

Сибирское отделение Российской Академии наук
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

Р.Р. Ахметшин, А.В. Брагин, Д.Н. Григорьев,
В.Ф. Казанин, А.А. Рубан, В.П. Смахтин,
А.И. Шехтман, Ю.В. Юдин

ТОРЦЕВОЙ КАЛОРИМЕТР ДЕТЕКТОРА КМД-2

ИЯФ 2000-25

НОВОСИБИРСК
2000

Торцевой калориметр детектора КМД-2

*P.P. Ахметшин, А.В. Брагин, Д.Н. Григорьев, В.Ф. Казанин,
А.А. Рубан, В.П. Смактин, А.И. Шехтман, Ю.В. Юдин*

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Торцевой калориметр детектора КМД-2 состоит из 680 кристаллов BGO, объединенных в два торца. В качестве фотоприемников используются вакуумные фотодиоды. При изменении энергий фотонов от 100 до 700 МэВ энергетическое разрешение изменяется от 8 до 4%, а угловое разрешение – от 0,03 до 0,02 радиана. Полученные величины разрешений согласуются с моделированием.

The endcap calorimeter for the CMD-2 detector

*R.R. Akhmetshin, A.V. Bragin, D.N. Grigoriev, V.F. Kazanin,
A.A. Ruban, V.P. Smakhtin, A.I. Shekhtman, Yu.V. Yudin*

The endcap calorimeter of the CMD-2 detector consists of 680 BGO crystals, arranged in two endcaps. The light readout is performed by vacuum phototriodes. For the energy of incident photons from 100 to 700 MeV the energy resolution is from 8% to 4% and angular resolution is from 0.03 radians to 0.02 radians in agreement with MC simulation.

©Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Россия

Оглавление

1 Введение	5
2 Кристаллы	6
2.1 Производство и тестирование кристаллов	6
2.2 Радиационная стойкость	10
3 Вакуумные фототриоды	11
3.1 Процедура проверки фототриодов	11
3.2 Влияние магнитного поля на параметры фототриодов	13
4 Электроника торцевого калориметра	14
4.1 Аналоговая электроника	15
4.2 Высоковольтное питание	17
5 Конструкция калориметра	19
6 Калибровка торцевого калориметра	22
6.1 Калибровка пьедесталов амплитудно-цифровых преобразо- вателей	23
6.2 Калибровка интегрального коэффициента преобразования электронного тракта	24
6.3 Калибровка калориметра по космическим частицам	25
7 Алгоритм обработки информации	32
8 Энергетическое и координатное разрешение	35
8.1 Отбор событий	37
8.2 Координатное разрешение	39
8.3 Энергетическое разрешение	42
9 Заключение	45
Приложение. Отбор событий для OFFLINE калибровки	45
Литература	49

1 Введение

С 1992 года в Институте ядерной физики ведутся эксперименты с детектором КМД-2 на накопителе ВЭПП-2М [1]. Детектор КМД-2 является универсальным магнитным детектором с близким к 4π телесным углом регистрации частиц (рис. 1). Координатная система детектора состоит из дрейфовой камеры [2] и Z-камеры [3]. Импульсы заряженных частиц измеряются по кривизне траекторий в магнитном поле, создаваемым основным соленоидом [4]. Электромагнитный калориметр детектора состоит из цилиндрического калориметра на основе кристаллов CsI [5] и торцевого калориметра на основе кристаллов BGO [6].

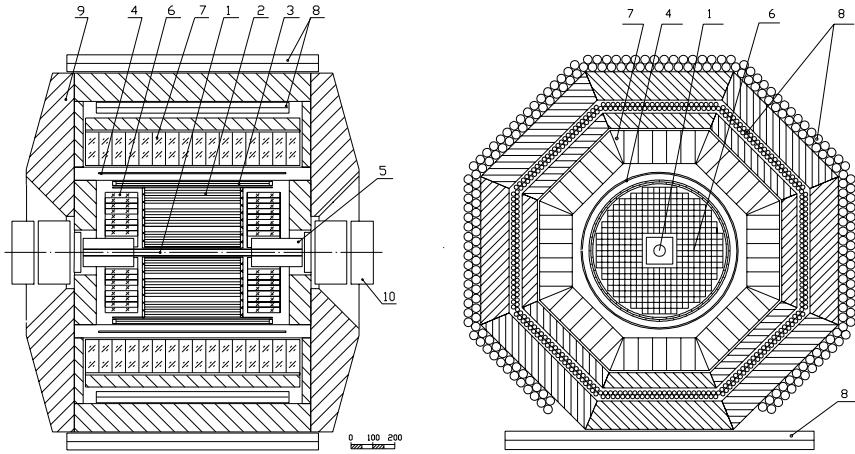


Рис. 1: Детектор КМД-2 в $R - \phi$ и Z проекциях. 1 — вакуумная камера; 2 — дрейфовая камера; 3 — Z-камера; 4 — основной сверхпроводящий соленоид; 5 — компенсирующий соленоид; 6 — торцевой калориметр на основе BGO; 7 — цилиндрический калориметр на основе CsI; 8 — пробежная система; 9 — ярмо магнита; 10 — квадрупольные линзы.

Торцевой калориметр состоит из двух одинаковых торцов и покрывает полярные углы от 16° до 49° и от 131° до 164° . Полный телесный угол, покрываемый торцевым калориметром, $0,3 \times 4\pi$ стерадиан. Он расположен внутри основного соленоида и работает в продольном магнитном поле 1 Тл.

Калориметр состоит из 680 сцинтилляционных кристаллов ортогер-

маната висмута $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ (BGO) общим весом около 450 кг [7]. Ограниченнaя общей конструкцией детектора максимальная длина кристаллов обусловила выбор в качестве сцинтилляционного материала кристаллов BGO, которые имеют среди широко использующихся в физике высоких энергий сцинтилляторов максимальную плотность и минимальную радиационную длину. Кристаллы имеют форму прямоугольного параллелепипеда размером $25 \times 25 \times 150$ мм³. Длина кристаллов соответствует $13,5 X_0$. Поперечный размер кристаллов был выбран как компромисс между координатным разрешением и числом фотоприемников. Выбранный размер близок к мольеровскому радиусу, составляющему для BGO 24 мм. Все грани кристаллов полированы и светосбор осуществляется на основе полного внутреннего отражения.

Наличие в объеме торцевого калориметра сильного магнитного поля не позволяет использовать традиционные фотоумножители. В качестве фотоприемников были выбраны вакуумные фототриоды [8], работоспособные в магнитном поле до 2 Тл. Дополнительными преимуществами фототриодов в сравнении с фотоумножителями являются меньшие размеры, высокая стабильность коэффициента усиления и его слабая чувствительность к величине высокого напряжения.

Недостатком фототриодов является малый коэффициент усиления порядка 10 в сравнении с характерным для фотоумножителей 10^{5-7} . Это потребовало разработки малошумящей электроники для обеспечения допустимого уровня шумов [9]. Сигнал с фототриодов поступает на вход зарядочувствительных предусилителей с полевыми транзисторами на входе. Для уменьшения шумов предусилители расположены внутри калориметра непосредственно на фототриодах.

Основные параметры торцевого калориметра приведены в таблице 1.

2 Кристаллы

2.1 Производство и тестирование кристаллов

Кристаллы выращивались на основе модифицированного метода Чохральского с низкими температурными градиентами, разработанным в Институте неорганической химии СО РАН [7].

Около 60% кристаллов было изготовлено на Красноярском заводе цветных металлов, около 30% – на Опытном заводе СО РАН и около

Таблица 1: Основные параметры торцевого калориметра.

Параметр	Значение
Полярные углы	$16^\circ\text{--}49^\circ$ и $131^\circ\text{--}164^\circ$
Телесный угол	$0,3 \times 4\pi$ стерадиан
Сцинтилляционный материал	кристаллы BGO
Число кристаллов	680
Размер кристаллов	$25 \times 25 \times 150$ мм ³
Толщина калориметра	$13,5 X_0$
Полный вес кристаллов	450 кг
Фотоприемники	вакуумные фототриоды
Диаметр фототриода	22 мм
Диаметр фотокатода	18 мм
Длина цилиндрической части	< 26,5 мм
Полная длина	< 45 мм
Шаг сетки	0,25 мм
Квантовая эффективность	~ 10%
Коэффициент усиления	~ 10
Предусилители	зарядочувствительные
Электронный шум	300 электронов (0.9 МэВ)
Пассивное вещество перед калориметром	$0,1 X_0$
Пассивное вещество между кристаллами	0,002 г/г
Средний зазор между кристаллами	<0,3 мм

10% – в Институте неорганической химии СО РАН.

Допуски на геометрические размеры (–0,5 мм на продольный размер и –0,05 мм на поперечные размеры) были заданы исходя из физических требований и являлись легковыполнимыми для оптического производства, на котором происходила обработка кристаллов, поэтому, за исключением нескольких сбоев, все кристаллы удовлетворяли геометрическим требованиям.

Измерения сцинтилляционных параметров проводились с помощью фотоумножителя XP2102 производства корпорации PHILIPS с диаме-

тром чувствительной зоны фотокатода 44 мм и источника ^{137}Cs с энергией γ -квантов 661,6 кэВ. Контролировались два параметра: величина световыххода и его неоднородность вдоль кристалла, которые наиболее сильно влияют на разрешение калориметра. Световыход кристаллов определялся относительно тестового кристалла BGO диаметром 25 мм и высотой 25 мм. Повторяемость результатов составила 1%.

На рис. 2 приведена зависимость световыхода кристаллов от его неоднородности. Из рисунка видна четкая корреляция: большой неоднородности световыхода соответствует малая его величина. Это значит, что неоднородность световыхода определяется поглощением сцинтилляционного света в кристалле и его рассеянием на включениях внутри кристалла. Если бы неоднородность световыхода определялась флюктуациями световыхода в объеме кристалла, то их корреляция была бы слабой. Малая неоднородность световыхода демонстрирует высокую однородность кристалла и его прозрачность для сцинтилляционного света.

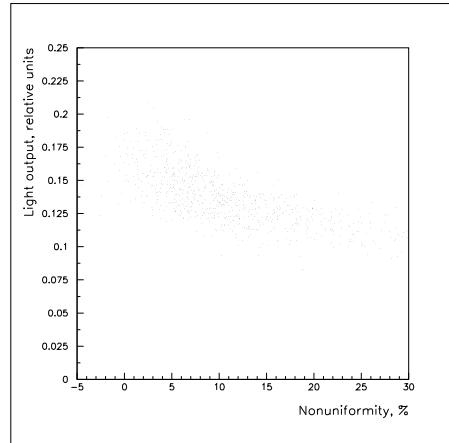


Рис. 2: Зависимость световыхода кристаллов от его неоднородности.

В процессе изготовления кристаллов технология выращивания непрерывно совершенствовалась. Поэтому кристаллы с худшими параметрами получены в основном из первых произведенных партий кристаллов. На рис. 3 приведены результаты измерения световыхода кристаллов и его неоднородности для всех кристаллов и последней партии из 83 кристаллов, которая была изготовлена в Институте неорганической химии СО

РАН после очередного усовершенствования технологии. Видно, что параметры кристаллов существенно улучшились. К сожалению, высокая стоимость кристаллов не позволила заменить часть первых кристаллов на кристаллы более высокого качества, выращенные по усовершенствованной технологии.

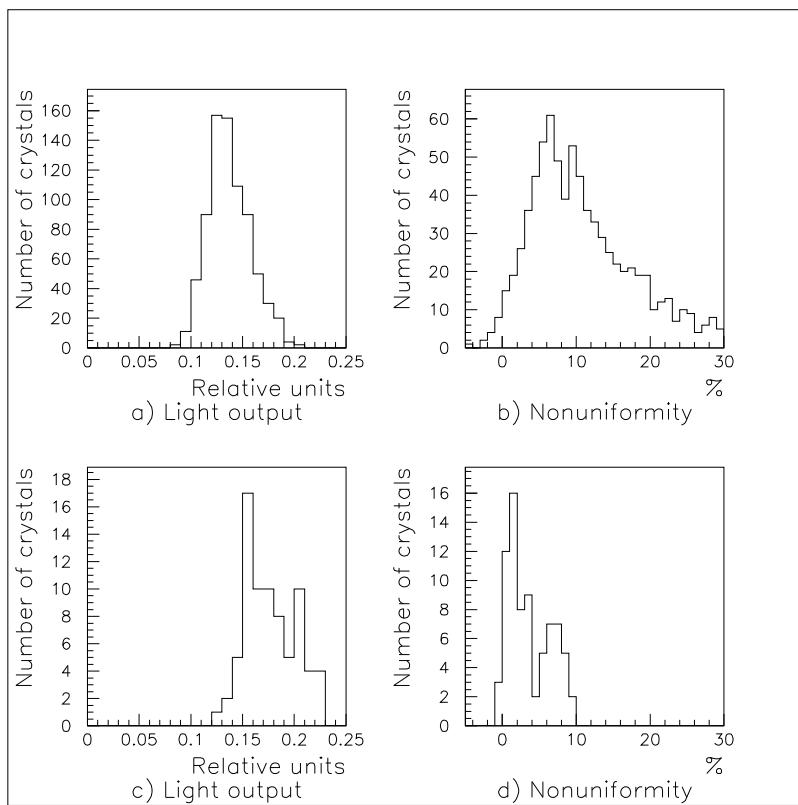


Рис. 3: Результаты измерения сцинтилляционных параметров кристаллов. а) – световыхход, все кристаллы; б) – неоднородность световыххода, все кристаллы; в) – световыхход, последняя партия кристаллов; г) – неоднородность световыххода, последняя партия кристаллов.

Кристаллы, имеющие световыхход меньше 0.1 или неоднородность световыххода хуже 20%, отбраковывались. В основном кристаллы бракова-

лись по неоднородности световыххода. В частности, это связано с тем, что ее вклад в энергетическое разрешение сильнее.

2.2 Радиационная стойкость

Так как кристаллы торцевого калориметра должны находиться в непосредственной близости от пучков, при разработке технологии выращивания большое внимание уделялось радиационной стойкости кристаллов BGO. Одни из первых кристаллов были облучены γ -квантами от источника ^{60}Co и тормозного излучения электронного пучка промышленного ускорителя типа ЭЛВ-6. При облучении дозой 2 крад световыхход падал примерно на 30% и за 10 суток восстанавливался до 90% от первоначального [10]. Ожидаемая доза облучения порядка 100 рад/год была оценена по результатам измерения фоновых условий в месте будущего расположения калориметра с кристаллом реального размера. Сравнение результатов изучения радиационной стойкости и фоновых условий показало, что радиационная стойкость кристаллов BGO позволяет использовать их в торцевом калориметре.

Другой проверкой радиационной стойкости кристаллов BGO стало использование с 1991 года восьми кристаллов, изготовленных для торцевого калориметра, в мониторах светимости накопителя ВЭПП-2М [11]. Мониторы регистрируют гамма-кванты тормозного излучения под малыми углами. Изменения световыххода кристаллов в течении года облучения не превысили 10%. Доза облучения кристаллов в мониторах составляет около $3 \div 5$ крад/год, а ближних к пучку кристаллов калориметра – $100 \div 200$ рад/год (загрузка всего калориметра составляет примерно 10 кГц, а загрузка мониторов при таких же порогах лежит в области сотен килогерц). Таким образом, годовая доза облучения кристаллов мониторов превосходит во много раз дозу облучения для ближних к пучку кристаллов калориметра за все время проведения экспериментов на детекторе КМД-2 и радиационная стойкость кристаллов BGO достаточна для их использования в торцевом калориметре детектора КМД-2. Действительно, при проведении периодических калибровок детектора не было обнаружено указаний на радиационные повреждения кристаллов.

В настоящее время в Институте неорганической химии СО РАН выращиваются кристаллы BGO, имеющие радиационную стойкость 10 – 20 Мрад [12].

3 Вакуумные фототриоды

Используемые в торцевом калориметре фототриоды были разработаны и произведены в Институте ядерной физики СО РАН [8]. Диаметр фототриодов 22 мм хорошо соответствует размеру кристаллов BGO. Длина цилиндрической части фототриодов меньше 26.5 мм, полная длина с учетом выводов и штенгеля меньше 45 мм. В качестве анода использовалась сетка с шагом 0.25 мм, которая имела прозрачность около 80%. Как показали измерения параметров части фототриодов, выбранный шаг сетки обеспечивает работоспособность фототриодов в продольных магнитных полях до 2 Тл. Измерения параметров всех фототриодов проводились в магнитном поле 1 Тл, соответствующем магнитному полю детектора.

Для световой и электрической изоляции фототриодов их боковая поверхность заворачивалась в металлическую фольгу с проводящим клейким слоем и изоляционную ленту. Цоколь фототриода вместе с имеющимися на нем выводами покрывался кремнийорганическим лаком для предотвращения поверхностных токов утечки.

Для выбора величин потенциалов фотокатода и динода была изучена зависимость коэффициента усиления нескольких фототриодов от приложенных напряжений на испытательном стенде и проведено сравнение результатов калибровок торцевого калориметра по космическим частицам при различных потенциалах катода и динода. Оптимальным оказалось соотношение потенциалов катода и динода 4:1. При этом увеличение потенциала фотокатода с -800 В до -1000 В приводит к незначительному ($4\% / 100$ В) увеличению коэффициента усиления, однако число шумящих фототриодов увеличивается в 2 раза. Поэтому потенциал катода был выбран -800 В, а потенциал динода -200 В.

3.1 Процедура проверки фототриодов

Первым этапом проверки фототриодов было измерение их токов утечки. Основная масса фототриодов имела ток утечки меньше 0,1 нА. Такая величина токов утечки дает вклад в шумы примерно 60 электронов, пренебрежимо малый по сравнению с собственным шумом предусилителя. Фототриоды, имеющие ток утечки больше 0,5 нА (вклад в шумы примерно 140 электронов), отбраковывались. Измерения производились при потенциалах фотокатода -1000 В и динода -250 В, то есть на 25% выше рабочих.

При повторных проверках первых партий было обнаружено, что у части фототриодов через непродолжительное время появляются большие токи утечки, которых первоначально не было. Наиболее вероятным объяснением представляется натекание воздуха в приборы с плохой герметичностью. После обнаружения этого эффекта все фототриоды стали подвергаться долговременным испытаниям. То есть они находились под высоким напряжением в течении 1÷2 месяцев и периодически производились измерения токов утечки и отбраковка фототриодов. Введение долговременных испытаний позволило выявить уже на первом этапе проверки более 80% ненадежных фототриодов.

На втором этапе проверки фототриодов измерялось произведение квантовой эффективности на коэффициент усиления. Именно этот параметр определяет величину заряда на входе предусилителя и, соответственно, величину энергетического эквивалента шумов. Результаты измерений приведены на рис. 4. Фототриоды, имеющие данный параметр меньше 0.35 электрона/фотон, отбраковывались.

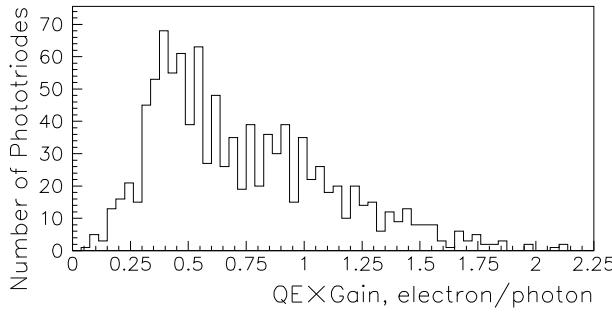


Рис. 4: Распределение фототриодов по произведению квантовой эффективности на коэффициент усиления в магнитном поле 1 Тл.

Квантовая эффективность фототриода прямо влияет на количество фотоэлектронов, однако вклад статистики фотоэлектронов в разрешение торцевого калориметра составляет около $0,5\%/\sqrt{E(\text{ГэВ})}$, что существенно меньше вкладов флуктуаций утечки ливня и шумов электроники. Квантовая эффективность и коэффициент усиления были измерены для части фототриодов. Их средние величины оказались 10% и 10 раз, соответственно.

3.2 Влияние магнитного поля на параметры фототриодов

На рис. 5 приведено полученное по результатам калибровки торцевого калориметра по космическим частицам распределение по падению коэффициента усиления фототриода в магнитном поле 1 Тл. Среднее падение коэффициента усиления составило 1,8 раза. Эти результаты хорошо согласуются с результатами измерения на испытательном стенде [13] и данными работы [8]. Как видно из рис. 6, основное падение коэффициента усиления происходит при начальных магнитных полях порядка сотен гаусс. Причина этого состоит в том, что площадь фотокатода в среднем в 1,4 раза больше, чем площадь динода, и в магнитном поле часть фотоэлектронов, двигаясь вдоль силовых линий магнитного поля, не попадает на динод.

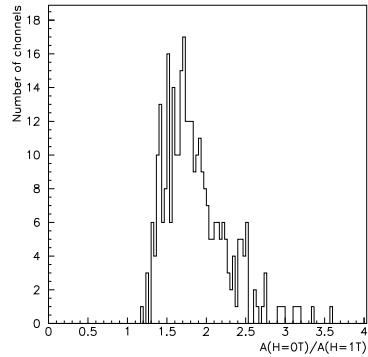


Рис. 5: Распределение фототриодов по падению усиления в магнитном поле 1 Тл.

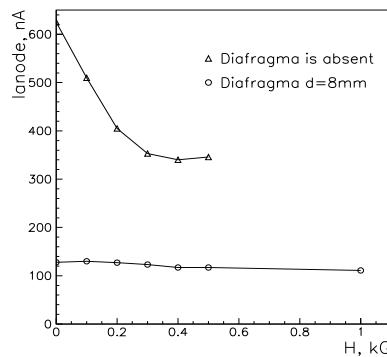


Рис. 6: Зависимость выходного сигнала фототриода от величины магнитного поля.

С целью проверки этой гипотезы были повторены измерения зависимости коэффициента усиления от величины магнитного поля, с той разницей, что теперь засвечивался не весь фотокатод, а только его центральная часть диаметром 8 мм. При такой засветке все фотоэлектроны с фотокатода должны попадать на динод и, как видно из рис. 6, в этом случае резкое падение коэффициента усиления при начальных полях отсутствует.

4 Электроника торцевого калориметра

Электроника торцевого калориметра состоит из аналоговой электроники (зарядочувствительных предусилителей и формирующих усилителей), триггера, оцифровывающей электроники и цепей питания. Она подробно описана в [9, 14]. Блок-схема электроники приведена на рис. 7.

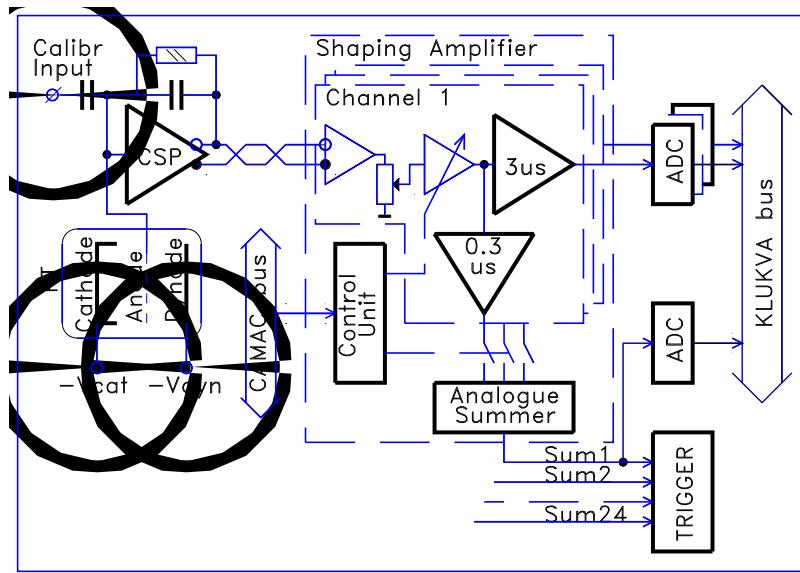


Рис. 7: Блок-схема электроники торцевого калориметра.

Триггер торцевого калориметра выделяет события прохождения космических частиц для калибровки калориметра и события процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-, 2\gamma$ для контроля за разрешением калориметра и оперативного измерения светимости.

Оцифровывающая электроника состоит из блоков амплитудно-цифровых преобразователей А32 [15] и время-цифровых преобразователей ТП [16], выполненных в стандарте КЛЮКВА [17].

Для уменьшения шумов предусилители расположены непосредственно на фототриодах внутри детектора и недоступны во время проведения сеансов набора статистики. Остальные блоки электроники доступны для

обслуживания во время работы ускорительно-накопительного комплекса.

4.1 Аналоговая электроника

Зарядочувствительные предусилители построены по широко используемой каскодной схеме с полевым транзистором JFET-типа на входе. Такое построение предусилителя обеспечивает минимальный уровень шумов при достаточном для калориметрических задач быстродействии. В качестве входного элемента был экспериментально выбран транзистор КП323А.

Для подавления микрофонного эффекта в фототриодах и других низкочастотных шумов выходной сигнал предусилителей дифференцируется на RC-цепи с постоянной времени 25 мкс .

Сигналы с зарядочувствительных предусилителей поступают на входы формирующих усилителей. Основными задачами формирующих усилителей являются: усиление сигналов для согласования со шкалой амплитудно-цифрового преобразователя, фильтрация сигналов с целью улучшения отношения сигнал/шум, суммирование и формирование сигналов для триггерных целей.

Типичный коэффициент усиления формирующего усилителя составляет 200. Для компенсации разброса параметров кристаллов, предусилителей и фототриодов имеется 2 стадии регулировки коэффициента усиления. Первая, ручная, при помощи переменного резистора позволяет изменять коэффициент усиления в 3 раза. Вторая управляется от компьютера. Она позволяет регулировать коэффициент усиления в 2 раза и служит для точной настройки. Использование двух стадий позволило реализовать относительно простую схему узла точной регулировки.

Так как в процессе развития электромагнитного ливня энергия выделяется в нескольких кристаллах, то для формирования триггерных сигналов осуществляется аналоговое суммирование сигналов с 15 кристаллов. Индивидуальные сигналы поступают на сумматор через управляемые от компьютера ключи, которые позволяют подключить ко входу сумматора любую комбинацию каналов. Они используются для измерения вкладов индивидуальных каналов в суммарный сигнал, проверки триггера и выключения из суммирования отдельных шумящих каналов с целью подавления ложных запусков.

По результатам измерений на стенде для измерения выделенной в кристалле энергии была выбрана состоящая из RC-дифференцирования

и интегрирования на схеме двойного Т-моста формирующая цепь с постоянной 3 мкс, а для триггерного канала – RC-CR формирование с постоянной 0.3 мкс.

Сигналы передаются с парафазного выхода предусилителя на дифференциальный вход формирующего усилителя по кабелям длиной 6 м из витой пары в экране с внешней изоляцией. Такое решение было выбрано по результатам работы с установленными в детектор прототипами и обеспечивает подавление внешних и взаимных наводок до уровня, меньшего собственных шумов предусилителей (рис. 8). Средние величины шумов, измеренных с временем формирования 3 и 0,3 мкс, составили 290 и 350 электронов соответственно.

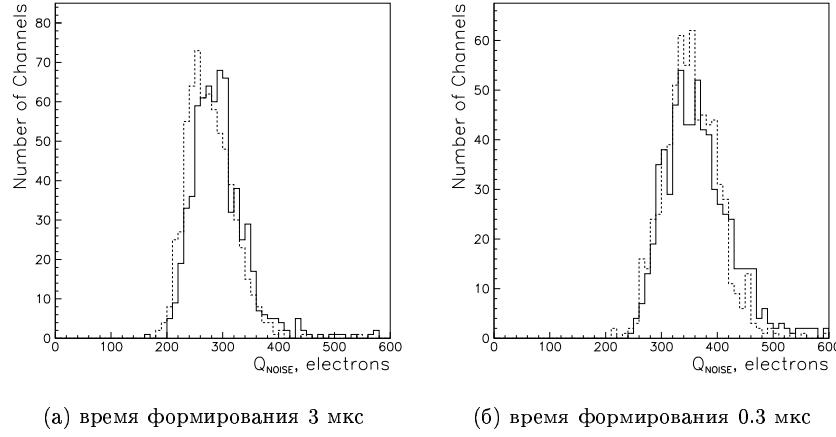


Рис. 8: Распределение зарядочувствительных предусилителей по величине шумов, измеренных в рабочих (сплошная гистограмма) и лабораторных условиях (пунктирная гистограмма).

С целью изучения коррелированных шумов при проведении калибровки калориметра в каждом событии вычислялись суммы амплитуд 15 индивидуальных каналов, входящих в одну группу формирующего усилителя. Потом вместе с индивидуальными шумами каналов измерялся шум такого суммарного сигнала. Если шумы некоррелированы, то суммарный шум должен равняться корню квадратному из суммы квадратов индивидуальных шумов. На рис. 9 приведено отношение измеренного суммарного шума к вычисленному $\sigma(\sum_{i=1}^{15} A_i) / \sqrt{\sum_{i=1}^{15} \sigma_i^2}$. Как

видно, вклад коррелированных шумов меньше 5%. Это является оценкой сверху на вклад внешних наводок в шумы электроники.

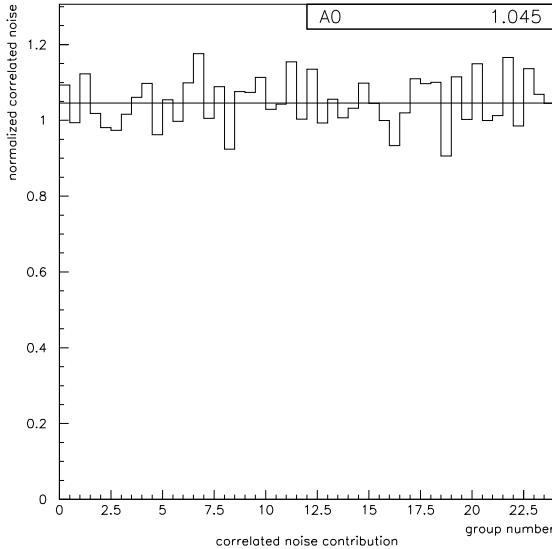


Рис. 9: Относительный вклад коррелированных шумов.

При разработке зарядочувствительных предусилителей было принято решение не использовать защиту от пробоев фототриодов на входе предусилителя, так как это приводит к существенному росту шумов. Правильность этого решения показал опыт эксплуатации калориметра с 1996 года. В течение всего периода ни один предусилитель не вышел из строя по собственной вине или из-за разовых пробоев фототриодов.

4.2 Высоковольтное питание

Высоковольтное питание фототриодов и питание предусилителей заводится отдельно на правую и левую части каждого торца. Внутри детектора установлены емкостные фильтры для подавления возможных наводок на кабели питания. Напряжение на фотокатоды и диноды фототриодов подается от отдельных источников. Блок-схема высоковольтного питания приведена на рис. 10.

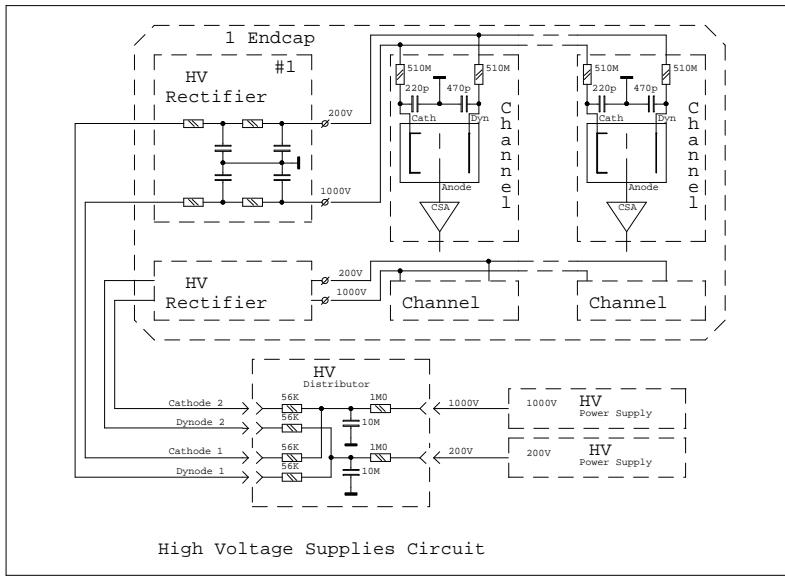


Рис. 10: Блок-схема высоковольтного питания.

Исследование возникающих при подаче высокого напряжения эффектов выявило две проблемы. Во-первых, при "быстром" включении/выключении высокого напряжения на выходе предусилителей возникает значительное напряжение, которое может привести к выходу из строя выходных транзисторов. Во-вторых, используемые источники высокого напряжения имеют коэффициент пульсаций 10^{-3} . Соответствующая величина шумового заряда составляет примерно 10^7 электронов. Для обеспечения необходимого подавления пульсаций в каждом высоковольтном питании было установлено три низкочастотных RC-фильтра. Проведенные измерения показали, что включение высокого напряжения не приводит к появлению дополнительных шумов.

Первый фильтр из резистора 1 МОм и лавсанового конденсатора емкостью 10 мкФ с очень низкими собственными утечками установлен на выходе источника. Таким образом, характерное время включения/выключения высокого напряжения составляет 10 с. Измерения показали, что при включении/выключении высокого напряжения выходное напряжение предусилителя не превышает 50 мВ, в соответствии с расчетом, и не представляет опасности.

Второй фильтр установлен внутри детектора и служит также для подавления возможных наводок на подводящие высокое напряжение кабели. Он состоит из двух звеньев из резисторов 0.51 МОм и конденсаторов емкостью 3300 пФ.

Третий фильтр является индивидуальным для каждого триода. Он расположен непосредственно в блоках калориметра на платах высоковольтных фильтров и состоит из резистора 510 МОм и конденсаторов емкостью 220 пФ (фотокатод) и 470 пФ (динод). Величины емкостей используемых в фильтрах конденсаторов примерно в 100 раз больше соответственно емкостей фотокатод-анод 2 пФ и динод-анод 4 пФ, что обеспечивает сбиение $\geq 99\%$ заряда. Использование высокоомного резистора ограничивает ток при пробое фототриода до 2 мА. Поэтому даже полное закорачивание 5% фототриодов, чего в реальной жизни не происходит, приведет к уменьшению коэффициента усиления остальных на 1%.

5 Конструкция калориметра

Базовым элементом конструкции торцевого калориметра является линейка кристаллов. Торцевой калориметр собирается из 80 линеек трех типов: 8 линеек из 6 кристаллов, 44 – из 8 кристаллов и 28 – из 10 кристаллов. Каждая линейка оборудуется фототриодами, двумя платами с предусилителями и платой высоковольтных фильтров. Конструкция линейки из 8 кристаллов схематично показана на рис. 11. Линейки с другим количеством кристаллов устроены аналогично. Используемая модульная конструкция упрощает сборку калориметра и его общую конструкцию.

Кристаллы в линейке склеены друг с другом kleem на циакриновой основе. Склейка осуществлялась только по фаскам кристаллов. Высота фасок 0,5-0,7 мм. Между кристаллами проложена тонкая папирросная бумага для предотвращения механического повреждения поверхности кристаллов и затекания клея в зазор между кристаллами. К крайним кристаллам линейки приклеены боковые пластины из фольгированного с одной стороны стеклотекстолита толщиной 1 мм и длиной 195 мм, которые служат для защиты кристаллов от механических повреждений. Выступающая за кристаллы часть боковых пластин используется для крепления электроники. Торцы кристаллов защищены крышкой из фольгированного с одной стороны стеклотекстолита толщиной 0,5 мм. Для увеличения светосбора, между кристаллами и передней крышкой помещен зеркаль-

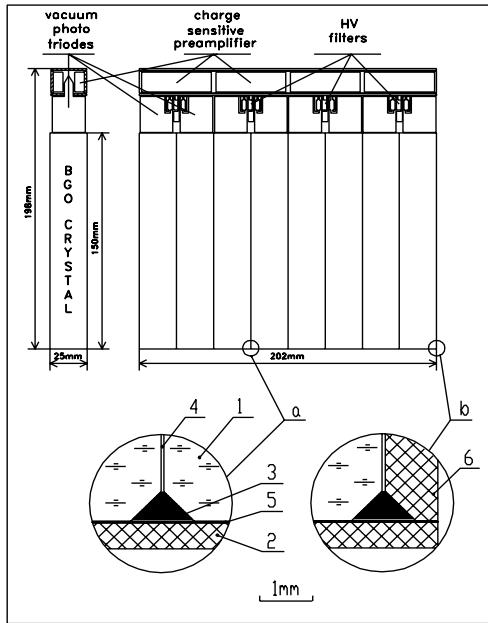


Рис. 11: Схематическое изображение линейки из 8 кристаллов. а) – Соединение кристаллов друг с другом, б) – присоединение боковой стенки. 1 – кристалл, 2 – передняя стенка, 3 – клей, 4 – папиросная бумага, 5 – отражатель, 6 – боковая стенка.

ный отражатель из алюминизированного с двух сторон лавсана толщиной 20 мкм.

Ширина платы с предусилителями 20 мм, длина каждого предусилителя 50 мм (двойной размер кристаллов). Две платы предусилителей устанавливаются на плату высоковольтных фильтров с обеих сторон деталями внутрь линейки. В плате высоковольтных фильтров имеются отверстия для выводов и штенгеля фототриодов. Эти отверстия фиксируют положение фототриодов с небольшой свободой для облегчения приклеивания последних к кристаллам. Фототриоды приклеиваются к кристаллам специальным оптическим клеем, склейку которым можно осторожно разрушить для замены фототриода. Резисторы и конденсаторы высоковольтных фильтров размещены в зазорах между фототриодами. Для увеличения места для фильтров фототриоды попарно раздвинуты на 1 мм относительно центрального положения.

Фототриоды и предусилители закрыты крышками из фольгированного с одной стороны стеклотекстолита. Собранный линейка заворачивается в алюминизированный с двух сторон лавсан толщиной 20 мкм. В результате линейка оказывается изолированной со всех сторон как оптически, так и электрически. Для предотвращения механических повреждений линейка окончательно заворачивается в обычный лавсан толщиной 100 мкм.

В процессе сборки линейки производится ряд проверок. После присоединения фототриодов к высоковольтным фильтрам и предусилителям проводятся измерения с высоким напряжением и без него. Кроме того, фотокатод каждого фототриода засвечивается импульсами от светодиодов и измеряется величина сигнала. После сборки линейки производится ее полное тестирование путем набора спектров энерговыделения космических частиц.

В калориметре линейки устанавливаются вертикально. Нижний ряд линеек устанавливается на алюминиевые подставки индивидуальной для каждой позиции формы для обеспечения правильного расположения линеек и минимально возможных зазоров между ними. Характерный зазор между кристаллами составляет $0,2 \div 0,3$ мм и определяется в основном толщиной лавсана, в который завернуты линейки. Верхний ряд линеек устанавливается на нижний, а в центральной части над компенсирующим магнитом на разборную подставку высотой 145 мм и шириной 150 мм. Расположение линеек в торце показано на рис. 12.

Каждый торец устанавливается на состоящее из 2 половинок кольцо диаметром 586 мм. Кольцо крепится к железу ярма магнита с двух сторон при помощи консолей. Кольцо, консоли и подставка изготовлены из алюминиевой полосы шириной 100 мм и толщиной 5 мм. Для придачи кольцу жесткости, после установки линеек под компенсирующим магнитом и над ним, с каждой стороны от установленных линеек натягиваются по две ленты из нержавеющей стали толщиной 100 мкм и шириной 35 мм.

В зазоре между линейками и компенсирующим магнитом, расположены распределительные платы П-образной формы. На них расположены входные фильтры питания предусилителей и высокого напряжения. Земляная шина распределительной платы является единой точкой заземления для полуторца. Провода питания от линеек к распределительным платам размещаются в плоскости торца в зазоре между линейками и железом ярма магнита. Сигнальные и калибровочные кабели укладываются по периметру калориметра в зазоре между Z-камерой и линейками. Они выводятся из детектора через 4 отверстия в ярме магнита.

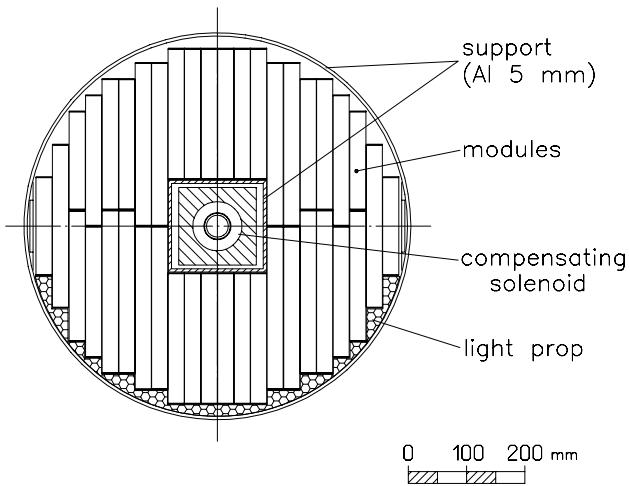


Рис. 12: Схематическое изображение линеек в торце.

6 Калибровка торцевого калориметра

Для контроля за состоянием калориметра и определения необходимых для восстановления событий параметров производится его калибровка. Процедура калибровки торцевого калориметра состоит из калибровки пьедесталов амплитудно-цифровых преобразователей, калибровки интегрального коэффициента преобразования электронного тракта и полной калибровки калориметра по космическим частицам [18].

Первые две калибровки производятся при помощи генератора, а последняя - с запуском детектора от космических частиц. Такая процедура калибровок является стандартной для электромагнитных калориметров [19, 20, 21].

Калибровки пьедесталов амплитудно-цифровых преобразователей и интегрального коэффициента преобразования электронного тракта производятся раз в неделю. Калибровка калориметра по космическим частицам производится 1-2 раза в месяц. Результаты калибровок заносятся в базу данных калибровок детектора [22], построенную на основе базы данных HEPDB [23]. При обработке событий результаты калибровок извлекаются из базы данных и используются программой восстановления событий. В программе восстановления результаты калибровки по кос-

мическим частицам нормируются на данные калибровки электронного тракта. Это позволяет производить замену и настройку блоков электроники без проведения калибровки по космическим частицам, которая занимает несколько часов и не всегда возможна. Для проведения калибровок используются программы на основе набора библиотек системы XOnLine [24].

6.1 Калибровка пьедесталов амплитудно-цифровых преобразователей

Для измерения пьедесталов амплитудно-цифровых преобразователей (A32) детектор запускается от генератора, а калибровочный сигнал не подается. В этом случае все сигналы должны быть равны нулю с точностью до шумов и прочитанные с A32 коды соответствуют пьедесталам.

Однако шумовые сигналы имеют обе полярности, а A32 плохо регистрирует сигналы неправильной полярности, что приводит к систематическому сдвигу измеренного среднего. Если бы A32 совсем не регистрировали сигналы неправильной полярности, сдвиг бы составил $\Delta = \sigma_{\text{шума}} / \sqrt{2\pi}$. Измеренный сдвиг составил $\Delta = 0,4 \times (\sigma_{\text{шума}} - 2.5)$, что при среднем шуме около 7 каналов приводит в систематическому сдвигу измеренного пьедестала ~ 2 канала. Поэтому при калибровке пьедесталов используется возможность регулировать коэффициент усиления формирующих усилителей под управлением компьютера. Для уменьшения абсолютных величин шумов и, соответственно, систематического сдвига, устанавливаются минимальные коэффициенты усиления. В этом случае сдвиг измеренных пьедесталов составил ~ 0.5 канала. Такая ошибка в измерении пьедесталов сравнима с дифференциальной нелинейностью A32 и не влияет на точность последующих измерений.

Другое возможное решение – выключать всю предварительную электронику и производить калибровку пьедесталов. В этом случае будут измерены истинные величины пьедесталов, но при выключении электроники нарушается ее температурный режим и увеличивается вероятность выхода ее из строя.

На рис. 13 приведены значения пьедесталов двух каналов A32 за сеанс набора статистики. Нестабильность пьедесталов составила ~ 1 канал (0.15 МэВ), что полностью удовлетворяет физическим требованиям к стабильности.

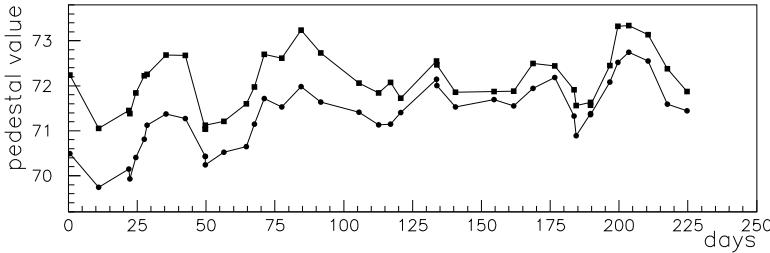


Рис. 13: Величина пьедесталов за сеанс набора статистики 1997-1998 года. Квадраты – канал номер 1, круги – канал номер 2. По оси абсцисс отложено время в сутках.

6.2 Калибровка интегрального коэффициента преобразования электронного тракта

Для проведения калибровки интегрального коэффициента преобразования электронного тракта (электронной калибровки) детектор запускается от генератора и на калибровочную емкость каждого предусилителя подается прямоугольный сигнал. Таким образом, на вход предусилителей поступает одинаковый с точностью до разброса величины калибровочных емкостей 10% заряд, $Q_{\text{кал}} = C_{\text{кал}} \times U_{\text{кал}}$. Для имитации времени высыечивания калибровочный сигнал формируется с постоянной 300 нс. Обычно при электронной калибровке набирается 1000 событий. Средняя измеренная амплитуда \bar{A} соответствует интегральному коэффициенту преобразования электронного тракта из входного заряда предусилителя в код АЦП, а ее дисперсия σ – шуму электронного тракта. Шумовой заряд рассчитывается по формуле $\sigma_{\text{шума}} = Q_{\text{кал}} \sigma / \bar{A}$.

Для определения точности электронной калибровки были проведены две последовательные калибровки. Точность измерения амплитуды составила 0,18 каналов (0,075%), а шумов – 0,13 каналов (2,3%) и согласуется с числом набранных событий.

На рис.14 приведены значения коэффициентов преобразования и шумов двух каналов за сеанс набора статистики. Видимое на рисунке изменение амплитуды коррелирует с температурой калориметра, то есть с температурой предусилителей. Температурная зависимость коэффициента преобразования составила меньше $-0,2\%/\text{градус}$, что в 7 раз меньше температурной зависимости световыххода кристаллов BGO и не играет существенной роли. Скачки амплитуды на несколько процентов в 106 и

155 дни связаны с заменой тестового генератора. Особо отметим малое изменение шумов, что свидетельствует о высокой помехозащищенности электроники торцевого калориметра. Также стабильность величин шумов электроники важна для работы алгоритма восстановления информации с торцевого калориметра, в котором используются эти данные.

6.3 Калибровка калориметра по космическим частицам

Для нахождения коэффициентов преобразования из кодов АЦП в выделенную кристалле энергию (энергетической калибровки калориметра) используются события прохождения космических частиц. Примерно 75% космических частиц составляют мюоны с характерной энергией 1 ГэВ, которые с большой вероятностью проходят через весь детектор. Пример события прохождения космического мюона через детектор приведен на

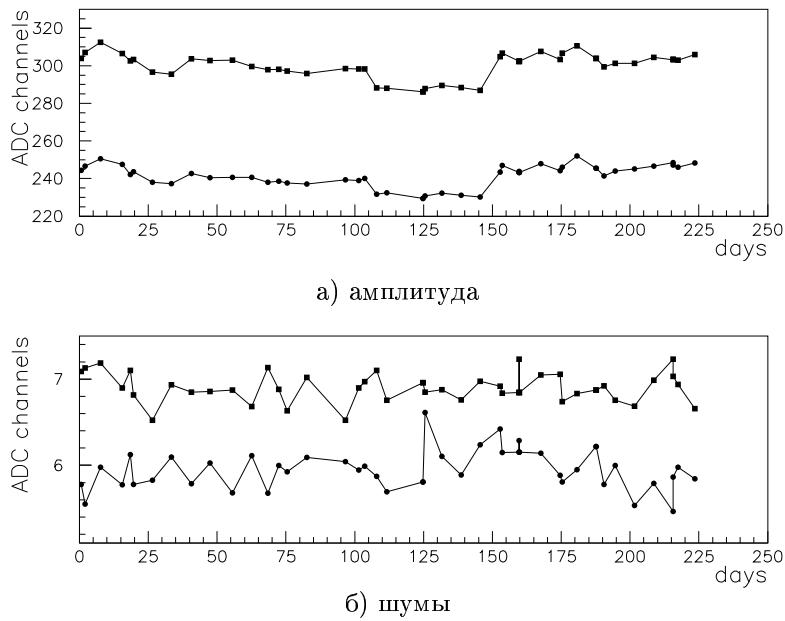


Рис. 14: Параметры электронного тракта за сеанс набора статистики 1997-1998 года. Квадраты – канал номер 1, круги – канал номер 2. По оси абсцисс отложено время в сутках.

рис. 15. Мюоны выделяют энергию в кристаллах калориметра за счет ионизационных потерь. Энерговыделение зависит в основном от прошедшего по кристаллу пути и примерно одинаково для всех кристаллов.

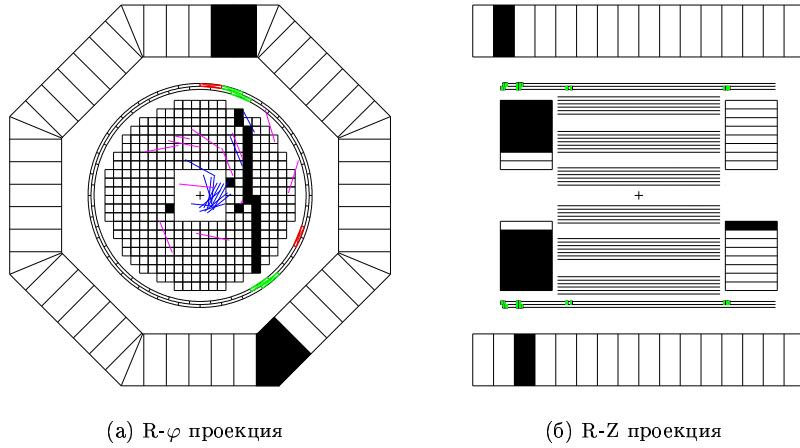


Рис. 15: Событие прохождения космического мюона через детектор.

Кристаллы имеют форму прямоугольного параллелепипеда и расположены в виде вертикальных линеек. Такая геометрия торцевого калориметра позволяет использовать достаточно простой алгоритм калибровки. Как видно из рис. 15 прохождение космического мюона через калориметр выглядит как длинный “трек”, что используется в методике калибровки. Для каждого кристалла рассматриваются две пары соседних кристаллов: сверху и снизу, справа и слева. Кристалл считается сработавшим, если сработали оба кристалла одной пары и не сработал ни один кристалл другой пары (рис. 16). Таким образом осуществляется подавление шумовых срабатываний и отбор треков, пересекающих противоположные грани кристалла. Как видно из рис. 17, этот алгоритм отбраковывает в основном события с малым энерговыделением и пик становится более четким.

Величины энерговыделений в сработавших кристаллах заносятся в гистограммы. Набранные гистограммы подгоняются функцией (1), хорошо аппроксимирующей распределение ионизационных потерь Ландау [25] в окрестности пика наиболее вероятного энерговыделения. Пример спектра энерговыделений космических частиц, подогнанного распре-

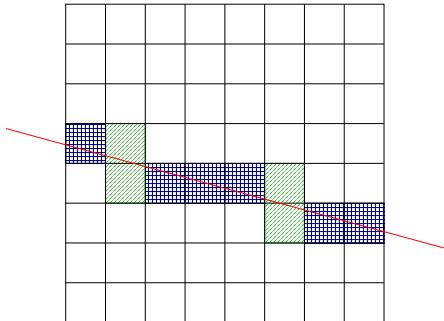


Рис. 16: Отбор сработавших кристаллов для калибровки по космическим частицам. Точками показаны сработавшие, но не прошедшие отбор кристаллы, штриховкой – отобранные.

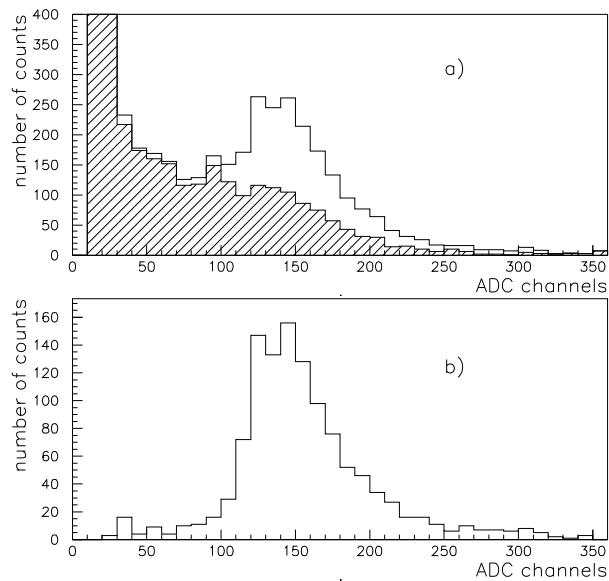


Рис. 17: Спектр энерговыделений космических частиц. а) – все события (заштрихованная область – отброшенные события), б) – отобранные события.

делением Ландау, приведен на рис. 18. Процедура подгонки осуществляется автоматически.

$$f(x) = P1 \cdot \exp\left(-\frac{a + e^{-a}}{2}\right), \quad a = \frac{x - P2}{P3}, \quad (1)$$

где $P1$, $P2$ и $P3$ — максимум, положение пика и ширина распределения. В результате калибровки измеряется значение параметра $P2$, то есть код АЦП, соответствующий наибольшему вероятному энерговыделению космических частиц.

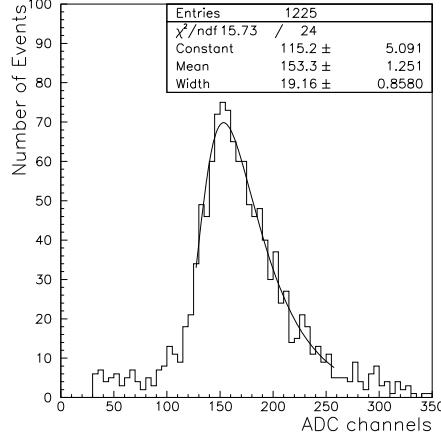


Рис. 18: Спектр энерговыделений космических частиц, подогнанный распределением Ландау.

Характерное время набора статистики составляет 2-3 часа, количество отобранных событий примерно 500 событий/кристалл. При этом статистическая ошибка составляет 1%.

Для определения наиболее вероятного энерговыделения космических частиц в кристалле, было проведено моделирование прохождения мюонов через торцевой калориметр с учетом вещества всего детектора [26]. Использовалась программа моделирования КМД-2 CMD2SIM [27], разработанная на основе пакета GEANT [28]. Угловые и энергетические распределения космических мюонов, а также соотношение между относительным количеством отрицательных и положительных мюонов были взяты из [29]. Полученное из моделирования наиболее вероятное энерговыделение космических мюонов составило 22.7 ± 0.2 МэВ (9.1 МэВ/см).

Это значение согласуется с данными Particle Data Group 9,2 МэВ/см [30]. Систематическая ошибка оценивается меньше 4%.

По результатам космической и электронной калибровок можно вычислить коэффициент преобразования из выделенной энергии во входной заряд предуслителя (интегральный световыхход) и энергетический эквивалент шумов. Средние входной заряд предуслителя и энергетический эквивалент шумов составили 350 электронов/МэВ и 0.9 МэВ при работе в магнитном поле 1 Тл (рис. 19а) и 600 электронов/МэВ и 0.5 МэВ – без магнитного(рис. 19б). Таким образом, проектная величина шумов была

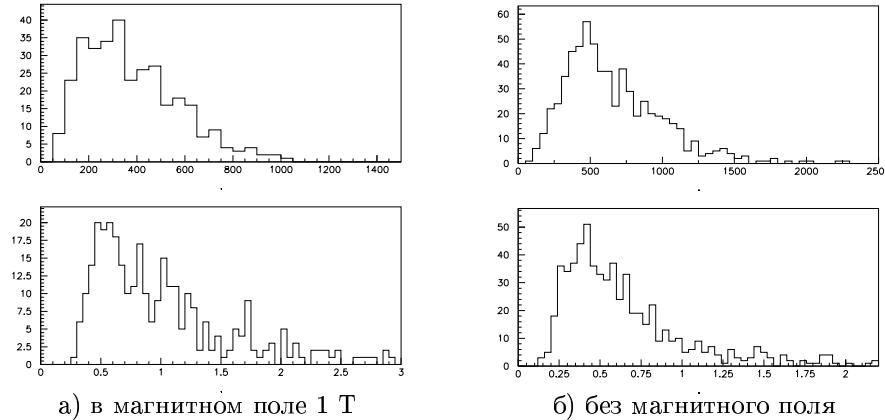


Рис. 19: Распределение каналов по входному заряду в электрон/МэВ (верхние рисунки) и энергетическому эквиваленту шумов в МэВ (нижние рисунки).

достигнута. Разница результатов в зависимости от наличия магнитного поля соответствует измеренному падению коэффициента усиления фототриодов.

На рис. 20 приведено сравнение измеренного при калибровках входного заряда предуслителя от вычисленного по результатам тестирования кристаллов и фототриодов. Зависимость вполне линейна, что свидетельствует о хорошем согласии между результатами калибровок и тестирования компонент. Нескольких точек ниже главной последовательности соответствуют каналам с нарушенным оптическим контактом между кристаллом и фототриодом.

Для проверки стабильности коэффициента преобразования из выделенной в кристалле энергии во входной заряд ЗЧУ было проанализиро-

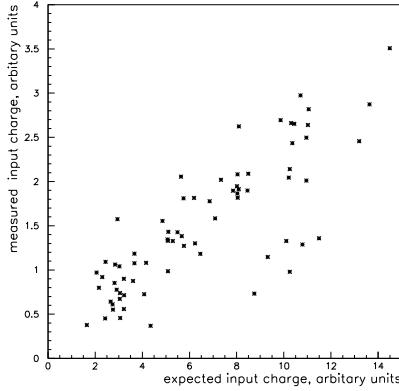
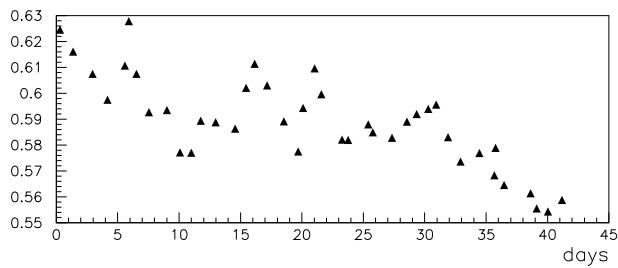


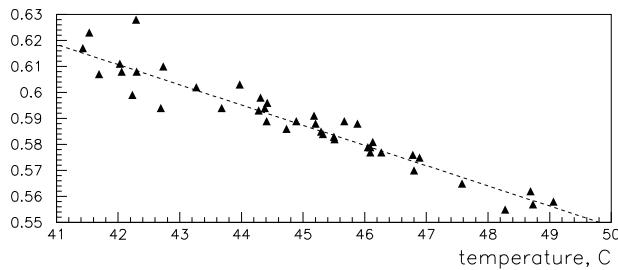
Рис. 20: Измеренный заряд предусилителя (ось ординат) в сравнении с ожидаемым, вычисленным как произведение световогохода кристалла на квантовую эффективность и усиление фототриода (ось абсцисс). Оба в относительных единицах.

вано поведение среднего по каналам отношения положения пика энерговыделения космических частиц к амплитуде калибровки (средний световойход). На рис. 21 приведены его зависимость от времени а), температуры б) и от времени после введения температурной поправки в). После введения температурной поправки зависимость от времени в пределах разброса точек $\pm 0.5\%$ не наблюдается. Это свидетельствует об отсутствии на этом уровне радиационного повреждения кристаллов и деградации фототриодов. Эти данные согласуются с опытом эксплуатации калориметра СНД, где была обнаружена деградация фототриодов диаметром 50 мм и отсутствие ее на уровне ошибок у фототриодов диаметром 22 мм, однотипных с используемыми в торцевом калориметре КМД-2 [31].

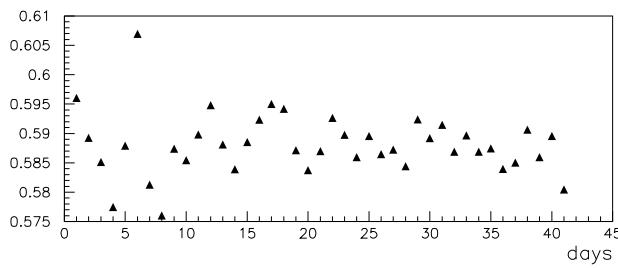
Для улучшения точности калибровки калориметра проводится калибровка по записанным на магнитные ленты событиям прохождения космических мюонов через торцевой калориметр (OFFLINE калибровка). Отбор событий для OFFLINE калибровки описан в Приложении.



а) зависимость от времени в сутках



б) зависимость от температуры в градусах Цельсия, прямая линия соответствует зависимости световогохода $-1.3\%/\text{градус}$



в) зависимость от времени в сутках после температурной поправки

Рис. 21: Зависимость среднего световогохода (ось ординат) от времени и температуры.

7 Алгоритм обработки информации

Алгоритм реконструкции событий в торцевом калориметре подробно описан в [32]. Введем терминологию, которую будем в дальнейшем использовать. Кластером назовем группу близких друг к другу кристаллов, ассоциированных с одной частицей. Поиск кластеров и определение их параметров является основной задачей программы обработки информации в торцевом калориметре. Кристаллы будем считать соседними, если они имеют хотя бы одно общее ребро. Кристалл считается сработавшим, если энерговыделения в нем больше 2σ шума. Меньшие энерговыделения считаются шумовыми и отбрасываются. Порог на энерговыделение был выбран из моделирования. Увеличение порога приводит к потере части информации о событии, а уменьшение - к росту вклада шумов в энергетическое разрешение. В работах [19, 33, 34, 35] авторы также обосновывают оптимальность порога 2σ для подавления электронных шумов.

Формирование кластеров происходит в три этапа. На первом этапе формируются ядра кластеров, которые определяют полное число кластеров в калориметре. Ядра кластеров формируются из соседних кристаллов, энерговыделения в которых больше 5 МэВ. Порог 5 МэВ установлен равным соответствующему порогу в цилиндрическом калориметре. Дополнительное условие на превышение энерговыделением 4σ шума подавляет возникновение ложных кластеров из-за наличия в калориметре каналов с повышенным уровнем шума. Для более 80% кристаллов ограничением является 5 МэВ. Если неисправный канал является соседним с ядром кластера, то он включаются в кластер и проверяются энерговыделение в соседних с ним кристаллах по такому же алгоритму, как если бы это был сработавший кристалл. Эта процедура используется для предотвращения расщепления одного истинного кластера на несколько. В дальнейшем, при вычислении параметров кластера считается, что энерговыделение в неисправных каналах равно нулю.

На втором этапе формирования кластеров к найденным ядрам присоединяются соседние сработавшие кристаллы. После этого определяется число кристаллов в каждом кластере без учета включенных в него неисправных каналов. Если кластер состоит из одного кристалла, то он выделяется в специальный класс "одиночных" кристаллов и в дальнейшем кластером не считается.

На третьем этапе происходит присоединение к кластерам сработавших и "одиночных" кристаллов, если центры таких кристаллов находят-

ся на расстоянии от центров кластеров меньшем, чем заданное. Радиус присоединения был выбран из моделирования. Он зависит от энергии и равен 3,8 см при $E < 30$ МэВ, 7,8 см при $E > 200$ МэВ и аппроксимирован при промежуточной энергии кривой $R[\text{см}] = 7,8 \times (1 - \exp(-E[\text{МэВ}]/37))$.

Полученная из моделирования эффективность регистрации γ -кванта в зависимости от его энергии приведена на рис. 22. Вероятность не за-

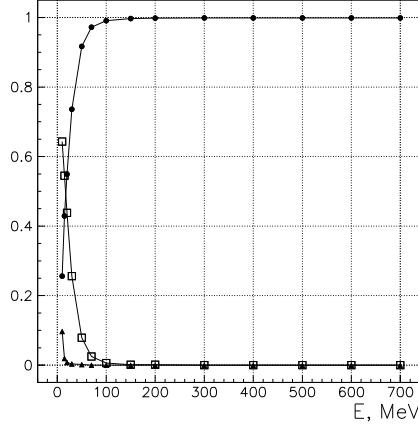


Рис. 22: Определенные из моделирования вероятности восстановить кластер (черные круги) и одиночный кристалл (пустые квадраты) в зависимости от энергии γ -кванта. Черными треугольниками показана вероятность не дать отклика в калориметре.

регистрировать γ -квант, имеющий энергию больше 20 МэВ, меньше 1%. Для γ -квантов с энергиями 20 МэВ, 30 МэВ и 50 МэВ эффективность дать кластер составляет 55%, 75% и 92% соответственно. Для сравнения, в цилиндрическом калориметре определенные из моделирования эффективности нахождения кластеров при энергиях γ -квантов 30 МэВ и 50 МэВ составляют 80% и 95% [36]. Таким образом, оба калориметра имеют близкие эффективности.

Энерговыделение в кристалле вычисляется по формуле: $E_i[\text{МэВ}] = (a_i[\text{канал}] + p_i[\text{канал}]) \times \frac{E_c[\text{МэВ}]}{c_i[\text{канал}]} \times \frac{e_{new}}{e_{old}}$, где: E_i – энерговыделение в i -ом кристалле, a_i – считанный код АЦП для i -го кристалла, p_i – порог на чтение АЦП для i -го кристалла, E_c – полученное из моделирования наиболее вероятное энерговыделение космической частицы в кристалле, c_i – положение пика энерговыделения космических частиц в i -ом кристалле, e_{old} и e_{new} – электронные калибровки, соответствующие калибровке по

космическим частицам и обрабатываемому заходу.

Энергия кластера вычисляется простым суммированием по энерговыделениям всех кристаллов $E_{\text{кл}} = \sum_{i=1}^n E_i$, а координаты кластера вычисляются методом центра тяжести $X = \frac{1}{E_{\text{кл}}} \sum_{i=1}^n E_i X_i$, $Y = \frac{1}{E_{\text{кл}}} \sum_{i=1}^n E_i Y_i$, где: $E_{\text{кл}}$ — выделившаяся в кластере энергия, $X_{\text{кл}}$ и $Y_{\text{кл}}$ — координаты центра тяжести кластера, n — число кристаллов в кластере, E_i — выделившаяся в кристалле энергия, i и Y_i — координаты центра i -го кристалла. Для удобства использования информации вычисляются координаты в сферической системе координат $\theta = \arctg \frac{\sqrt{X_{\text{кл}}^2 + Y_{\text{кл}}^2}}{Z}$, $\varphi = \arccos \frac{X_{\text{кл}}}{\sqrt{X_{\text{кл}}^2 + Y_{\text{кл}}^2}}$. $Y_{\text{кл}} > 0$, $\varphi = 2\pi - \arccos \frac{X_{\text{кл}}}{\sqrt{X_{\text{кл}}^2 + Y_{\text{кл}}^2}}$. $Y_{\text{кл}} < 0$, где: θ — полярный угол, ϕ — азимутальный угол, Z — расстояние от места встречи до передней грани кристаллов калориметра, которое равно 24,7 см.

Метод центра тяжести является самым простым и модельно-независимым. Он обеспечивает одно из лучших пространственных разрешений. Однако его существенным недостатком является систематический сдвиг измеренной координаты к центру кристалла относительно истинной точки входа частицы [37].

Так как кристаллы торцевого калориметра ориентированы не на место встречи, а параллельно осям сталкивающихся пучков, то частицы входят в кристаллы под углом к их осям. Из-за продольного развития электромагнитного ливня центр тяжести энерговыделения оказывается смещен в среднем дальше от оси пучков. В результате возникает систематический сдвиг измеренного полярного угла относительно истинного. Этот эффект иллюстрируется на рис. 23.

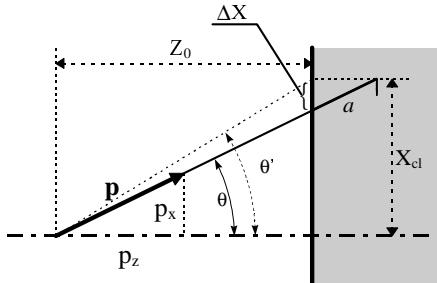


Рис. 23: Систематический сдвиг измеренного полярного угла θ' относительно истинного θ .

С целью нахождения поправочных функций для коррекций система-

тических сдвигов измеренных координат было проведено моделирование прохождения γ -квантов с энергиями 50-700 МэВ через торцевой калориметр. Оно показало, что внесение поправки на сдвиг измеренной координаты к центру кристалла не улучшает координатного разрешения, а систематический сдвиг измеренного полярного угла превышает ширину распределения. Поэтому поправка вносилась только на систематический сдвиг измеренного полярного угла.

Для определения величины сдвига находилась средняя глубина центра ливня в зависимости от энергии γ -кванта (параметр a на рис. 23) [38]. Зависимость глубины ливня от энергии хорошо аппроксимируется логарифмической зависимостью: $a[\text{см}] = (1,048 \pm 0,013) \ln(E[\text{МэВ}]) - (0,22 \pm 0,08)$. Для электронов было получено значение $a[\text{см}] = (1,115 \pm 0,016) \ln(E[\text{МэВ}]) - (1,82 \pm 0,09)$. Результаты моделирования согласуются с данными Particle Data Group [30].

Для экспериментальной проверки результатов моделирования было проведено сравнение значений полярных углов вылета частиц в процессе упругого рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, определённых по торцевому калориметру и по дрейфовой камере. Как видно из рис. 24, средняя разница между восстановленными в торцевом калориметре и дрейфовой камере полярными углами составила несколько миллирадиан, что на порядок меньше разрешения.

8 Энергетическое и координатное разрешение

Для определения энергетического и координатного разрешения торцевого калориметра выбирались попавшие в него события упругого рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и события двухквантовой аннигиляции $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ в диапазоне энергий пучков от 180 до 685 МэВ. Полученные результаты сравнивались с данными моделирования.

При обработке событий и проведении моделирования учитывались измеренные по коллинеарным событиям на большие углы координаты положения пучков и их размеры. Разрешение торцевого калориметра определяется в основном флуктуациями утечек ливня, неоднородностью светосбора кристаллов и ее разбросом от кристалла к кристаллу, неточностью калибровки, нестабильностью электроники и температуры, а при низких энергиях становится значительным вклад шумов электроники. Все эти эффекты учитывались при проведении моделирования. Соответ-

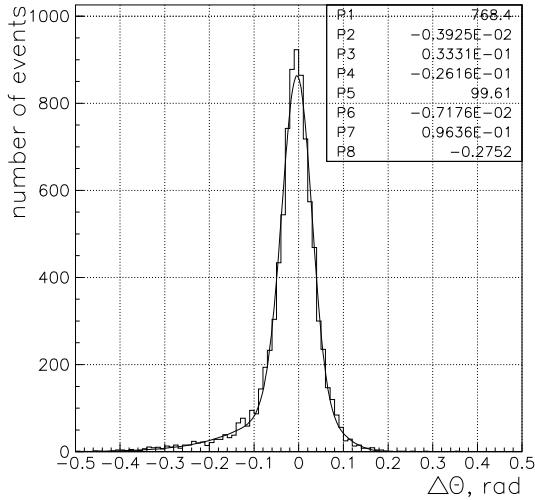


Рис. 24: Распределение событий по разнице между полярными углами частиц, восстановленными в торцевом калориметре и дрейфовой камере, для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. Подгоночная кривая – сумма двух логарифмически-нормальных распределений (см. формулу 2). Значение параметров подгонки: P1,P5 – высота, P2,P6 – положение максимума, P3,P7 – деленная на 2,36 ширина на полувысоте, P4,P8 – асимметрия для обоих распределений соответственно.

ствующие вклады в разрешение оценивались по результатам калибровок и тестирования компонент калориметра. Оценки приведены в таблице 2.

Утечки ливня учитываются при полном моделировании прохождения частиц через вещество. Неоднородность светосбора кристаллов учитывалась в моделировании в линейном приближении, так как при тестировании кристаллов было показано, что данное приближение хорошо описывает зависимость светосбора от координаты точки энерговыделения вдоль кристалла. Для всех кристаллов задавалась одинаковая неоднородность световыххода, равная средней измеренной при тестировании. Разброс неоднородности светосбора от кристалла к кристаллу описывался в моделировании как шумы, пропорциональные выделенной энергии. Таким же образом описывались вклады неточности калибровки и нестабильностей. Шумы электроники задавались одинаковыми для всех каналов.

Таблица 2: Оценки величин вкладов различных эффектов в энергетическое разрешение.

Эффект	Вклад в разрешение	
	$E_\gamma = 100 \text{ МэВ}$	$E_\gamma = 500 \text{ МэВ}$
Флуктуации утечек ливня	4%	2,5%
Шумы электроники	3,5%	1%
Неоднородность световыххода	3%	2%
Разброс неоднородности световыххода	4,5%	2,5%
Неточности калибровок	1,5%	1,5%
Нестабильности	1%	1%
Флуктуации числа фотоэлектронов	1,5%	0,7%
Сумма	8%	4,5%

8.1 Отбор событий

Для отбора событий использовалась только информация с торцевого калориметра. Применились следующие условия отбора (в скобках приведены численные значения для энергии пучков 500 МэВ):

- в каждом торце есть кластер с энергией больше $0.2 \times$ энергию пучков ($>100 \text{ МэВ}$),
- сумма энергий наиболее энергетичных кластеров каждого торца больше энергии пучка ($>500 \text{ МэВ}$),
- их расколлинеарность в $r - \phi$ плоскости меньше умноженного на 4 угла поворота электрона в магнитном поле детектора (<0.4 радиана).

На рис. 25 приведены зависимости энерговыделения в кластере второго торца от энерговыделения в кластере первого торца и от полярного угла. На краях калориметра определяющую роль играют утечки ливня из калориметра. Поэтому для изучения параметров калориметра была выбрана его центральная часть, ограниченная полярными углами от 0.5 до 0.7 радиана. Соответствующие распределения для отобранных по полярному углу событий приведены на рис. 26.

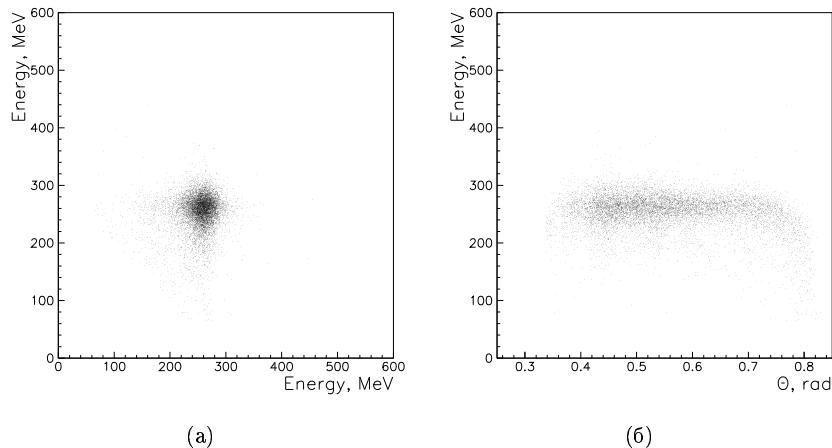


Рис. 25: Зависимости энерговыделения в кластере второго торца от энерговыделения в кластере первого торца (а) и от полярного угла (б).

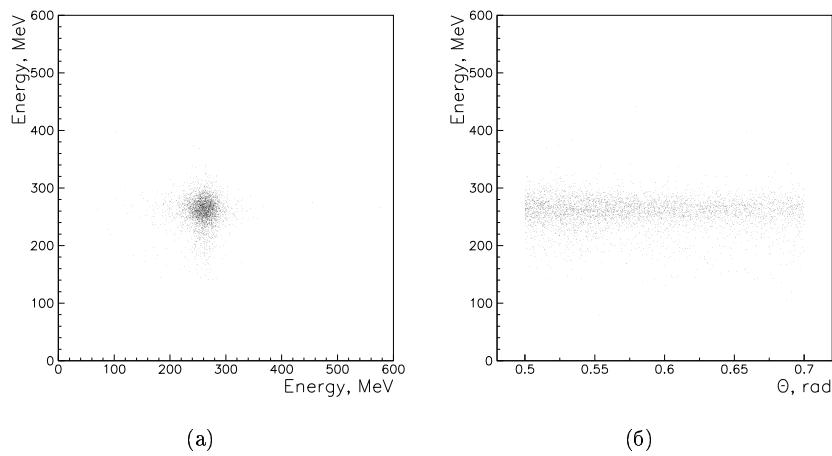


Рис. 26: Зависимости энерговыделения в кластере второго торца от энерговыделения в кластере первого торца (а) и от полярного угла (б) в диапазоне полярных углов от 0.5 до 0.7 радиана.

8.2 Координатное разрешение

Для измерения координатного разрешения в $r\text{-}\varphi$ -плоскости строилось распределение событий по азимутальному углу расколлинеарности кластеров $\Delta_\varphi = \pi - |\varphi_1 - \varphi_2|$, где φ_1 и φ_2 – азимутальные углы кластеров в первом и втором торцах. Распределение для всех отобранных событий приведено рис. 27(а). Смещенные пики относительно нуля соответствуют событиям упругого рассеяния, а несмещенный пик – событиям двухквантовой аннигиляции. Для отбора событий двухквантовой аннигиляции требовалось отсутствие треков в дрейфовой камере. Распределение для бестрековых событий приведено рис. 27(б). Соответствующие события упругого рассеяния пики уменьшились примерно в 5 раз, но не исчезли совсем из-за неэффективности восстановления сильно наклонных треков в дрейфовой камере.

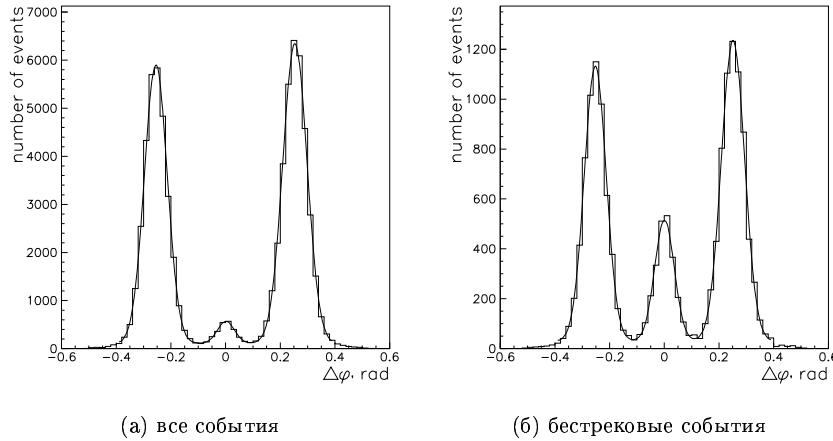


Рис. 27: Распределение событий по углу расколлинеарности кластеров при энергии пучка 510 МэВ. Подгоночная кривая – три гауссовых распределения и постоянная подложка.

Каждый из пиков распределения подгонялся гауссовым распределением. Кроме того, при подгонке распределения добавлялась постоянная подложка. Анализ событий с треками показал, что число событий в подложке пропорционально числу событий упругого рассеяния. Сравнение разрешений по азимутальному углу расколлинеарности кластеров при различных энергиях γ -квантов, полученных в эксперименте и рассчитанных в моделировании, приведено в таблице 3.

Таблица 3: Сравнение разрешений по азимутальному углу расколлинеарности кластеров в зависимости от энергии γ -квантов, полученных в эксперименте и рассчитанных в моделировании.

Энергия γ -квантов	эксперимент	моделирование
180 МэВ	$42,06 \pm 1,32$ мрад	$43,00 \pm 0,31$ мрад
220 МэВ	$39,44 \pm 1,38$ мрад	$40,81 \pm 0,31$ мрад
300 МэВ	$37,44 \pm 0,77$ мрад	$38,10 \pm 0,29$ мрад
395 МэВ	$35,71 \pm 0,96$ мрад	$36,18 \pm 0,27$ мрад
520 МэВ	$30,12 \pm 1,05$ мрад	$29,55 \pm 0,22$ мрад
555 МэВ	$28,43 \pm 0,74$ мрад	$28,59 \pm 0,21$ мрад
590 МэВ	$29,17 \pm 0,98$ мрад	$28,85 \pm 0,21$ мрад
685 МэВ	$28,59 \pm 1,60$ мрад	$27,50 \pm 0,20$ мрад

Для измерения координатного разрешения в r-z-плоскости строилось распределение событий по полярному углу расколлинеарности кластеров $\Delta_\theta = \pi - \theta_1 - \theta_2$, где θ_1 и θ_2 – полярные углы кластеров в первом и втором торцах. Для отбора событий двухквантовой аннигиляции дополнительно к отсутствию треков в дрейфовой камере на события накладывалось условие на величину азимутальной расколлинеарности. Требовалось, чтобы азимутальная расколлинеарность кластеров была меньше полуширины на полувысоте распределения для событий двухквантовой аннигиляции на данной энергии.

Полученные распределения подгонялся гауссовым распределением. Сравнение разрешений по полярному углу расколлинеарности кластеров при различных энергиях γ -квантов, полученных в эксперименте и рассчитанных в моделировании, приведено в таблице 4.

Хорошее согласие между экспериментом и моделированием позволяет использовать последнее для определения координатного разрешения для одиночного γ -кванта.

Изучение зависимости разрешения по азимутальному углу от расстояния до оси пучков показало, что координатное разрешение σ_x остается постоянным, а угловое разрешение σ_φ определяется базой R , на которой измеряется угол $\sigma_\varphi = \frac{\sigma_x}{R}$. Зависимость координатного разрешения от энергии γ -кванта приведена на рис. 28. Зависимость аппроксимировалась функцией $\sigma_x[mm] = \frac{0,44}{\sqrt{E[\text{ГэВ}]}} + 4,40$ при $\gamma < 0,1$ ГэВ и $\sigma_x[mm] = \frac{3,26}{\sqrt[4]{E[\text{ГэВ}]}}$ при $\gamma > 0,1$ ГэВ.

Таблица 4: Сравнение разрешений по полярному углу расколлинеарности кластеров в зависимости от энергии γ -квантов, полученных в эксперименте и рассчитанных в моделировании.

Энергия γ -квантов	эксперимент	моделирование
180 МэВ	$53,4 \pm 1,3$ мрад	$54,9 \pm 0,4$ мрад
220 МэВ	$57,3 \pm 1,7$ мрад	$58,0 \pm 0,4$ мрад
300 МэВ	$62,8 \pm 1,2$ мрад	$60,0 \pm 0,4$ мрад
395 МэВ	$69,9 \pm 1,2$ мрад	$69,9 \pm 0,4$ мрад
520 МэВ	$59,0 \pm 1,4$ мрад	$62,2 \pm 0,4$ мрад
555 МэВ	$58,1 \pm 1,0$ мрад	$59,0 \pm 0,4$ мрад
590 МэВ	$65,6 \pm 2,1$ мрад	$69,4 \pm 0,4$ мрад
685 МэВ	$65,2 \pm 2,3$ мрад	$65,9 \pm 0,4$ мрад

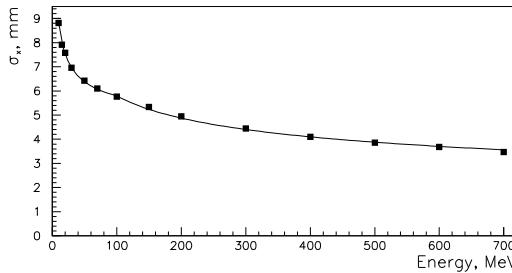


Рис. 28: Зависимость координатного разрешения в $r - \varphi$ -плоскости от энергии γ -кванта.

Изучение зависимости разрешения по полярному углу от расстояния до оси пучков показало, что координатное разрешение σ_r изменяется, а угловое разрешение σ_θ остается примерно постоянным. Этот факт объясняется взаимной компенсацией двух эффектов. С одной стороны, с ростом полярного угла увеличивается база $R \sim \frac{1}{\cos(\theta)}$, на которой измеряется угол. С другой стороны, вклад флуктуаций продольного развития ливня в угловое разрешение растет $\sim \sin(\theta)$. Поэтому разрешение в r - z -плоскости правильней описывать в терминах углового разрешения. Зависимость углового разрешения по полярному углу от энергии γ -кванта приведена на рис. 29. Зависимость аппроксимировалась функцией $\sigma_\theta[\text{мрад}] = \frac{11,2}{\sqrt[4]{E[\Gamma_9 B]}} + 7,2$.

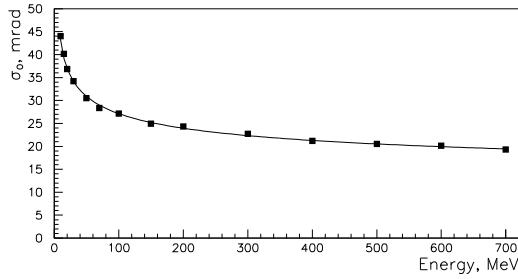


Рис. 29: Зависимость разрешения по полярному углу от энергии γ -кванта.

Необходимо отметить, что разрешение по полярному углу расколлинеарности для событий двухквантовой аннигиляции определяется продольным размером пучков в накопителе. Для проверки этого факта было проведено моделирование событий двухквантовой аннигиляции с энергией 395 МэВ с нулевым размером пучка, но с точкой вылета, сдвинутой от места встречи на 1σ продольного размера пучка 2,2 см. Сдвиг среднего полярного угла расколлинеарности составил 62 мрад при разрешении в реальных событиях и моделировании 70 мрад. Таким образом, для нейтральных событий угловое разрешение по полярному углу определяется продольным размером пучков. А для событий с двумя и больше заряженными частицами, в которых можно восстановить реальную точку вылета частиц, вклады в угловое разрешение по полярному углу координатного разрешения калориметра и неопределенности в восстановлении точки вылета частиц примерно одинаковы.

8.3 Энергетическое разрешение

Для измерения энергетического разрешения калориметра изучались спектры энерговыделений в кластерах для отобранных событий. Полученные спектры подгонялись логарифмически-нормальным распределением (см. формулу 2) [39], широко используемым в калориметрии. Это асимметричное распределение лучше описывает отклик калориметра, чем традиционное гауссово распределение.

$$f(x(E)) = \frac{P4}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\ln(1 + x \cdot P3)}{P3} \right)^2 + P3^2 \right] \right], \quad (2)$$

$$\text{где } x \text{ связан с энерговыделением } E \quad x(E) = \frac{\operatorname{sh}(P3 \sqrt{\ln 4})}{P3 \sqrt{\ln 4}} \times \frac{E - P1}{P2}.$$

Параметры распределения имеют следующий смысл: P1 – максимум функции энерговыделения, P2 – ширина распределения на полувысоте, деленная на 2,36, P3 – асимметрия распределения, а P4 – нормировочный множитель. Параметр P2 использовался в качестве энергетического разрешения калориметра. На рис. 30 приведен пример спектра энерговыделений событий двухквантовой аннигиляции, подогнанный логарифмически-нормальным распределением. Формы спектров энерговыделений, полученных в эксперименте и моделировании, хорошо согласуются.

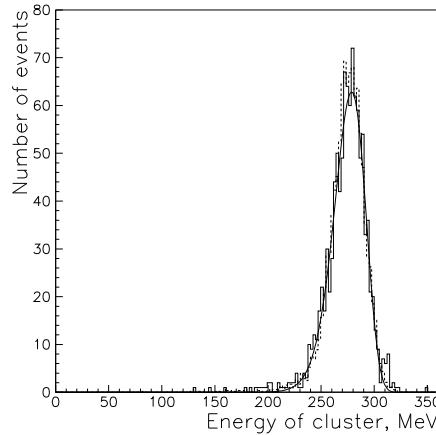
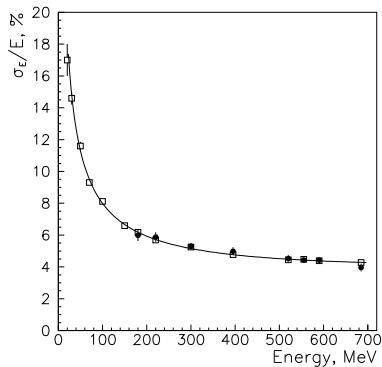
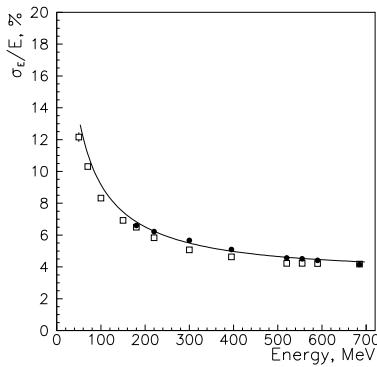


Рис. 30: Спектр энерговыделения событий двухквантовой аннигиляции (сплошная гистограмма), подогнанный логарифмически-нормальным распределением. Пунктирная гистограмма - моделирование.

Зависимости энергетического разрешения от энергии для γ -квантов и электронов приведены на рис. 31. Для γ -квантов зависимость хорошо аппроксимируется кривой $\sigma_E/E[\%] = \frac{3,2}{\sqrt{E[\Gamma\text{эВ}]}} + 1,4 \ln(E[\Gamma\text{эВ}]) + 0,9$, а для электронов кривой $\sigma_E/E[\%] = \frac{4,1}{\sqrt{E[\Gamma\text{эВ}]}} + 1,7 \ln(E[\Gamma\text{эВ}])$. Полученные экспериментальные данные хорошо согласуются с результатами моделирования. Энергетическое разрешение для электронов несколько хуже, чем для γ -квантов, по причине более сильного влияния на разрешение вещества перед калориметром и неоднородности световыххода кристаллов.



а) γ -кванты



б) электроны

Рис. 31: Энергетическое разрешение для γ -квантов а) и электронов б) в зависимости от энергии. Темные круги – эксперимент, светлые квадраты – моделирование, кривая – аппроксимация.

В таблице 5 приведено сравнение энергетических разрешений торцевого калориметра детектора КМД-2 и калориметра детектора СНД, который имеет такую же толщину 13,5 радиационных длин и работает на том же накопителе. Видно, что торцевой калориметр имеет в среднем лучшее энергетическое разрешение.

Таблица 5: Сравнение энергетических разрешений торцевого калориметра детектора КМД-2 и калориметра детектора СНД.

Частица, энергия	σ_E/E КМД-2	σ_E/E СНД
γ -кванты, 180 МэВ	6,0%	6,5%
γ -кванты, 500 МэВ	4,6%	5,0%
электроны, 180 МэВ	6,6%	7,0%
электроны, 500 МэВ	4,7%	4,7%

На рис. 32 приведен спектр инвариантных масс двух γ -квантов, попавших в торцевой калориметр в процессе $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. На нем четко виден пик на массе π^0 -мезона. Для увеличения статистики в гистограмме оставлены события, в которых один или даже оба γ -кванта попали на края калориметра. Небольшой сдвиг восстановленной массы π^0 -мезона связан с асимметрией спектров энерговыделения в калориметре.

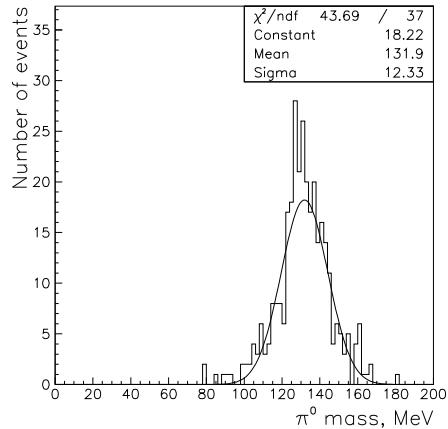


Рис. 32: Разрешение по массе π^0 -мезона в процессе $\phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$.

9 Заключение

Торцевой калориметр используется в полном объеме при наборе статистики с 1996 года. Опыт четырех лет проведения экспериментов показал высокую надежность и хорошее разрешение калориметра.

Разрешение калориметра было определено по событиям процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$. При изменении энергий γ -квантов от 100 до 700 МэВ энергетическое разрешение изменяется от 8 до 4%, а угловое разрешение – от 0,03 до 0,02 радиана в согласии с моделированием.

Авторы благодарны членам коллаборации КМД-2 за помощь в проведении данной работы и Л.М. Баркову и Б.И. Хазину за внимание и поддержку.

Приложение. Отбор событий для OFFLINE калибровки

События прохождения космических мюонов через калориметр вызывают срабатывания триггера цилиндрического калориметра с частотой около 2 Гц. Треть этих событий проходит через торцевой калориметр. Характерная частота запусков детектора составляет 50–70 Гц. Таким образом, количество фоновых событий примерно в 100 раз превышает

количество полезных для калибровки событий. Поэтому необходимо подобрать критерии отбора, обеспечивающие подавление фоновых событий в несколько тысяч раз.

Основным типом фоновых событий являются электромагнитные ливни от выбывших из накопителя частиц. Космический мюон оставляет в калориметре след в виде цепочки сработавших кристаллов, а электромагнитный ливень вызывает срабатывание компактной группы кристаллов. Для описания формы и размера кластеров использовались моменты кластера. Они вычислялись по аналогии с моментами инерции плоского тела с подстановкой энерговыделения в кристаллах вместо массы. Отношение моментов кластера для ливнеобразующей частицы стремится к 1, а в случае минимальноионизирующей частицы оно много больше 1.

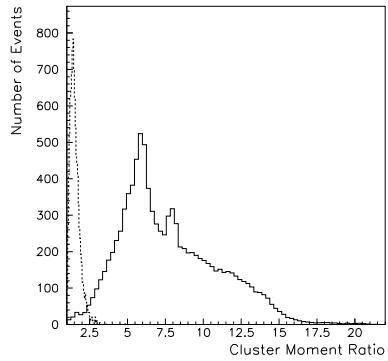
Другим критерием отбора, основанным на разной топологии событий, является число соседних сработавших кристаллов. Для минимальноионизирующей частицы оно стремится к 2, а в случае электромагнитного ливня данный параметр равен восьми для центрального кристалла и меньше для периферийных.

При прохождении минимальноионизирующей частицы через калориметр энерговыделение в кристаллах примерно одинаково, в то время как в электромагнитном ливне большая часть энергии выделяется в нескольких центральных кристаллах. Это позволяет разделять события по среднему энерговыделению в кристаллах и его дисперсии.

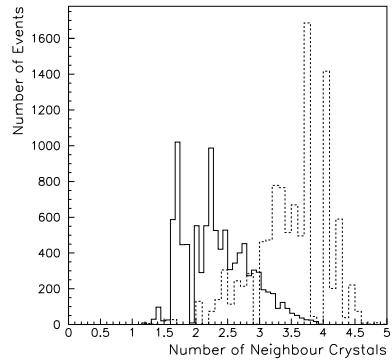
Для выбора критериев отбора были обработаны события упругого рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и события прохождения космических частиц через торцевой калориметр из заходов, записанных с запуском детектора от космических частиц. Как видно из рис. 33, распределения по описанным выше параметрам существенно различаются для этих классов событий, что позволяет эффективно выделять события прохождения космических частиц через торцевой калориметр из общего потока данных.

Были выбраны следующие критерии отбора:

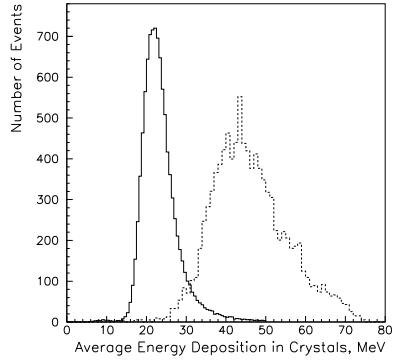
- отношение главных моментов ≥ 3 ,
- количество соседних сработавших кристаллов ≤ 3 ,
- среднее энерговыделение в кристаллах ≤ 30 МэВ,
- дисперсия энерговыделения в кристаллах ≤ 20 МэВ,
- количество кристаллов в кластере ≥ 5 .



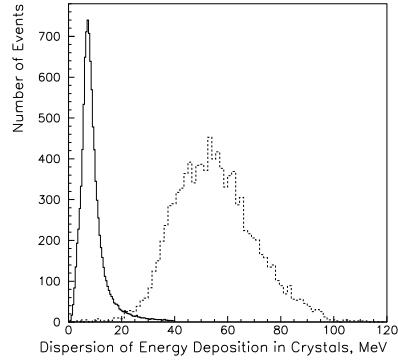
(а)



(б)



(в)



(г)

Рис. 33: Распределения событий прохождения космических частиц (сплошная линия) и электронов с энергией 395 МэВ (пунктирная линия) по отношению моментов кластера (а), количеству соседних сработавших кристаллов (б), среднему энерговыделению в кристаллах (в) и его дисперсии (г).

Дополнительное требование срабатывания более 4 кристаллов введено для улучшения точности калибровки.

Обработка заходов, записанных с запуском детектора от событий прохождения космических частиц через калориметр, показала, что при выбранных критериях отбора отбраковывается примерно 30% событий. В основном отбраковываются события, в которых космические частицы проходят под большим углом к вертикали. Анализ стандартных заходов показал, что примесь фоновых событий после отборов составляет около 1.5% и не влияет на результаты калибровки.

Как видно из рис. 1, калориметр имеет отверстие в центре. Вследствие этого космическая частица, прошедшая близко к центру калориметра, вызовет образование двух кластеров. Для предотвращения данного эффекта, касающиеся внутреннего края калориметра кластеры сливаются, если дальнейшая траектория космической частицы, экстраполируемая по одному кластеру прямой линией, проходит на расстоянии меньше размера кристалла второго кластера.

Для ускорения процесса обработки, предварительный отбор событий для калибровки калориметра реализован на уровне третичного триггера детектора. Оставшиеся после предварительного отбора 6% событий обрабатываются по алгоритму, аналогичному тому, который используется при калибровке ONLINE.

Для обеспечения точности калибровочных констант 1% необходимо использовать статистику, набранную за 2 суток. Характерное время набора одного захода 5 часов. Поэтому заходы объединялись в группы, соответствующие примерно одинаковой температуре калориметра.

Часть заходов была обработана с калибровочными константами, полученными из ONLINE и OFFLINE калибровок. Для каждого захода находились среднее энерговыделение и разрешение. Использование данных OFFLINE калибровки приводит к уменьшению дисперсии распределения заходов по измеренному среднему энерговыделению с 1.9% до 1.2% и улучшению энергетического разрешения в отдельном заходе с $\sigma_E/E = 5.5\%$ до 4.4% при энергии 510 МэВ. Уменьшение разброса средних энерговыделений происходит за счет компенсации в среднем изменения температуры калориметра и позволяет улучшить энергетическое разрешение по большим группам заходов. Сравнение разрешений позволяет оценить точность ONLINE калибровки в 3.2%, что согласуется с оценкой, сделанной ранее.

Литература

- [1] R.R.Akhmetshin *et al.*, Препринт ИЯФ **99-11**, Новосибирск, 1999.
- [2] Ф.В.Игнатов *и др.*, Препринт ИЯФ **99-64**, Новосибирск, 1999.
- [3] Э.В.Анашкин *и др.*, Препринт ИЯФ **99-84**, Новосибирск, 1999.
- [4] L.M.Barkov *et al.*, Proc. 5th International Conf. on Instrumentation for colliding beam physics., INP, Novosibirsk, 1990, p.480.
- [5] V.M.Aulchenko *et al.*, Nucl. Instrum. and Meth., 1993, **v.A336**, p.53.
- [6] D.N.Grigoriev *et al.*, IEEE Trans. Nucl. Sci, 1995, **v.NS-42**, p.505.
- [7] Ya.V.Vasiliev *et al.*, Nucl. Instrum. and Meth., 1996, **v.A379**, p.533.
- [8] P.M.Beschastnov *et al.*, Nucl. Instrum. and Meth., 1994, **v.A342**, p.477.
- [9] Yu.V.Yudin *et al.*, Nucl. Instrum. and Meth., 1996, **v.A379**, p.528.
- [10] Д.Н.Григорьев, дипломная работа, НГУ, Новосибирск, 1986.
- [11] I.B.Logashenko *et al.*, Nucl. Instrum. and Meth., 1996, **v.A379**, p.366.
- [12] S.K. Sahu *et al.*, Nucl.Instrum. and Meth., 1997, **v.A388**, p.144.
- [13] В.В.Левашов., дипломная работа, НГУ, Новосибирск, 1995.
- [14] Ю.В.Юдин *и др.*, Препринт ИЯФ **99-75**, Новосибирск, 1999.
- [15] В.М.Аульченко *и др.*, Препринт ИЯФ **88-30**, Новосибирск, 1988.
- [16] В.М.Аульченко *и др.*, Препринт ИЯФ **88-22**, Новосибирск, 1988.
- [17] V.M.Aulchenko *et al.*, Proceedings of the International Simposium on Position Detectors in High Energy Physics, Dubna, 1988, p. 371.
- [18] R.R.Akhmetshin *et al.*, Nucl.Instrum. and Meth., 1996, **v.A379**, p.509.
- [19] E.Blucher *et al.*, Nucl.Instrum. and Meth., 1986, **v.A249**, p.201.
- [20] M.N.Achasov *et al.*, Nucl.Instrum. and Meth., 1997, **v.A401**, p.179.
- [21] I.Ambats *et al.*, Nucl.Instrum. and Meth., 1992, **v.A320**, p.177.
- [22] И.В.Башкиров., диссертационная работа на соискание степени магистра, НГУ, Новосибирск, 1997.

- [23] HEPDB — Database Management Package. CERN, Geneva, 1993.
- [24] I.Logashenko, A.Shamov., Proc. Conf. Comp. in High Energy Physics CHEP-95, Sep.18-22, 1995, Rio-de-Janeiro, Brasil, p. 864.
- [25] Л.Д.Ландау., Собрание трудов., под редакцией Е.М.Лифшица, Москва, Наука, 1969, т.1, стр.482.
- [26] В.Ф.Казанин., квалификационная работа на соискание степени бакалавра, НГУ, Новосибирск, 1995.
- [27] Э.В.Анашкин и др., Препринт ИЯФ **99-1**, Новосибирск, 1999.
- [28] R.Brun., GEANT3. User's guide. CERN DD/EE/84-1, Geneve, 1987.
- [29] А.О.Вайсенберг., Мю-мезон., Москва, Наука, 1964.
- [30] C.Caso *et al.*, Review of Particle Physics. Particle Data Group., The Eur. Phys. J. C, 1998, **v.3**, p.1.
- [31] М.А.Ачасов., диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Новосибирск, 1998.
- [32] В.Ф.Казанин., диссертационная работа на соискание степени магистра, НГУ, Новосибирск, 1997.
- [33] П.А.Горичев и др., Препринт ИТЭФ **106-88**, Москва, 1988.
- [34] M.Goyot *et al.*, Nucl.Instrum. and Meth., 1988, **v.A263**, p.180.
- [35] В.Н.Иванченко., диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, Новосибирск, 1997.
- [36] А.С.Кузьмин., диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Новосибирск, 1998.
- [37] M.G.Bekishev, V.N.Ivanchenko., Nucl.Instrum. and Meth., 1995, **v.A361**, p.138.
- [38] А.И.Шехтман., Координатное разрешение торцевого калориметра., Меморандум КМД-2, 1997.
- [39] W.T.Eadie *et al.*, Statistical methods in experimental physics, London, 1971. Статистические методы в экспериментальной физике. Пер. с англ. Под ред. А.А.Тяпкина. М., Атомиздат, 1976, стр. 72.