

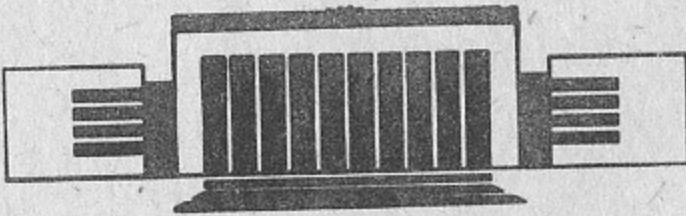


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
им. Г.И. Будкера СО РАН

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ  
В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЕ.  
П. БЕГУЩИЕ ВОЛНЫ

ИЯФ 92-27



НОВОСИБИРСК

# Ленгмюровские волны в электрон-позитронной плазме.

## II. Бегущие волны

И.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
630090, Новосибирск 90, Россия

### АННОТАЦИЯ

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию развития бегущих ленгмюровских волн с параметрами  $E_0^2/8\pi nT \sim 0,04 - 81$ ;  $\lambda/r_d = 100$ ;  $v_\phi/v_T = 22,6$ ;  $N = L/\lambda = 1$  в одномерной, нерелятивистской электрон-позитронной плазме.

Показано, что при  $E_0^2/8\pi nT < 10$  основным процессом является самоконверсия волны, которая приводит к генерации гармоник  $N = N_e \pm \beta N_p$  ( $N_e = N_p = 1$ ),  $\beta = 2,4,6\dots$ . Как вторичный процесс проявляется модуляционная неустойчивость. Затухание электрического поля определяется захватом электронов и позитронов и развитием сильной стохастической неустойчивости их движения.

При больших начальных амплитудах волны  $E_0^2/8\pi nT > 10$  существенную роль играет электронная (и позитронная) нелинейность—возмущение  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  и захват электронов и позитронов основной волной ("кинетический" эффект), а также укручение и опрокидывание волны ("гидродинамический" эффект).

Электроно-позитронная плазма может рассматриваться как модель плазмы, образованной положительными и отрицательными ионами равной массы.

---

Langmuir Waves in the Electron-Positron Plasma.  
II. Travelling Waves

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

Budker Institute of Nuclear Physics  
630090, Novosibirsk 90, Russia

ABSTRACT

The numerical experiments (PIC-method) were made to study the evolution of the travelling Langmuir waves with the parameters  $E_0^2/8\pi nT \sim 0,04 - 81$ ;  $\lambda/r_d = 100$ ;  $v_{ph}/v_T = 22,6$ ;  $N = L/\lambda = 1$  in the one-dimensional nonrelativistic electron-positron plasma.

If the initial wave amplitudes are not high ( $E_0^2/8\pi nT < 10$ ) the main process is the selfconversion of the wave. This process leads to the generation of the modes  $N = N_e \pm \beta N_p$  ( $N_e = N_p = 1$ ;  $\beta = 2, 4, 6, \dots$ ) and to the development of the modulational instability as a secondary process. The damping of the electric field is due to the trapping of the electrons and positrons and to the development of the large-scale stochasticity.

If the initial wave amplitudes are high ( $E_0^2/8\pi nT > 10$ ) the essential role plays the electron and positron nonlinearity—the perturbation of  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  and the trapping of the electrons and positrons by the main wave ("kinetic" effect) and the steepening and the breaking of the wave ("hydrodynamic" effect).

The electron-positron plasma can be considered as a model of the equal mass positive and negative ions plasma.

Настоящая работа является продолжением работы [1а], называемой далее I, в которой рассматривались стоячие ленгмюровские волны в электрон-позитронной ( $e^+ - e^-$ )-плаズме, а также работы [1б]. Мы начали рассмотрение со стоячих волн, поскольку их развитие в плаズме похоже на развитие стоячих волн со сравнимыми параметрами в электрон-ионной ( $e - i$ )-плаズме [2]. Развитие бегущих волн в  $e^+ - e^-$ -плаズме значительно отличается от  $e - i$ -плаズмы [3, 4]. Действительно, в  $e - i$ -плаズме для волн не очень большой амплитуды основную роль играет модуляционная неустойчивость. В  $e^+ - e^-$ -плаズме для таких же волн главным является процесс, который мы назвали самоконверсией, аналогичный конверсии в  $e - i$ -плаズме. Для  $e - i$ -плаズмы было показано [5-7], что любое возмущение плотности ионов (включая возмущение, создаваемое самой ленгмюровской волной, и ионно-звуковую волну) приводит к конверсии ленгмюровской волны на этом возмущении. Конверсия проявляется в каскадном процессе генерации гармоник ленгмюровской волны прямых и обратных волн с волновыми числами (номерами гармоник)  $k_N = k_e + \beta k_i$ ;  $N = N_e + \beta N_i$  и  $k_N = k_e - \beta k_i$ ;  $N = N_e - \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . В отсутствие затухания изменение во времени амплитуды гармоник при конверсии описывается функциями Бесселя

$$E_\beta^N/E_0 = J_\beta \left( \frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t \right),$$

так что процесс имеет периодический характер.

В  $e^+ - e^-$ -плаズме в ленгмюровской волне возмущения  $\tilde{n}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$  (мы будем обозначать электроны индексом  $e$ , позитроны— $p$ ) одинаковы и сдвинуты на  $\Delta x = \lambda/2$  [16]. Можно рассматривать эту волну как две ленгмюровские волны—"электронную", связанную с возмущением  $\tilde{n}_e(x)$

Таблица 1

и "позитронную"—с  $\tilde{n}_p(x)$ . Тогда для "электронной" волны  $\tilde{n}_p(x)$  является возмущением плотности, так что должен идти процесс конверсии, приводящий к генерации гармоник  $N^e = N_e \pm \beta N_p$ . Аналогично для "позитронной" волны возмущением плотности является  $\tilde{n}_e(x)$  и должны генерироваться гармоники  $N^p = N_p \pm \beta N_e$ . Так как  $N_e = N_p$ , то и  $N^e$  и  $N^p$  при одинаковых  $\beta$  одинаковы, но соответствующие гармоники сдвинуты по фазе, так как  $\tilde{n}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$  сдвинуты по фазе на  $\Delta x = \lambda/2$ , а связанное с ними поле имеет разный знак. В результате четные гармоники  $N^e$ ,  $N^p$  компенсируются, а в спектре остаются только нечетные гармоники. Таким образом, самоконверсия ленгмюровской волны  $N = 1$  в  $e^+ - e^-$ -плазме должна приводить к генерации ее гармоник  $N = 1 \pm \beta$ ,  $\beta = 2, 4, 6, \dots$  прямых  $N = 3 - 5 - 7 \dots$  и обратных  $N = -(1 - 3 - 5 \dots)$  волн (здесь и далее мы будем обозначать номер гармоники—обратной волны отрицательным числом). Именно этот процесс и наблюдается при развитии бегущих ленгмюровских волн в  $e^+ - e^-$ -плазме. Наблюдается он и при развитии стоячих ленгмюровских волн (случай 1-2 в работе I), хотя основную роль в этих случаях играет модуляционная неустойчивость.

Следует отметить, что электрон-позитронная плазма может рассматриваться как модель  $i^+ - i^-$ -плазмы положительных и отрицательных ионов равной массы, так что полученные результаты относятся и к  $i^+ - i^-$ -плазме, отличаясь только шкалой времени.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной  $L/r_d = 100$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и позитронов задается максвелловское распределение по скоростям с равными температурами  $T_e = T_p$ . Из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N^e = N^p = 10^4$ ) функции распределения обрезаны на скорости  $v \sim \pm 2v_T$ .

Для задания бегущей ленгмюровской волны задаются синосоидальные возмущения плотности и скорости электронов и позитронов, соответствующие линейной монохроматической волне. Возмущения  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  сдвинуты на  $\Delta x = \lambda/2$  относительно возмущений  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  [16]. Распределения  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$ ,  $E(x)$ , а также сепаратрисы  $v_{e,p}^s(x)$  показаны в работе I, рис. 1, а и б [16]. Длина волны задается равной длине системы  $\lambda = L$ , так что номер гармоники  $N = L/\lambda = 1$ . Параметры волн в разных случаях приведены в таблице 1.

В  $e^+e^-$ -плазме дебаевский радиус, плазменная частота и производные от них величины отличаются от аналогичных величин в  $e-i$ -плазме [8].

## Начальные данные бегущих ленгмюровских волн

$$\lambda_0/r_d = 100; \lambda_0/r_d^{ep} = 141,4; v_\phi^0/v_T = 22,6;$$

$$k_0 r_d^{ep} = 4,4 \cdot 10^{-2}; (k_0 r_d^{ep})^2 = 1,97 \cdot 10^{-3}$$

Случай	2-0	2-1	2-2	2-3	2-3а	2-3б	2-4	2-5
$E_0$	11	31	70,4	140,8	180	240	387	504
$\tilde{n}_{e,p}/n_o$	$8,8 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$5,6 \cdot 10^{-2}$	0,11	0,14	0,19	0,31	0,40
$\tilde{v}_{e,p}/v_T$	0,20	0,57	1,27	2,49	3,17	4,30	7,02	9,06
$E_0^2/8\pi nT$	$3,9 \cdot 10^{-2}$	0,31	1,59	6,36	10,4	18,5	48,1	81,5
$W_w^0/W_e^0$	$8,3 \cdot 10^{-2}$	0,69	3,57	14,3	23,4	41,5	108	183

$r_d$ ,  $r_d^{ep}$ —дебаевский радиус в  $e-i$ - и  $e^+e^-$ -плазме;  $E_0$  нормировано на  $m r_d / e T_{oe}^2$ ;  $\tilde{n}_{e,p}$ —  
 $\tilde{v}_{e,p}$ —возмущение плотности и скорости электронов и позитронов;  $W_W^0$ —начальная  
 энергия волны,  $W_W^0 = W_E^0 + \Delta W_e^0 + \Delta W_p^0$  где  $W_e^0$ —тепловая энергия электронов;  
 $\Delta W_{e,p}^0 = W_{e,p}^0 - W_e^0$ —возмущение энергии электронов и позитронов.

$$\omega_N^2 = \omega_{ep}^2 [1 + 3(k_N r_d^{ep})^2]; \quad v_\phi^N = \omega_N/k_N.$$

В настоящей работе, как и в работе I, для нормировки используются  $r_d$ ,  $\omega_{oe}$ ,  $T_{oe}$  и т.п. для  $e - i$ -плазмы, так что

$$x/r_d^{ep} = \sqrt{2} x/r_d, \quad t/T_{ep} = \sqrt{2} t/T_{oe}, \quad T_{ep}/T_{oe} = \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0,707.$$

### Несколько замечаний к рисункам:

1. Распределения поля  $E(x)$  и плотности электронов и позитронов  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  в разные моменты времени приводятся, как правило, в моменты, когда поле и возмущение плотности максимальны (за  $T_{ep}/2$ ).
  2. Фазовые плоскости электронов и позитронов в разные моменты времени приводятся, как правило, в моменты, когда максимально возмущение скорости (за  $T_{ep}/2$ ).
  3. На рисунках зависимости энергии поля от времени приводятся средние значения  $W_E$ . Пунктиром показаны максимальные и минимальные значения поля при колебаниях с периодом  $T_{ep}/2$ .
  4. В случае функций распределения по скоростям  $f(v)$ , отличающихся от максвелловской  $f_M(v)$ , температура определялась по ширине  $f(v)$ , на

различных уровнях  $f(v)/f(0)$ , соответствующих уровням  $f_m(v)/f(0)$ , для интервала скоростей  $v/v_T \sim (-1) - 1(T(v_T)); (-1, 7) - 1, 7(T(1, 7v_T)); (-2) - 2(T(2v_T))$ .

5. В тексте и на рисунках номер гармоники с  $v_\phi^N > 0$  обозначается положительным числом ( $N > 0$ ), с  $v_\phi^N < 0$ —отрицательным ( $N < 0$ ).

6. В тексте и на рисунках опускается звездочка для  $E^*$ , так что  $E$  означает нормированную на  $mrd/eT_{oe}^2$  величину.

При развитии бегущих ленгмюровских волн сравнительно небольшой амплитуды определяющую роль играет самоконверсия. Как вторичный процесс проявляется модуляционная неустойчивость.

Случаи 2-1, 2-2 (Рис. 1-5). На рис. 1,а и 3 показано изменение во времени энергии электрического поля  $W_E(t)$  в случаях 2-1 и 2-2. Пунктиром показаны максимальные и минимальные значения  $W_E$  при колебаниях  $W_E/(t)$  с периодом  $T_{ep}/2$ . Появление таких колебаний свидетельствует о появлении компоненты стоячей волны, т.е. о возбуждении обратных волн. Из рис. 1,а, 3 видно, что амплитуда этих волн нарастает, а затем меняется во времени. Это показывает, что наблюдается процесс самоконверсии. Действительно, из спектров и Рис. 1,б, где показаны кривые  $E^N(t)$  для случая 2-1, видно, что возбуждаются гармоники  $N = 3 - 5 - 7 \dots$  и обратные волны  $N = -(1 - 3 - 5 \dots)$ . До  $t/T_{oe} \sim 24$  амплитуда основной волны  $N = 1$  падает, а амплитуды гармоник растут. При этом скорость роста одинакова у пар гармоник  $N = N_e \pm \beta N_p$  с одинаковыми  $\beta$ :  $N = 3$  и  $-1$  ( $\beta = 2$ ),  $N = 5$  и  $-3$  ( $\beta = 4$ ). Это подтверждает гипотезу о самоконверсии, поскольку, как уже говорилось, гармоники с одинаковыми  $\beta$  описываются одной функцией Бесселя порядка  $\beta$ :  $E_\beta^N/E_0 = J_\beta\left(\frac{1}{2}\frac{\tilde{n}}{n_0}\omega_{oe}t\right)$ . Из рис. 1,б виден и периодический характер процесса—в  $t/T_{oe} > 24$  амплитуды гармоник падают, а амплитуда  $N = 1$  начинает расти. Однако, на этой стадии становится заметным затухание (рис. 1,а), так что проследить за гармониками самоконверсии далее не удается.

Была сделана попытка проследить за развитием самоконверсии в случае 2-0 с меньшей амплитудой, чтобы избежать затухания. Оказалось, что в этом случае также нарастают гармоники  $N = 3 - 5 - 7 \dots$  и обратные волны  $N = -(1 - 3 - 5 \dots)$ , причем скорости роста близки у пар гармоник с одинаковыми  $\beta$ :  $N = 3$  и  $(-1)$ ,  $N = 5$  и  $(-3)$ , т.е. как и в случае 2-1 развивается самоконверсия. Скорость роста гармоник с данным  $\beta$  в случае 2-0 меньше, чем в случае 2-1. Однако, проследить за развитием самоконверсии достаточно долго не удается и в этом случае, так как в  $t/T_{oe} > 30 - 40$  шумы начинают превышать эффект.

По распределениям  $\tilde{n}(x)$  и  $E(x)$  (рис. 2,а и 4) видно, что волна остается бегущей до  $t/T_{oe} \sim 10$  в случае 2-1 и  $t/T_{oe} \sim 6$  в случае 2-2. Самоконверсия волны проявляется в модуляции  $\tilde{n}(x)$  и  $E(x)$ , что хорошо видно в случае 2-2. (рис. 4  $t/T_{oe} = 6$  и 8). С ростом обратных волн и компоненты стоячей волны начинает проявляться модуляционная неустойчивость, которая приводит к росту впадин плотности и концентрации в них электрического поля. Две впадины плотности хорошо видны на рис. 2,а в  $t/T_{oe} = 16$  и 20 и на рис. 4 в  $t/T_{oe} = 14$ .

Поскольку перекачка в более коротковолновые гармоники из-за самоконверсии продолжается, модуляция волны становится более мелкомасштабной, а модуляционная неустойчивость приводит к появлению большего числа впадин плотности. Так в случае 2-1 на рис. 2,а в  $t/T_{oe} = 25$  и 35, а в случае 2-2 на рис. 4 в  $t/T_{oe} = 20$  четко видны четыре впадины плотности. Изменение  $E(x)$  в течение плазменного периода  $T_{ep} \sim 0,7T_{oe}$  (рис. 2,б) показывает, что в  $t/T_{oe} \sim 35$  в случае 2-1 волна близка к стоячей.

В обоих случаях наблюдается затухание поля и поглощение энергии поля электронами и позитронами. В случае 2-1 затухание начинается в  $t/T_{oe} > 20$  и развивается очень медленно, а в случае 2-2 начинается в  $t/T_{oe} \sim 8$  и развивается довольно быстро (рис. 1 и 3). По фазовым плоскостям электронов и позитронов видно, что затухание обусловлено захватом и ускорением электронов и позитронов гармониками самоконверсии (рис. 5). В случае 2-1 захватывается небольшое число частиц гармониками  $N > \pm|7|$ , в случае 2-2—значительное число частиц захватывается гармониками  $N > \pm|5|$  (рис. 5  $t/T_{oe} = 8, 97; 9, 97$ ). Поведение частиц на фазовой плоскости практически не отличается от поведения электронов, захваченных гармониками ленгмюровской волны в  $e-i$ -плазме на конечной стадии развития модуляционной неустойчивости или конверсии [9, 10]. В работах [9, 10] было показано, что в районе областей захвата этих гармоник развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов. В  $e^+e^-$ -плазме в этой неустойчивости участвуют как электроны, так и позитроны. Стохастическая неустойчивость в случае 2-1 развивается в районе областей захвата гармоник  $N \geq 7$  и  $N \geq | - 7 |$ , а позже включает и область захвата  $N = 5$ ; в случае 2-2— $N \geq 5$  и  $N \geq | - 5 |$ , а позже включает  $N = 3$  и  $N = -3$ . Развитие неустойчивости приводит к размешиванию частиц на фазовой плоскости (рис. 5  $t/T_{oe} = 11, 97; 20$ ) и формированию хвостов функции распределения по скоростям.

Следует отметить, что начальные амплитуды поля  $E_0$  в случаях 2-1 и 2-2 (табл. 1) соответствуют амплитудам ленгмюровских волн в  $e-i$

плаэме ([3] случаи 3 и 4). Однако, развитие волн в этих случаях совершенно различно. В случаях 3 и 4 в  $e - i$ -плаэме основную роль играет модуляционная неустойчивость, которая приводит к коллапсу—сжатию впадины плотности и росту плотности энергии поля в ней до тех пор, пока не начнется затухание. В рассмотренных здесь случаях определяющую роль играет самоконверсия, а модуляционная неустойчивость проявляется как вторичный процесс и заведомо не приводит к коллапсу. Однаковым образом развивается только захват, ускорение и сильная стохастическая неустойчивость движения электронов в  $e - i$ -плаэме или электронов и позитронов в  $e^+ - e^-$ -плаэме.

Случай 2-3 (Рис. 6-8). Развитие волны в этом случае имеет тот же характер, что и в случаях 2-1 и 2-2. Начальную стадию развития определяет самоконверсия, которая приводит к генерации гармоник  $N = 3 - 5 - 7 \dots$  и обратных волн  $N = -(1 - 3 - 5 \dots)$ . Рост обратных волн можно видеть по росту компоненты стоячей волны на рис. 6,а (пунктир на кривых  $W_E$ ,  $\Delta W_{e,p}(t)$ ). Зависимость амплитуды гармоник самоконверсии от времени показана на рис. 6,б. Видно, что скорость роста гармоник  $N = N_e + \beta N_p$  и  $N = N_e + \beta N_p$  с одинаковыми  $\beta$  ( $N = 3$  и  $-1$ ,  $\beta = 2$ ;  $N = 5$  и  $-3$ ,  $\beta = 4$ ) на начальной стадии практически одинаковы, как и должно быть при самоконверсии. Дальнейшее развитие этого процесса в  $t/T_{oe} > 6 - 7$  ограничивается затуханием.

По распределению  $\tilde{n}(x)$ ,  $E(x)$  видно, что с ростом компоненты стоячей волны начинает проявляться модуляционная неустойчивость, приводящая к росту впадин и концентрации в них поля (рис. 7  $t/T_{oe} > 5, 9; 8, 9, 9$ ).

Затухание начинается в  $t/T_{oe} \sim 6,5$  (рис. 6,а). Именно в это время начинается захват электронов и позитронов гармониками самоконверсии, что видно по фазовым плоскостям (рис. 8). Захватывать частицы начинают гармоники  $N > |\pm 5|$  (рис. 8  $t/T_{oe} = 6,5; 7,2$ ), позже включаются гармоники  $N = 3$  (рис. 8  $t/T_{oe} = 8,3; 10,1$ ), и  $N = -3$  (рис. 8  $t/T_{oe} = 10,1; 20,5$ ). Развитие сильной стохастической неустойчивости движения электронов и позитронов в районе областей захвата гармоник  $N \geq 3$  и  $N \geq | - 3 |$  приводит к их перемешиванию на фазовой плоскости (рис. 8  $t/T_{oe} = 8,3; 10,1; 20,5$ ). Наблюдаются также небольшой нагрев электронов и позитронов  $T(v_T)/T_o \sim 1,5$ ,  $T(v_T)$ —температура, определенная по ширине функции распределения  $f(v)$  на уровне, соответствующем интервалу скоростей  $v/v_T \sim (-1) - (+1)$ . Энергия поглощается электронами и позитронами (рис. 6,а).

В отличие от случаев 2-1, 2-2 на этой стадии не наблюдается дробления  $\tilde{n}(x)$ ,  $E(x)$ . Эти распределения скорее указывают на формирование

стоячих солитонов (рис. 7  $t/T_{oe} = 16; 20$ ) подобно тому, что наблюдается на конечной стадии развития стоячих волн в  $e^+ - e^-$ -плаэме [1а]. Действительно по  $E(x)$  через  $1/4T_{ep}$  и по  $W_E(t)$  (рис. 6,а видно, что в  $t/T_{oe} > 15$  волна близка к стоячей.

При дальнейшем увеличении начальной амплитуды наблюдаются процессы, связанные с электронной (и позитронной) нелинейностью и захватом электронов и позитронов основной волной, параллельно с которыми идет самоконверсия и вторичная модуляционная неустойчивость.

Для определения граничных параметров, при которых становится существенной электронная нелинейность, рассматривались два случая с начальными амплитудами волны, промежуточными между случаями 2-3 и 2-4—случай 2-3а и 2-3б (табл. 1). Оказалось, что случай 2-3а близок к случаю 2-3. В случае 2-3б начинает проявляться укручение волны, подобно случаю 2-4, но основную роль, как и в случае 2-3, играет самоконверсия. Мы не приводим описание этих случаев, но можем отметить, что электронная нелинейность становится существенной при амплитудах  $E_0^2/8\pi nT > 20$  при переходе от случая 2-3б к случаю 2-4.

Случаи 2-4, 2-5 (Рис. 9-14). Как и в случаях 2-1-2-3 самоконверсия проявляется в росте гармоник  $N = 3 - 5 - 7 - \dots$  и обратных волн  $N = -(1 - 3 - 5 - \dots)$ . Это хорошо видно по росту компоненты стоячей волны на кривых  $W_E(t)$  (рис. 9 и 12). Параллельно развиваются процессы, связанные с электронной и позитронной нелинейностью. Причем проявляются два типа этих процессов: 1) возмущение—обострение  $\tilde{v}(x)$  и захват частиц основной волной ("кинетический" эффект) и 2) укручение и опрокидывание  $\tilde{v}(x)$  ("гидродинамический" эффект). Оба эффекта хорошо видны на фазовых плоскостях электронов и позитронов (рис. 11 и 14). Обострение  $\tilde{v}(x)$  лучше проявляется в моменты, когда минимально возмущение  $\tilde{v}(x)$ , обусловленное компонентой стоячей волны (рис. 11  $t/T_{oe} = 2, 1; 5, 07$ ; рис. 14  $t/T_{oe} = 0, 37, 0, 67; 1, 0$ ), укручение—когда это возмущение максимально (рис. 11  $t/T_{oe} = 7$ ; рис. 14  $t/T_{oe} = 0, 52; 0, 87; 1, 62; 1, 97; 3, 0$ ). Развитие обострения  $\tilde{v}(x)$  приводит к захвату электронов и позитронов основной волной (рис. 11  $t/T_{oe} = 2, 1 - 5$ ; рис. 14  $t/T_{oe} = 0, 37 - 1, 97$ ). Напомним, что сепаратрисы для электронов и позитронов сдвинуты на  $\Delta x = \lambda/2$ . Параллельно развивается укручение и опрокидывание волны. В случае 2-4 это проявляется в  $t/T_{oe} \sim 7 - 8$  (рис. 11), в случае 2-5— $t/T_{oe} \sim 0, 5 - 3$  (рис. 14). Оба эти эффекта приводят к формированию пиков  $\tilde{n}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$ , сдвинутых на  $\Delta x = \lambda/2$ . (Рис. 10  $t/T_{oe} = 1; 7$ ; рис. 13  $t/T_{oe} = 1, 7$ ).

Как уже говорилось, параллельно с этими процессами развивается

самоконверсия. Интенсивный захват ее гармониками электронов и позитронов в случае 2–4 начинается в  $t/T_{oe} \sim 6 - 7$ , в случае 2–5—в  $t/T_{oe} \sim 2 - 3$ , причем захват идет в области обострения  $\tilde{v}(x)$ , возмущения  $\tilde{v}(x)$  этими гармониками, и особенно интенсивно из области фронтов опрокидывающейся волны (рис. 11 и 14). Далее развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов и позитронов в районе областей захвата гармоник  $N \geq 1$  и  $N \geq | - 1 |$  (рис. 11  $t/T_{oe} = 8; 20$ , рис. 14  $t/T_{oe} = 4; 7; 20$ ). Эта неустойчивость приводит к размешиванию электронов и позитронов на фазовой плоскости. Опрокидывание волны и сильная стохастическая неустойчивость кроме того приводят к сильному нагреву, причем нагрев электронов и позитронов практически одинаков. Это видно из таблицы 2 и рис. 15, где показана зависимость температуры  $T(v_T)$ ,  $T(1,7v_T)$ ,  $T(2v_T)$  от начальной энергии волны  $W_W^0/W_e^0$  ( $W_W^0 \approx 2W_E^0$ ).

Таблица 2  
Предельные скорости, температура электронов и позитронов  
и параметры солитонов.

20

Случай	2–1	2–2	2–3	2–4	2–5
$E_0^2/8\pi nT$	0,31	1,59	6,36	48,1	81,5
$v_{max}/v_T$	10,2	11,5	15	43	47,8
$v_{min}/v_T$	-5,4	-12,1	-13,1	-36,3	-40,1
$T(v_T)/T_0$	1	1,0(1,0)	1,5(1,4)	9,9(8,2)	10,8(11,8)
$T(1,7v_T)/T_0$	1	1,1(1,1)	1,6(1,6)	10,6(10,8)	15(14,7)
$T(2v_T)/T_0$	1	1,2(1,2)	2,0(1,7)	18,1(16,9)	22,9(23,2)
$E_m$	—	—	46,3	167	141
$E_m^2/8\pi n\bar{T}(v_T)$	—	—	0,48	0,99	0,56
$E_m^2/8\pi n\bar{T}(2v_T)$	—	—	0,37	0,51	0,28

$v_{max}$ ,  $v_{min}$ —максимальная и минимальная скорость электронов и позитронов;  $T(v_T)$ ,  $T(1,7v_T)$ ,  $T(2v_T)$ —температура электронов и (в скобках) позитронов, определенная по ширине  $f(v)$  на уровне, соответствующем  $v_T$ ,  $1,7v_T$ ,  $2v_T$ ;  $E_m$ —амплитуда солитона;  $E_m$  нормировано на  $m r_d / e T_{oe}^2$ ;  $\bar{T}$ —средняя из температуры электронов и позитронов.

Опрокидывание волны, захват электронов и позитронов и стохастическая неустойчивость их движения приводят к быстрому затуханию электрического поля, после чего энергия поля становится практически постоянной, а волна становится почти полностью стоячей (рис. 9 и 12).

В случае 2–4 это наблюдается в  $t/T_{oe} > 9 - 10$ , в случае 2–5—в  $t/T_{oe} > 6 - 7$ . По распределению  $\tilde{n}(x)$ ,  $E(x)$  (рис. 10 и 13) видно, что в это время формируются солитоны практически постоянной амплитуды подобно случаям стоячей волны [1a]. Хотя амплитуда  $E_m$  солитонов велика (см. табл. 2), но из-за большой температуры электронов и позитронов плотность энергии  $E_m^2/8\pi nT$  оказывается не очень большой (табл. 2) и сравнимой по величине с плотностью энергии квазистационарных солитонов в работе I.

Начальные амплитуды волн в случаях 2–4, 2–5 (табл. 1) близки к амплитудам ленгмюровских волн в  $e - i$ -плазме, рассмотренных в работах [3, 4]. Действительно, в случае 1–5 [4]—9 [3]  $E_0^2/8\pi nT = 36$ , в случае 1–6 [4]—10 [3]  $E_0^2/8\pi nT = 115$ ; в обоих случаях,  $\lambda/r_d = 100$ ;  $v_\phi/v_T = 16$ . Развитие волн в  $e^+ - e^-$ - и  $e - i$ -плазме на начальной стадии имеет общие черты, хотя в  $e - i$ -плазме при этих параметрах волны определяющую роль играет "кинетический" эффект—обострение  $\tilde{v}(x)$  и захват электронов основной волной  $N = 1$ . Это неудивительно, так как фазовая скорость основной волны в  $e - i$ -плазме ( $v_\phi/v_T = 16$ ) меньше, чем в  $e^+ - e^-$ -плазме ( $v_\phi/v_T = 22,6$ ). "Гидродинамический" эффект—укручение и опрокидывание волны—не проявляется в случае 9 [3], становится заметным в случае 10 [3] и играет существенную роль при больших амплитудах. Также как и при меньших амплитудах существенным различием является преимущественная роль самоконверсии в  $e^+ - e^-$ -плазме и модуляционной неустойчивости в  $e - i$ -плазме.

Мы описали развитие ленгмюровских волн в  $e^+ - e^-$ -плазме с равными температурами электронов и позитронов  $T_e = T_p$ . Рассматривались также случаи, аналогичные случаям 2–1÷2–5 в плазме с  $T_e/T_p = 30$ . Было найдено, что случаи 2–4, 2–5, где основную роль играет электронная нелинейность, различаются мало. В случаях 2–1÷2–3 различия в развитии волн не очень существенны и проявляются, в основном, в некоторой пространственной несимметрии в случаях с  $T_e/T_p = 30$ . В этих случаях из-за разницы  $T_e$  и  $T_p$  несколько различаются  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$ , что сразу задает некоторую пространственную асимметрию на  $\Delta x = \lambda$ . В результате генерируемые при самоконверсии волны  $N = 1$  четные гармоники не компенсируются полностью как в случае  $T_e = T_p$  и остаются в спектре, хотя и имеют амплитуды, меньшие, чем нечетные гармоники. В результате  $E(x)$  становится несимметричной на  $\Delta x = \lambda$  и некоторую роль начинает играть модуляционная неустойчивость бегущей волны. Но в основном развитие волны имеет прежний характер. Основную роль играет самоконверсия, с ростом обратных волн проявляется вторичная

модуляционная неустойчивость. Затухание в случаях  $T_e/T_p = 30$  определяется захватом только электронов и стохастической неустойчивостью их движения, но характер этих процессов остается прежним.

Сравним результаты работ по исследованию бегущих ленгмюровских волн в электрон-позитронной плазме (настоящая работа) и в электрон-ионной [3, 4]. Мы можем взять для сравнения случаи 2-0, 2-1, 2-2, а также 2-3, 2-4, 2-5 в  $e^+e^-$ -плазме и случаи 1, 3, 4, 7, 9, 10 [3]. В этих случаях одинаковы (случаи 2-0, 2-1, 2-2) или близки начальные амплитуды  $E_0^2/8\pi nT$ , одинаковы  $\lambda/r_d$ , хотя несколько различаются фазовые скорости волн  $v_\phi/v_T = 22, 6$  здесь и  $v_\phi/v_T = 16$  в  $e - i$ -плазме.

Сравнение показывает, что в области малых и средних начальных амплитуд волны характер развития волн существенно различается. Так в случаях 1, 3, 4, 7 [3] в  $e - i$ -плазме определяющую роль играет модуляционная неустойчивость, которая при малых амплитудах, например, в случае 1 приводит к формированию солитонов, при больших амплитудах — к коллапсу (случаи 3, 4, 7). В случаях 2-0, 2-1, 2-2, 2-3 в  $e^+e^-$ -плазме определяющую роль играет самоконверсия волны. Этот процесс является проявлением исследованного ранее процесса конверсии ленгмюровской волны на возмущениях плотности [5-7], который приводит к генерации гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ , где  $N_e, N_i$  — номер гармоники ленгмюровской волны и ионного возмущения. В ленгмюровской волне в  $e^+e^-$ -плазме  $\tilde{n}_p(x)$  ( $\tilde{n}_e(x)$ ) можно рассматривать как возмущение плотности для волны, связанной с  $\tilde{n}_e(x)$  ( $\tilde{n}_p(x)$ ). Тогда конверсия (мы называем этот процесс самоконверсией) должна приводить к генерации гармоник  $N = N_e \pm \beta N_p$ , где  $N_e = N_p = 1$ , если задана волна  $N = 1$ . Так как  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{n}_p(x)$  в ленгмюровской волне сдвинуты на  $\Delta x = \lambda/2$ , то остаются только нечетные гармоники  $\beta = 2, 4, 6$ , так что  $N = 1 \pm \beta$ ,  $\beta = 2, 4, 6, \dots$ . Таким образом, самоконверсия приводит к генерации более и более коротковолновых гармоник, прямых и обратных волн. Модуляционная неустойчивость в случаях 2-1, 2-2, 2-3 проявляется как вторичный процесс, связанный с появлением компоненты стоячей волны. Механизм затухания в  $e - i$ - и  $e^+e^-$ -плазме одинаков и связан с захватом электронов гармониками модуляционной неустойчивости [3, 4] или захватом электронов и позитронов гармониками самоконверсии и с последующим развитием сильной стохастической неустойчивости движения этих частиц.

Следует отметить, что самоконверсия должна играть роль и при развитии стоячих ленгмюровских волн в  $e^+e^-$ -плазме. Действительно, мы наблюдали такой процесс в случае 1-2 в работе I [1a]. В остальных случаях самоконверсия не проявляется как отдельный процесс, так как в стоячей волне гармоники самоконверсии не отличаются от гармоник

модуляционной неустойчивости, хотя их скорость роста должна быть различна.

При больших начальных амплитудах волны определяющую роль играет электронная нелинейность. Однако она проявляется по-разному в  $e^+e^-$ - и  $e - i$ -плазме. В  $e - i$ -плазме (случаи 7, 8, 9 [3]) основную роль играет "кинетический" эффект — возмущение  $\tilde{v}(x)$  основной волной, обострение  $\tilde{v}(x)$  и захват электронов основной волной [3, 4]. В  $e^+e^-$ -плазме этот эффект также проявляется, например, в случаях 2-4, 2-5, но более слабо, чем в соответствующих случаях 9, 10 [3] в  $e - i$ -плазме. Параллельно с этим в  $e^+e^-$ -плазме проявляется также "гидродинамический" эффект — укручение и опрокидывание волны, что хорошо видно в случаях 2-4, 2-5.

Развитие волны при больших начальных амплитудах приводит к нагреву плазмы. Это наблюдается и в  $e^+e^-$ -, и в  $e - i$ -плазме [11], хотя функции распределения при одинаковых начальных энергиях волны несколько различаются. Характерной особенностью  $e^+e^-$ -плазмы является образование солитонов после затухания основной волны.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1а. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Ленгмюровские волны в электрон-позитронной плаэме, I. Стоячие волны. Препринт ИЯФ СО РАН 92-26, 1992.
- 1б. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Начальные возмущения и ленгмюровские волны в электрон-позитронной плаэме. Препринт ИЯФ СО РАН 92-16, 1992.
2. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin. Plasma Phys, 23 (1981) 35.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Физика плаэмы, 7 (1981) 383.
4. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Неустойчивость и затухание ленгмюровских волн с разными амплитудами и фазовыми скоростями. Препринт ИЯФ СО АН СССР 78-17, 1978.
5. P.K.Kaw, A.T.Lin, J.M.Dawson. Phys. Fluids, 16 (1973) 1967.
6. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin. Pysica Scripta, 24 (1981) 566.
7. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Неустойчивость ленгмюровских волн в неоднородной плаэме. I-IV. Препринты ИЯФ СО АН СССР 81-43, 1981; 81-88, 1981; 81-89, 1981; 82-53, 1982.
8. V.Tsytovich, C.B.Wharton. Comments Plasma Phys, Contr. Fusion, 4 (1978) 101.
9. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin. Phys Letters, 112A, (1985) 330.
10. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Ленгмюровские волны большой амплитуды. Стохастическая неустойчивость. I, II. Препринты ИЯФ СО АН СССР, 84-149, 1984; 84-150, 1984. Proc. XVII ICPIG, v.1, p.73, Budapest, 1985; Proc. Conf. on Plasma Phys., v.2, p.132, Kiev, 1987.
11. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Неустойчивость и затухание ленгмюровских волн большой амплитуды. Нагрев электронов. Препринт ИЯФ СО АН СССР 82-105, 1982.

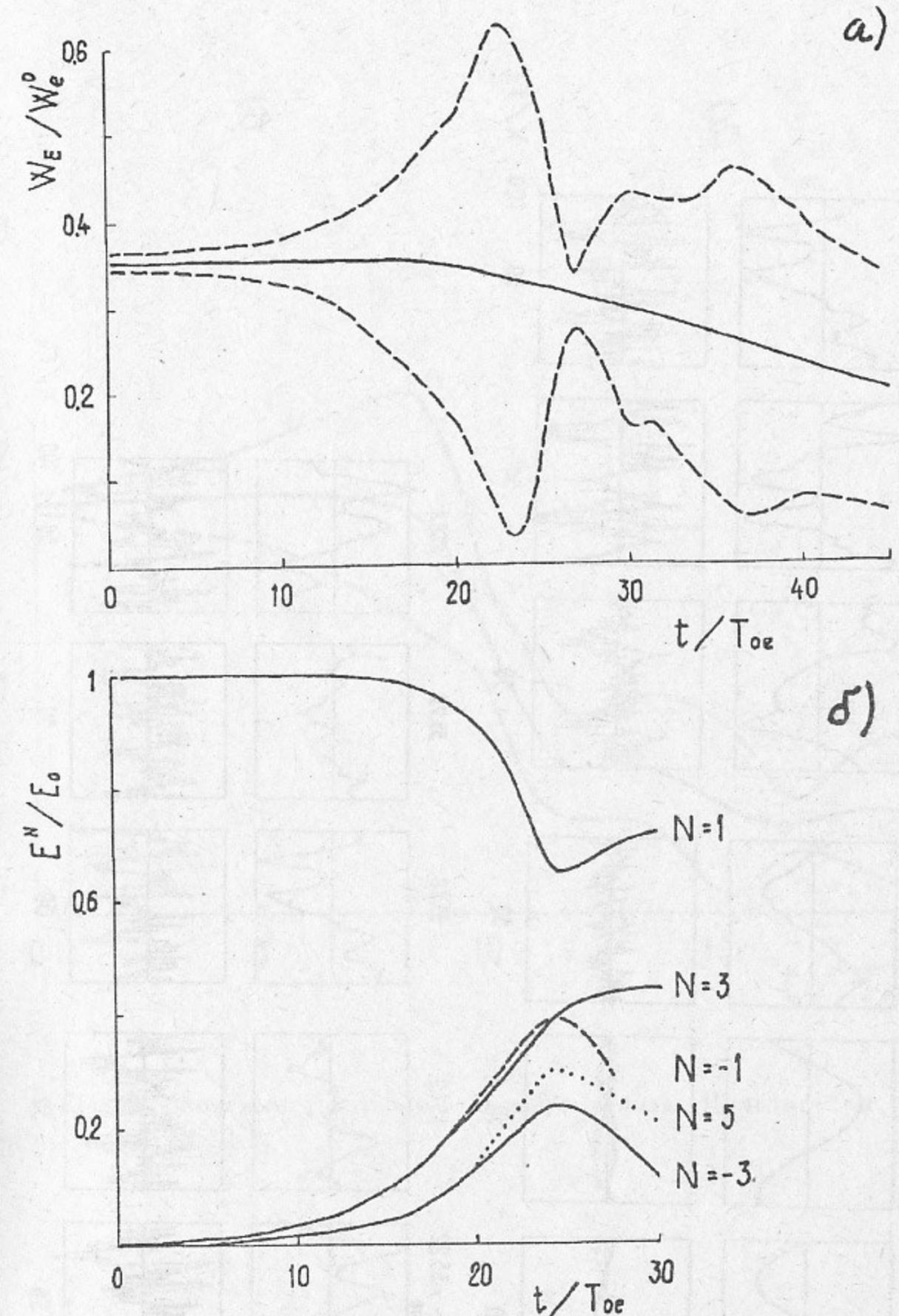


Fig. 1,а. Зависимость от времени энергии электрического поля. Пунктир—пределные значения  $W_E$  при колебаниях с периодом  $T_{ep}/2$ . Случай 2-1.

Fig. 1,б. Зависимость от времени амплитуды основной волны  $N = 1$  и гармоник самоконверсии  $N = N_e \pm \beta N_p$ ,  $\beta = 2$  и 4. Случай 2-1.

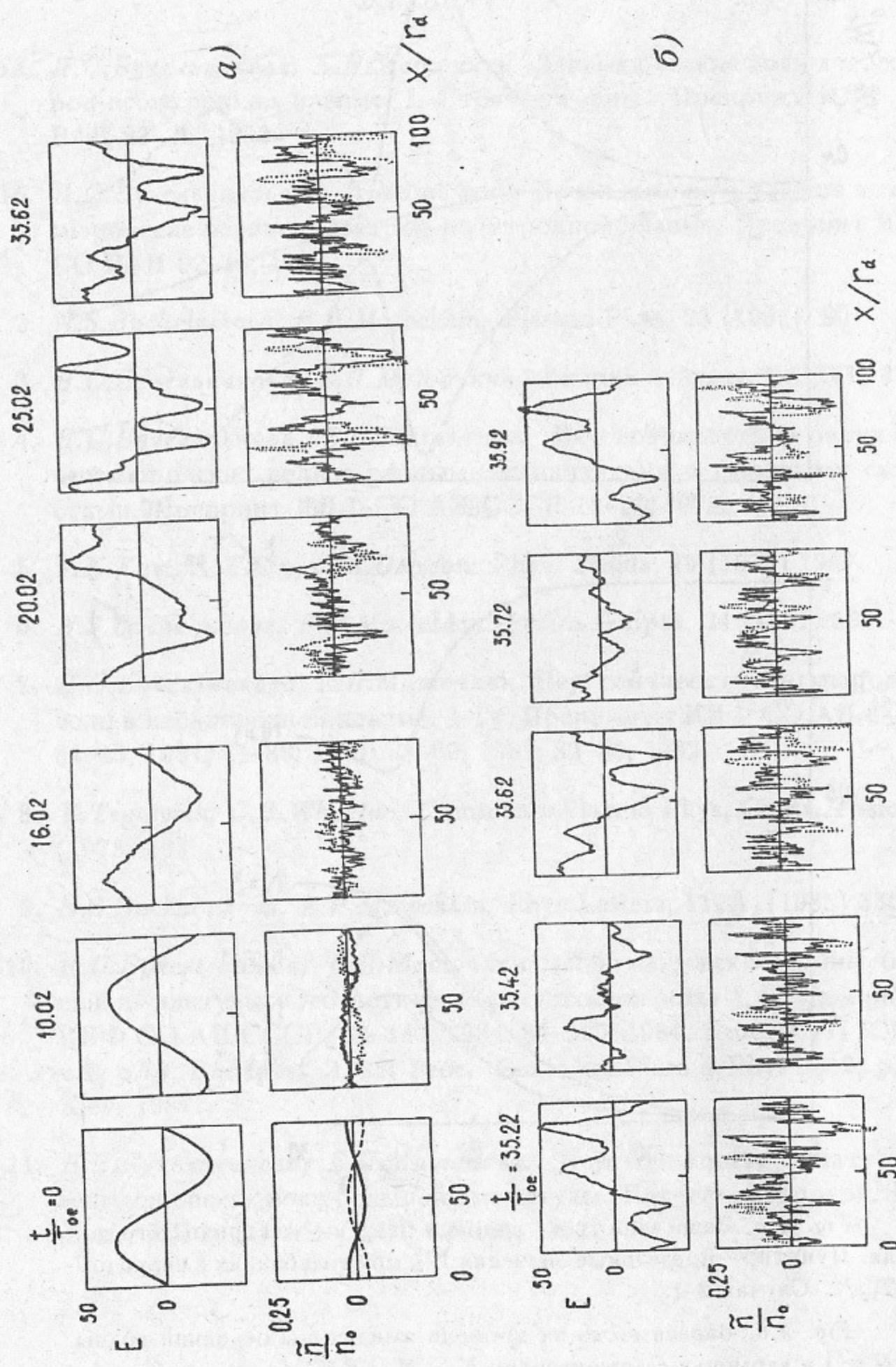


Fig. 2, a, б. Распределение поля  $E(x)$  и плотности электронов (пунктир) и позитронов  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ . Случай 2-1.

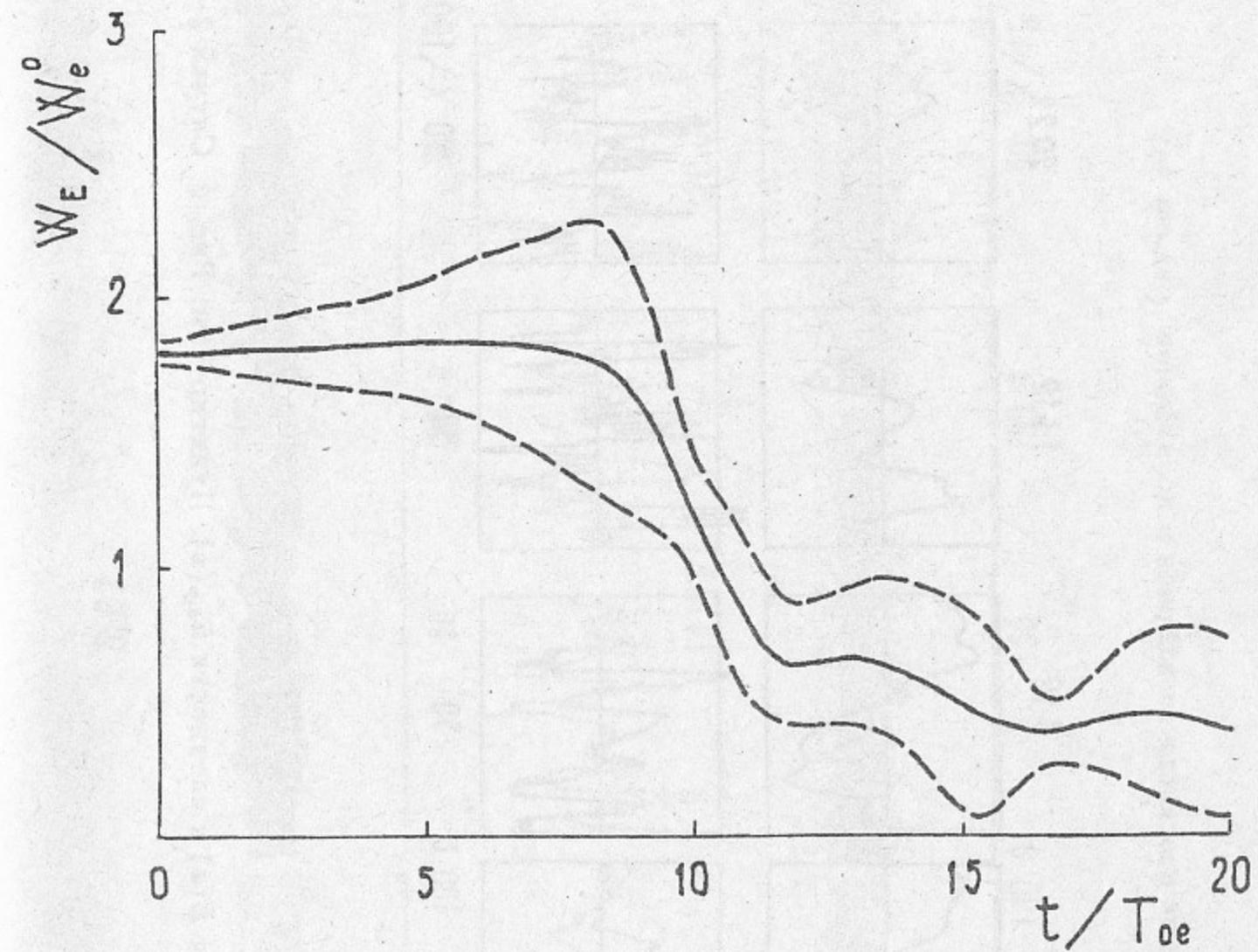


Fig. 3. Зависимость от времени энергии поля. Пунктир—см. Рис. 1. Случай 2-2.

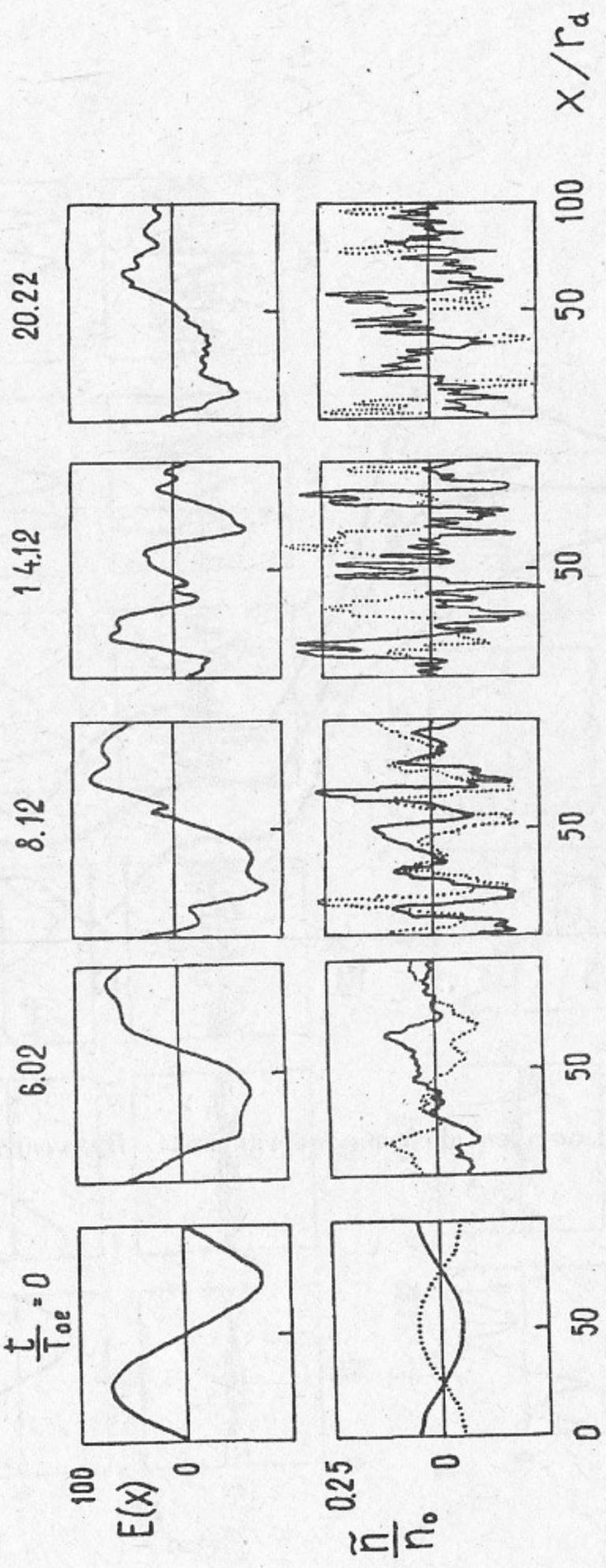


Fig. 4. Распределение поля  $E(x)$  и плотности  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ . Пунктир—см. Рис. 2. Случай 2-2.

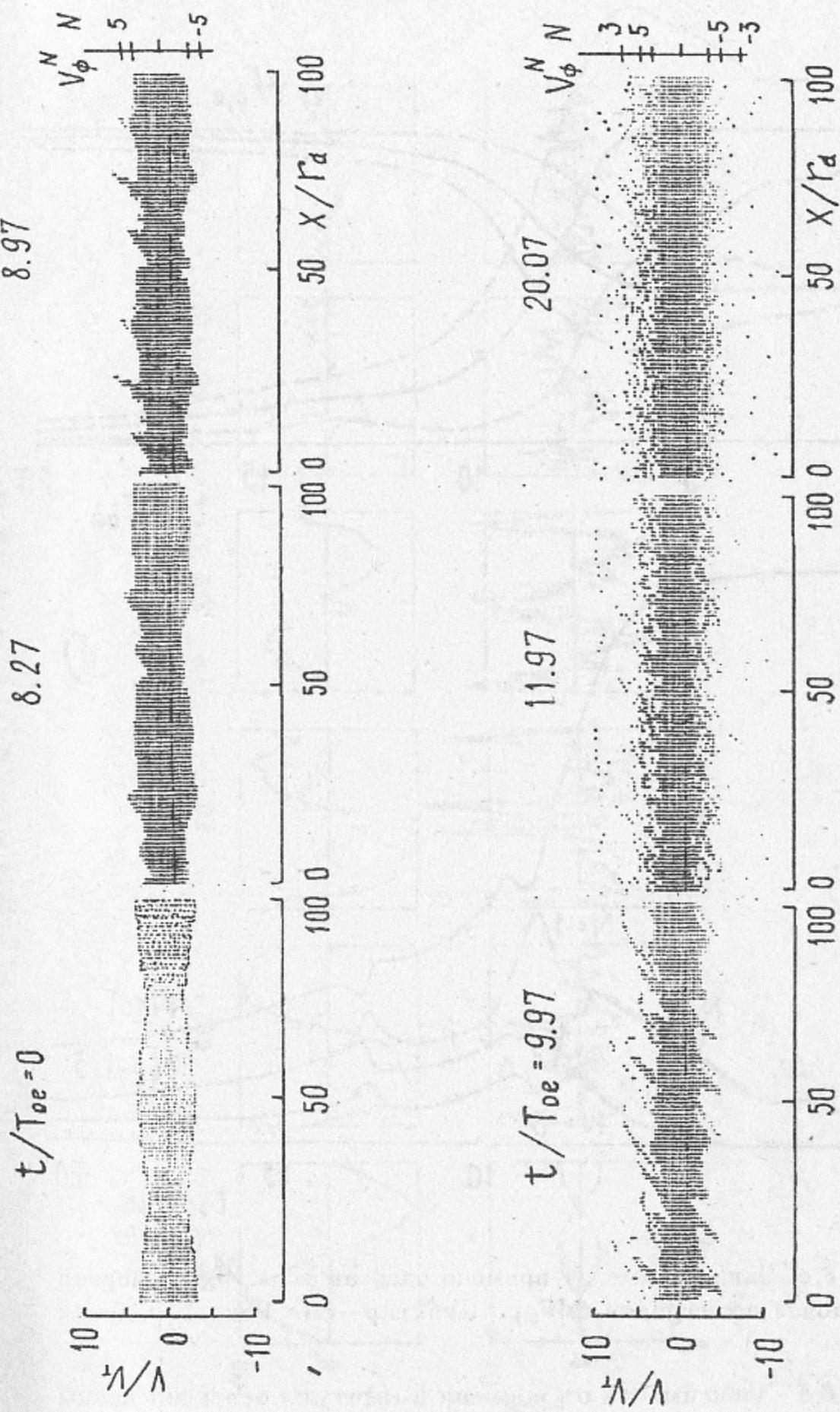


Fig. 5. Фазовые плоскости электронов и позитронов. Случай 2-2.

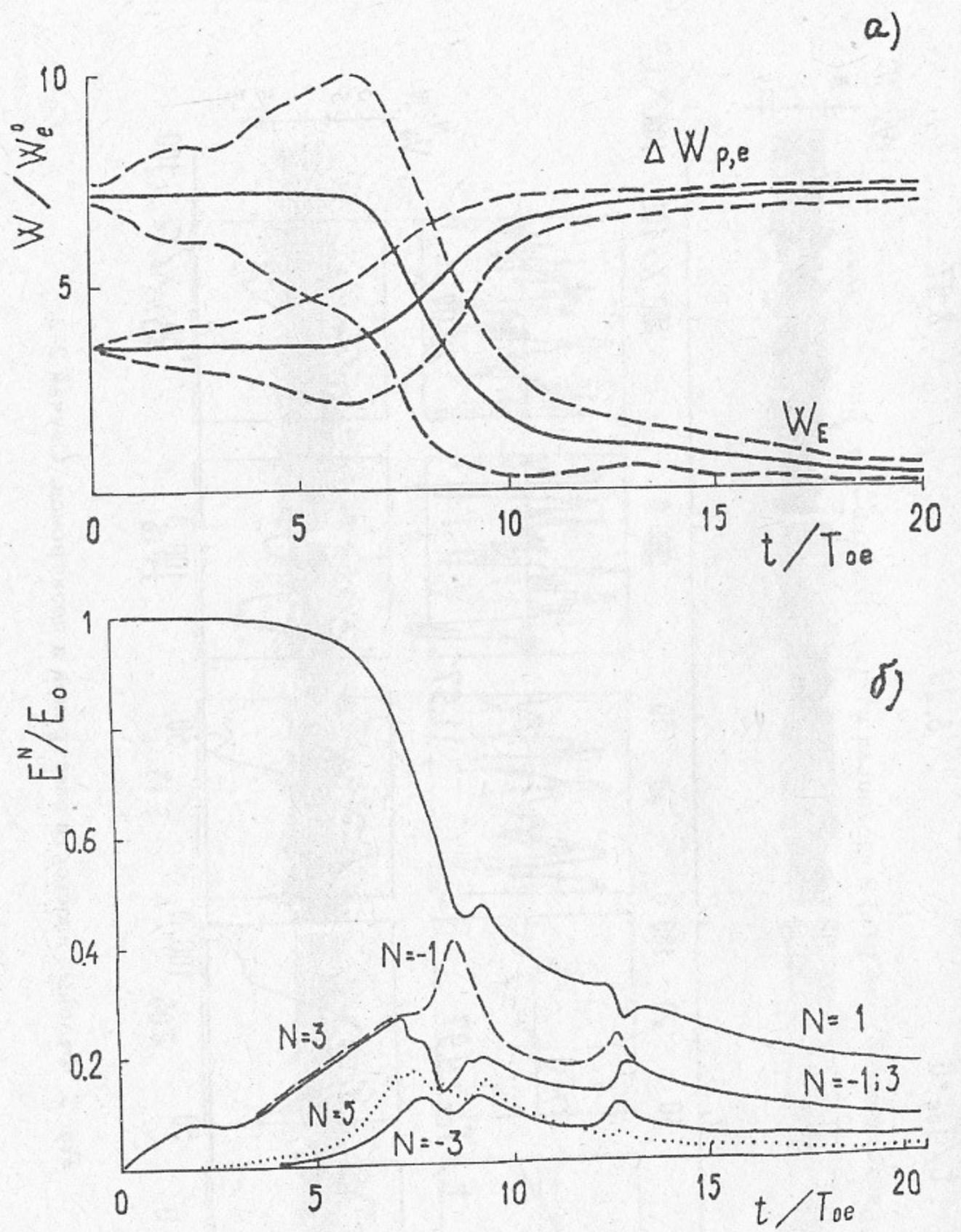


Fig. 6,а. Зависимость от времени энергии поля  $W_E$  и энергии электронов и позитронов  $\Delta W_{e,p}$ . Пунктир—см. Рис. 1. Случай 2-3.

Fig. 6,б. Зависимость от времени амплитуды основной волны  $N = 1$  и гармоник самоконверсии  $N = N_e \pm \beta N_p$ ,  $\beta = 2$  и 4. Случай 2-3.

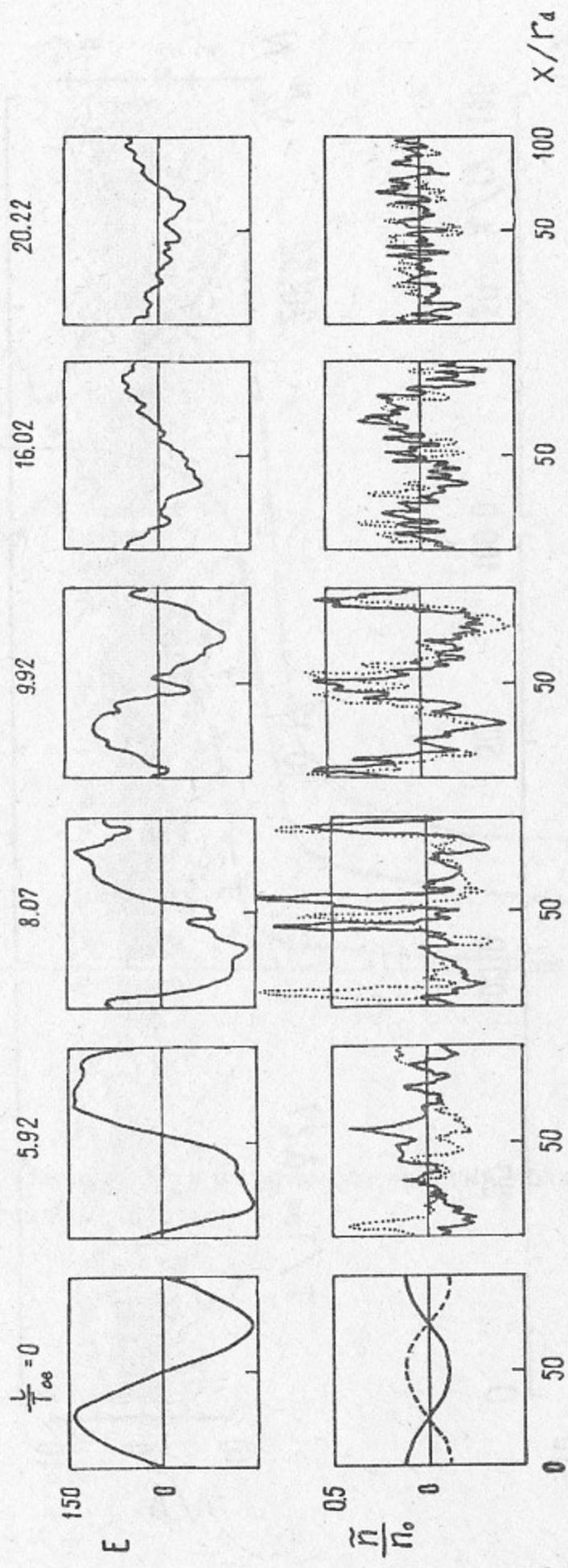


Fig. 7. Распределение поля  $E(x)$  и плотности  $\bar{n}_{e,p}(x)$ . Пунктир—см. Рис. 2. Случай 2-3.

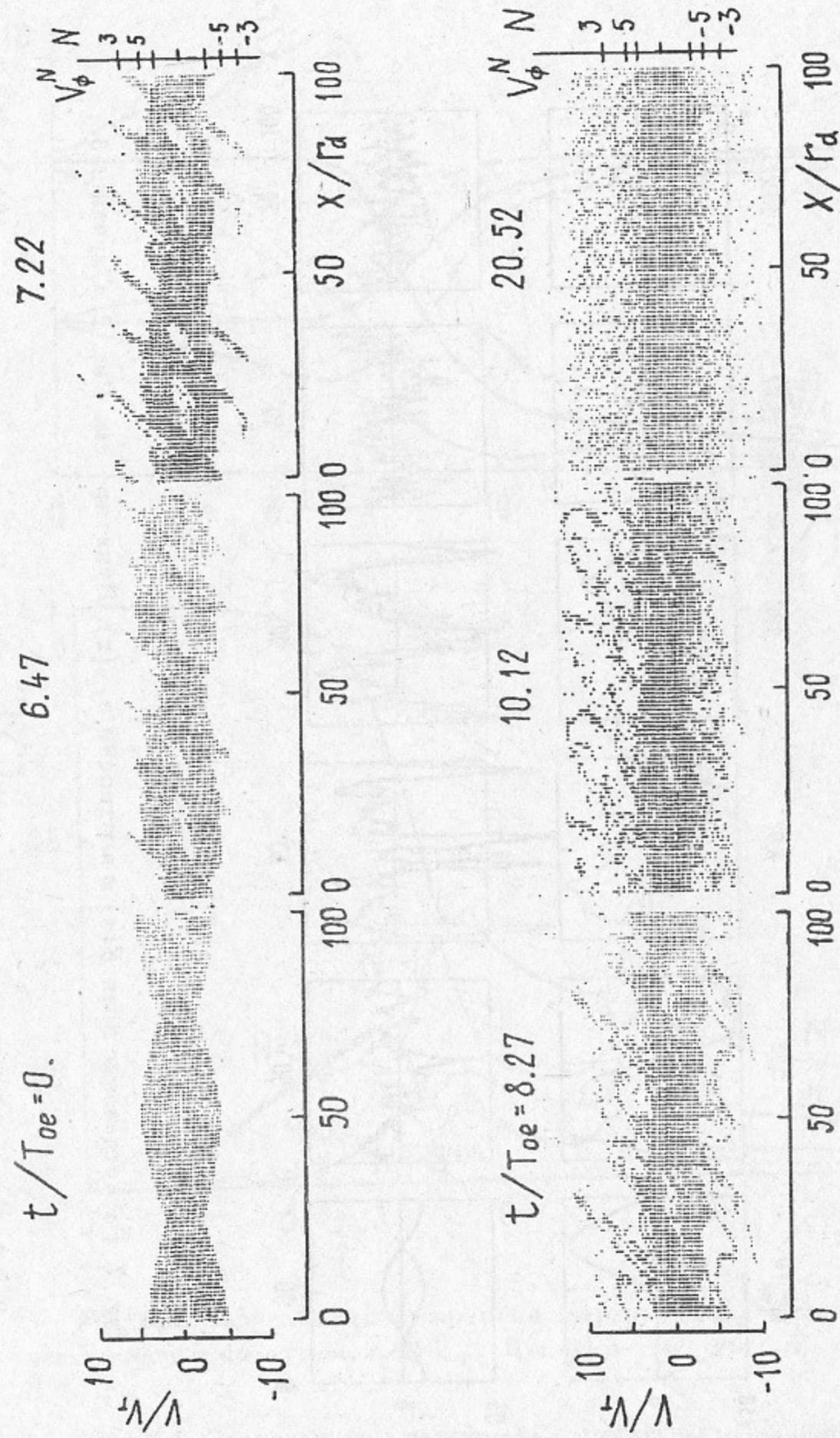


Fig. 8. Фазовые плоскости электронов и позитронов. Случай 2-3.

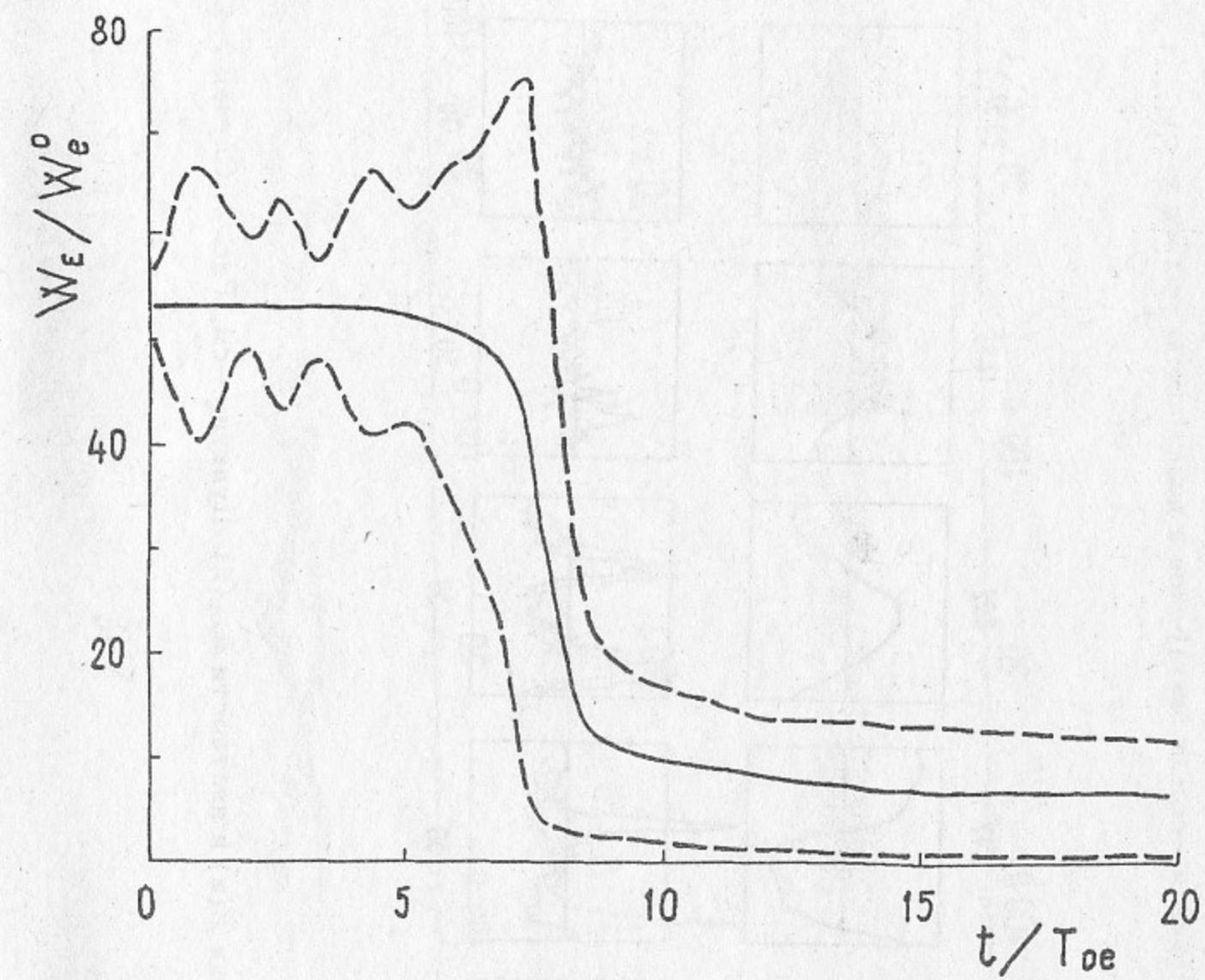


Fig. 9. Зависимость от времени энергии поля. Пунктир— см. Рис. 1. Случай 2-4.

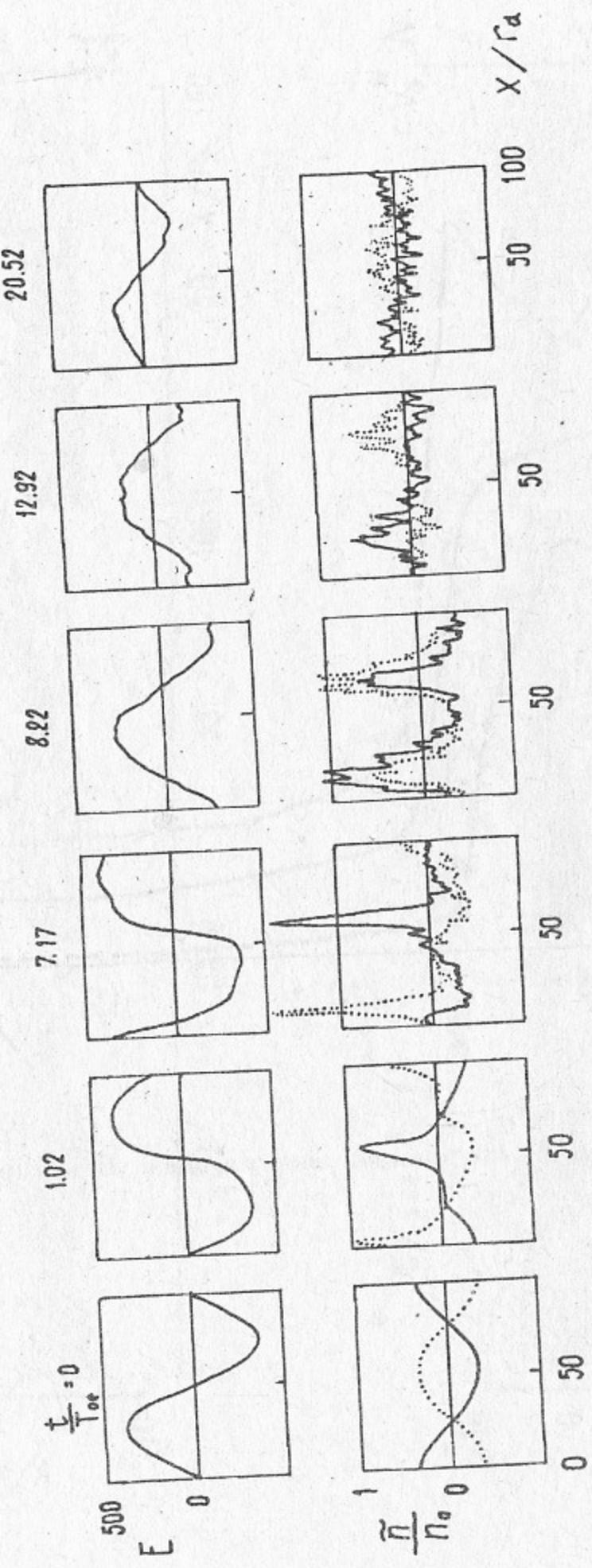


Fig. 10. Распределение поля  $E(x)$  и плотности  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ . Пунктир—см. Рис. 2.. Случай 2-4.

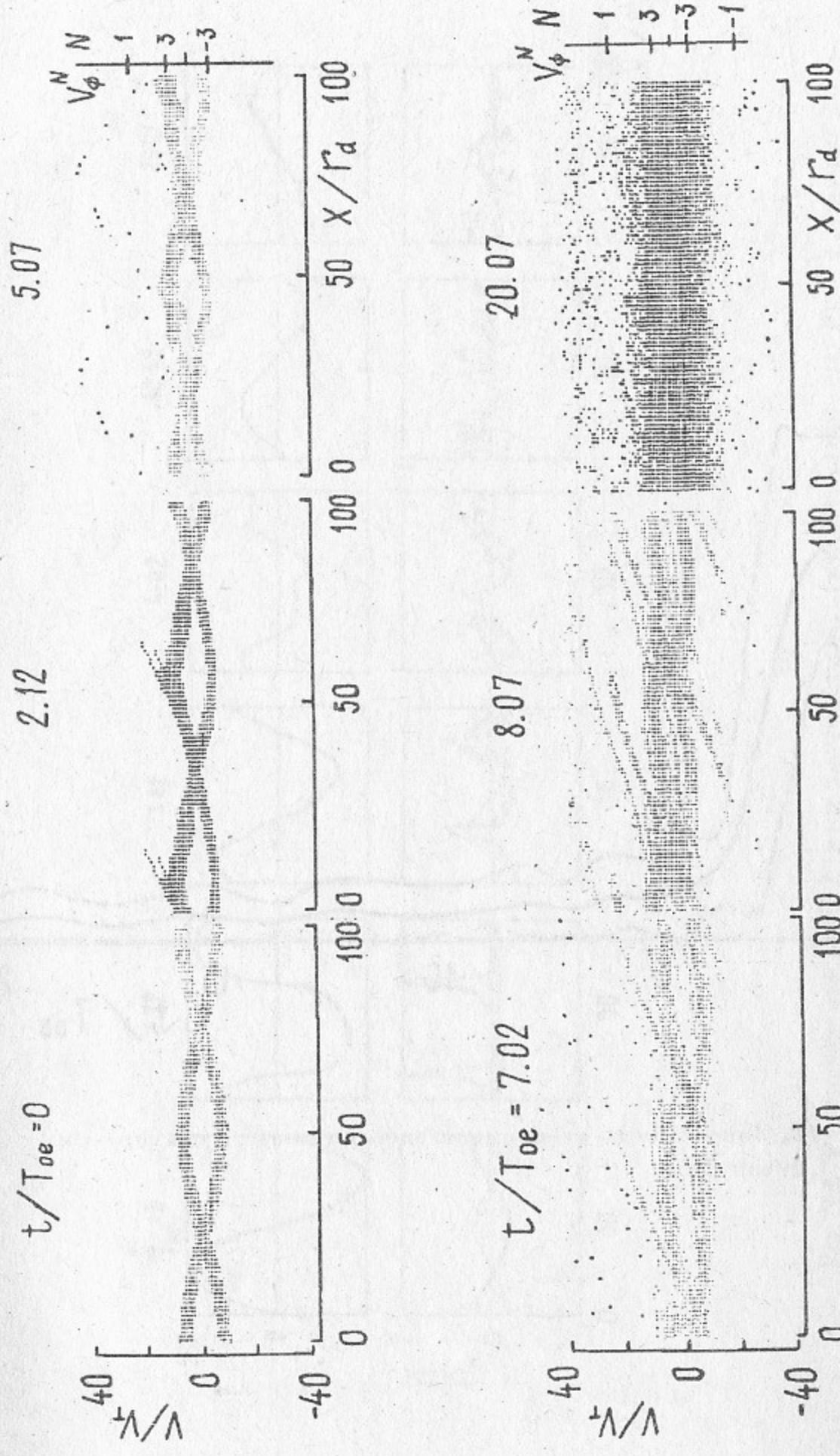


Fig. 11. Фазовые плоскости электронов и позитронов. Случай 2-4.

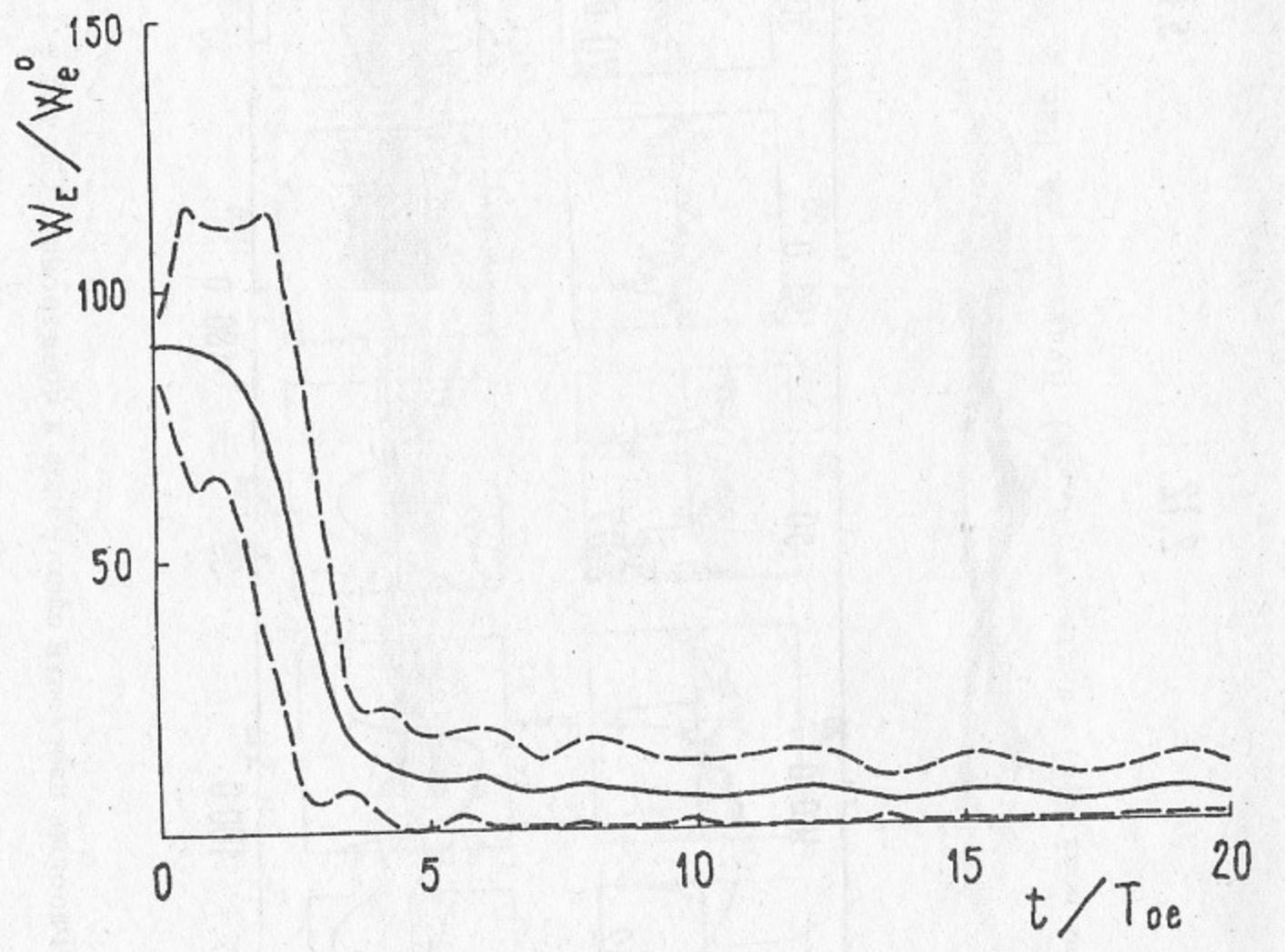


Fig. 12. Зависимость от времени энергии поля. Пунктир— см.  
Рис. 1. Случай 2-5.

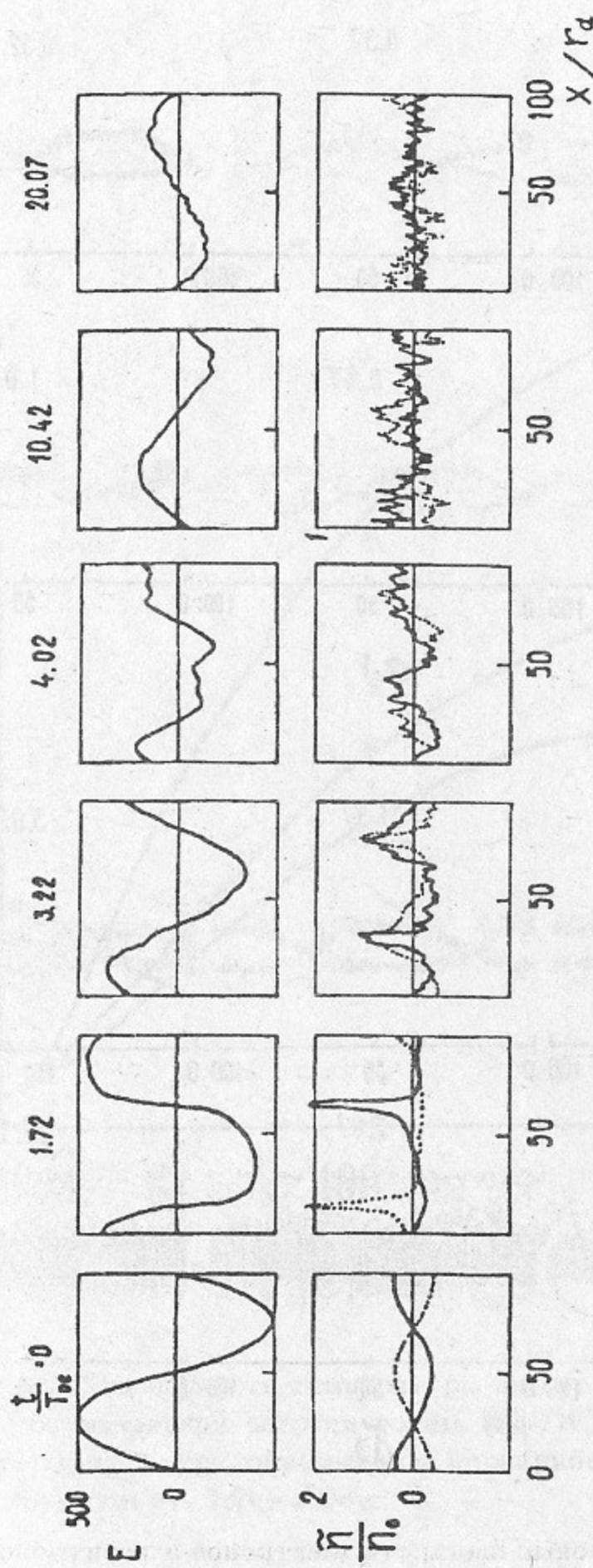


Fig. 13. Распределение поля  $E(x)$  и плотности  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ . Пунктир— см. Рис. 2. Случай 2-5.

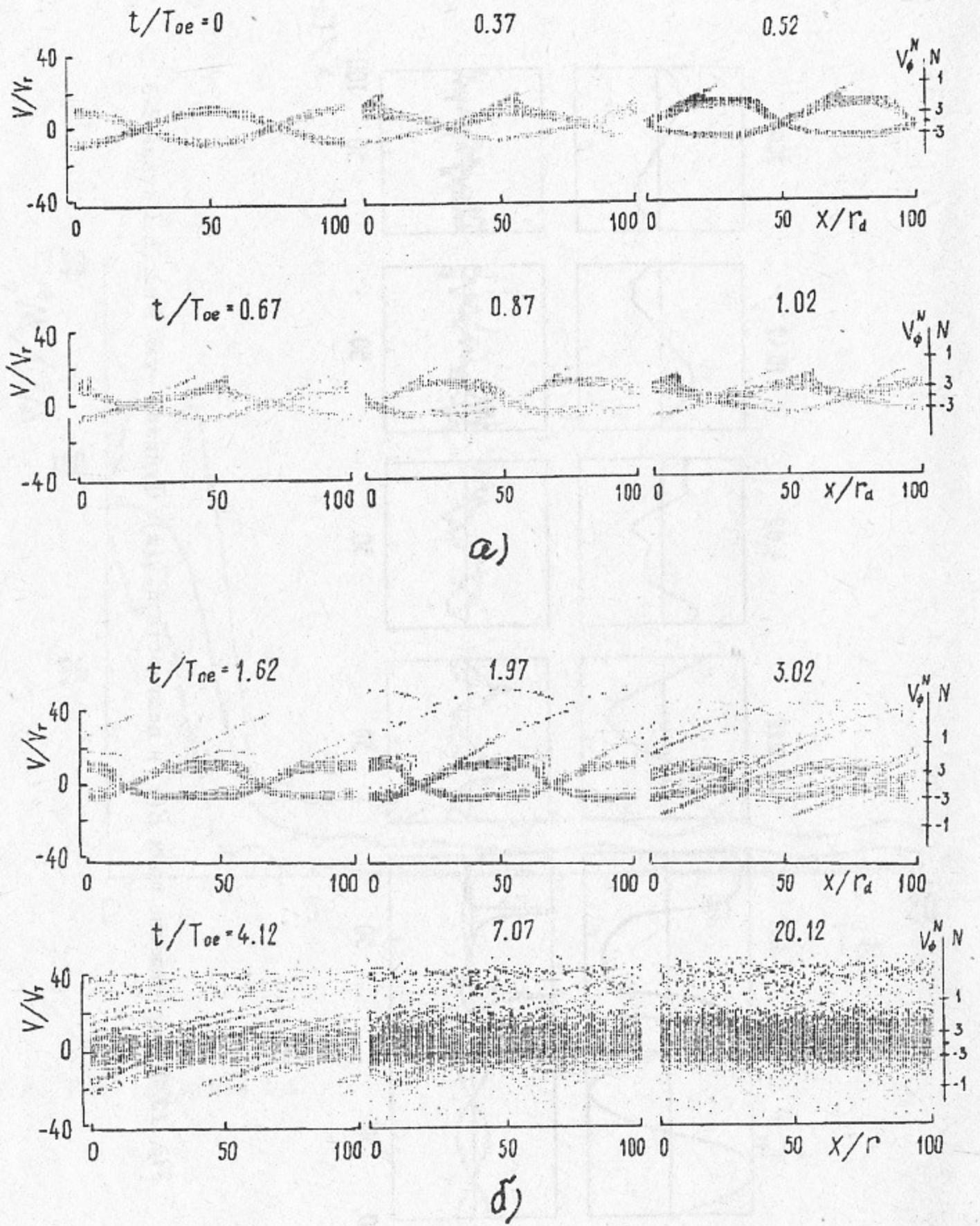


Fig. 14. Фазовые плоскости электронов и позитронов.

Случай 2-5.

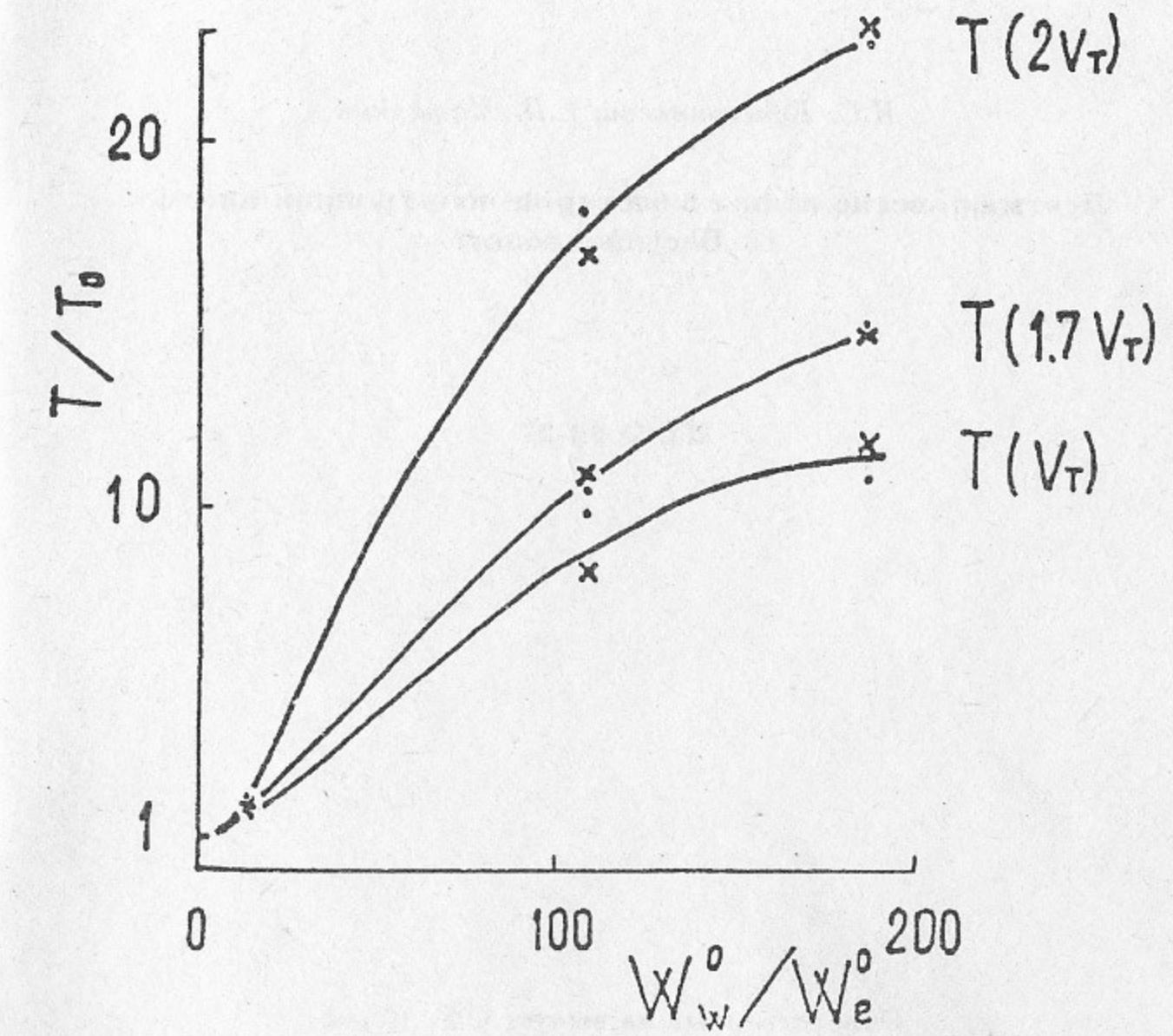


Fig. 15. Зависимость температуры электронов (о) и позитронов (х) от начальной энергии волны  $W_W^0/W_e^0$ .  $T(v_T)$ ,  $T(1.7v_T)$ ,  $T(2v_T)$  — температура, определенная по ширине  $f(v)$  на уровне, соответствующем  $v_T$ ,  $1.7v_T$  и  $2v_T$ .

*Н.С. Бучельникова, Е.И. Маточкин*

Ленгмюровские волны в электрон-позитронной плазме.  
II. Бегущие волны

ИЯФ 92-27

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

---

Работа поступила 26 мая 1992 г.

Подписано в печать 26.05. 1992 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,3 печ.л., 1,0 уч.-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 27

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11. --