:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\tilde{V}_C}{d\tau} + \tilde{V}_C = \frac{2 \cdot \sqrt{\beta_C \cdot R_{sh} \cdot P_F(\tau)}}{1 + \beta_C} \cdot e^{j\varphi_{gen}(\tau)} - \frac{I_0(\tau) \cdot R_{sh}}{1 + \beta_C} \cdot W\{\tilde{V}_C(\tau)\}, \\ \frac{d\varphi_i}{d\xi} = \frac{2\pi}{\beta_i(\xi)}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad \varphi_i(0) = \frac{2\pi}{N} \cdot (i - 1), \\ \frac{d\beta_i}{d\xi} \approx \frac{G(\tau, \xi)}{\beta_i \gamma_i^3} \cdot \cos[\varphi_a(\tau) + \varphi_i(\xi)] \quad \beta_i(0) = \beta_0, \\ \frac{d\tilde{W}_i\{\xi\}}{d\xi} = \exp\{-j\varphi_i(\xi)\} \cdot \tilde{E}_{Uz}(\xi), \\ W\{\tilde{V}_C(\tau)\} \equiv \left[\int_0^{L/\lambda} d\xi' \cdot \tilde{E}_{Uz}(\xi') \cdot e^{j\frac{2\pi\xi'}{\beta_0}} \right] \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \tilde{W}_i\{\xi = L/\lambda\}. \end{array} \right. \quad (27)$$

Переходной процесс рассмотрим для группируемого пучка с энергией инжекции $U_{Ing} = 200$ кВ, импульсным током за период $I_0 = 1.5$ А и длительностью импульса тока $\tau_B = 250$ нс. Такие параметры имеет проект линейного ускорителя электронов для интенсивного источника нейтронов (ИРЕН) [4].

На рис. 11 и рис. 12 показаны зависимость от времени амплитуды и фазы напряжения на резонаторе при различных начальных входных мощностях группирувателя. На рис. 13 приведена плотность частиц на выходе группирувателя в начале заполнения структуры и после окончания сгустка.

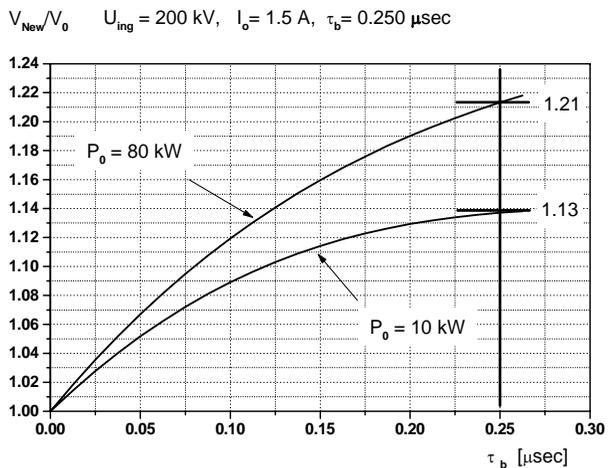


Рис. 11. Зависимость от времени амплитуды группирующего напряжения при различных начальных входных мощностях группирователя.

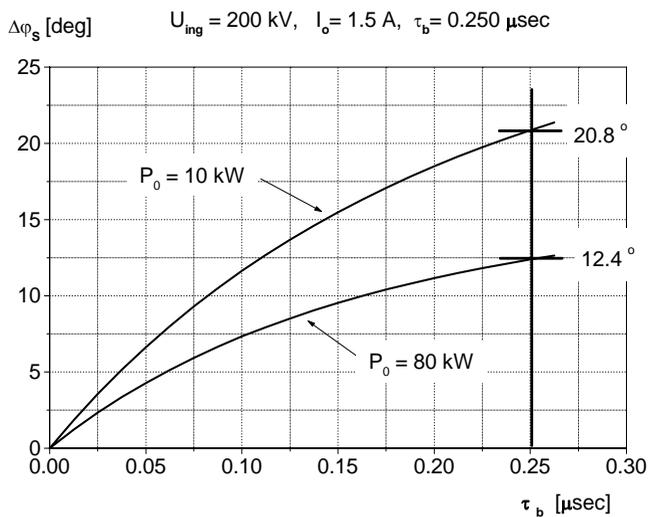


Рис. 12. Зависимость от времени фазы группирующего напряжения при различных начальных входных мощностях группирователя.

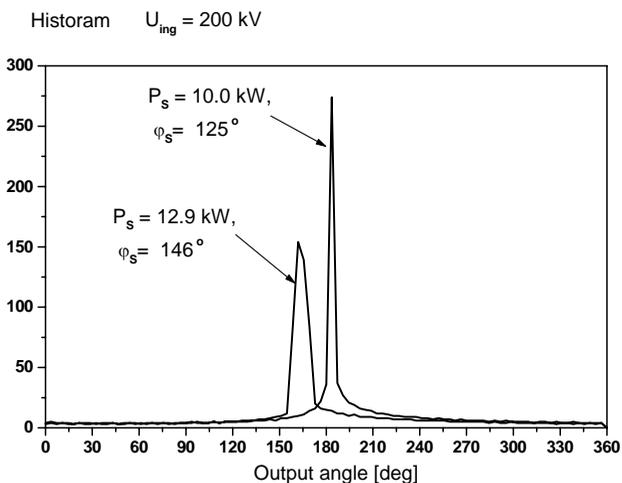


Рис. 13. Плотность частиц на выходе группирователя в начале заполнения структуры током и после окончания сгустка.

На рис. 13 начальная входная мощность равна 10 кВт. В поле, соответствующем такой входной мощности, происходит группировка “головы” сгустка. “Хвост” сгустка группируется уже в поле, эквивалентном входной мощности 12.9 кВт и сдвинутом по фазе на 21° . На рис. 14 приведены зависимости полного изменения амплитуды и фазы группирующего напряжения на выходе группирователя от начальной входной мощности.

Для проекта ИРЕН [4] главным является полный заряд в сгустке $Q = I_0 \cdot \tau_B$. На рис. 15 и 16 изображены зависимости от времени амплитуды и фазы группирующего напряжения при различных средних токах пучка, но с одинаковым полным зарядом $Q = 375 \text{ нК}$ и с одинаковой начальной мощностью на входе в группирователь 10 кВт. Напомним, что характерное время переходного процесса в рассматриваемом группирователе $\tau = 2Q_L / \omega \approx 160 \text{ нс}$. Естественно, чем больше средний ток, тем больше заряд, пролетающий группирователь за период, тем большее поле он будет наводить в резонаторе.

Дальнейшая динамика пучка, как продольная, так и поперечная в сильной степени зависит от ускоряющей структуры, принимающей сгруппированный пучок. Поэтому полученные результаты надо рассматривать как исходные для расчета дальнейшего поведения пучка в ускоряющей структуре.

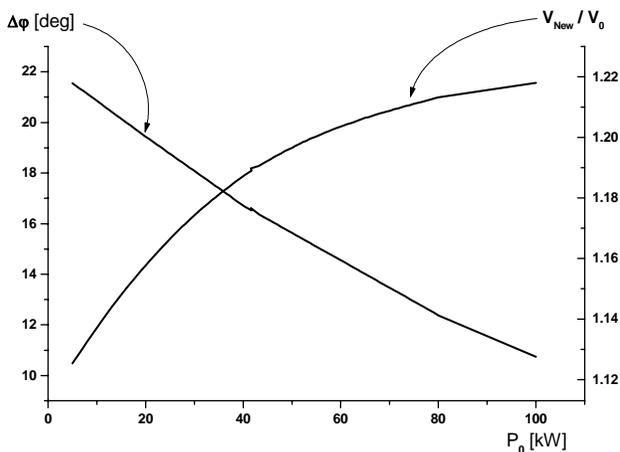


Рис. 14. Зависимость полного изменения амплитуды и фазы гуппирующего напряжения от мощности генератора.

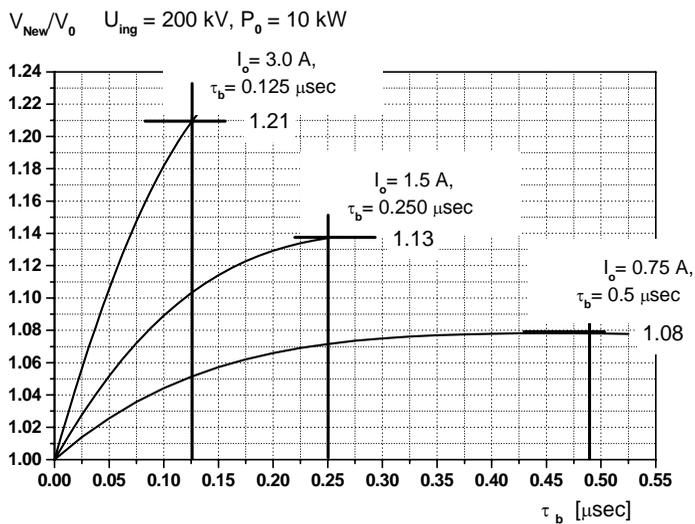


Рис. 15. Зависимость от времени амплитуды ускоряющего напряжения при различных токах пучка.

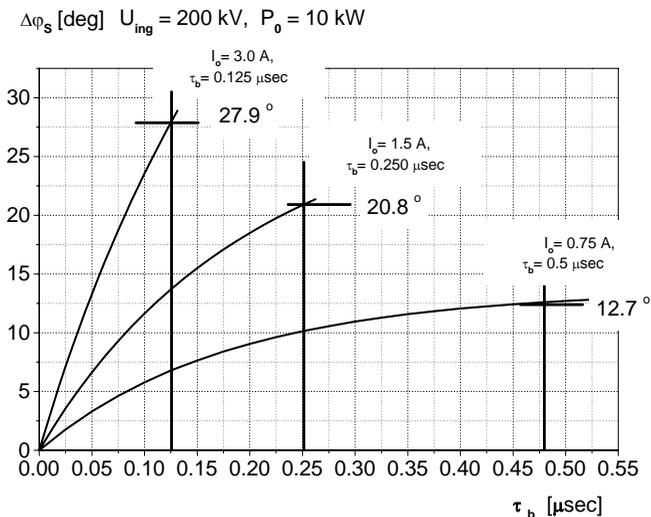


Рис. 16. Зависимость от времени фазы ускоряющего напряжения при различных токах пучка.

Литература

- [1] A.V. Alexandrov et al. Electron-positron preinjector of VEPP-5 complex. Proc.1996 of the XVIII Int. Linear Acc. Geneve, Switzerland. p.821-823.
- [2] М.С. Авилов и др. Испытание ускоряющей секции форинжектора ВЭПП-5, препринт ИЯФ 2000-50, Новосибирск 2000.
- [3] Frontiers of Accelerator Technology. Editors S. I. Kurokawa, M. Month, S. Turner, World Scientific, 1996, US-Japan International School on Particle Accelerators, ISBN 981-02-3838-X.
- [4] Линейный ускоритель электронов для интенсивного источника нейтронов (ИРЕН). Отчет о научно-исследовательской работе (договор №92-4), Новосибирск 1993Б ИЯФ СО РАН, 97 с.