

4-65

31

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

препринт 329

Б.В.Чириков

**НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ОТДЕЛЬНОЙ
ЧАСТИЦЫ В ГЕОМАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ ВСЛЕДСТВИЕ
СЛАБОЙ НЕАДИАБАТИЧНОСТИ**

НОВОСИБИРСК

1969

АКАДЕМИЯ НАУК СССР, СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Препринт

Б.В.Чириков

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ОТДЕЛЬНОЙ
ЧАСТИЦЫ В ГЕОМАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ ВСЛЕДСТВИЕ
СЛАБОЙ НЕАДИАБАТИЧНОСТИ

Сообщение на Международном
геофизическом съезде, Мадрид,
1969 г.



Новосибирск

1969

В этом коротком сообщении я хотел бы привлечь ваше внимание к сравнительно мало известной неустойчивости многомерной гамильтоновой системы - так называемой диффузии Арнольда - и её влиянию на движение отдельной частицы в геомагнитной ловушке. Первый пример такой неустойчивости и её механизм были продемонстрированы Арнольдом /1/, теория неустойчивости дана в /2/.

Рассматриваемая неустойчивость связана с так называемыми резонансными поверхностями в фазовом пространстве частицы, которые определяются для данной задачи уравнением:

$$p\Omega_D + q\Omega + l\bar{\omega} = 0 \quad (1)$$

Здесь дрейфовая (Ω_D), продольная (Ω) ларморовская и средняя ($\bar{\omega}$) частоты зависят от канонических импульсов частицы ($\Omega_D/\Omega \sim \bar{\omega}/\omega \sim \varepsilon \ll 1$); ε - малый параметр возмущения (адиабатичности, см. ниже (4)) (и p, q, l - целые (номера гармоник)).

При весьма общих условиях /2-4/ в окрестности сепаратрисы каждого нелинейного резонанса существует так называемый стохастический слой, идущий по обе стороны от резонансной поверхности (1) на расстоянии $\sim \sqrt{\varepsilon_n} \sim \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-n/n_0}$ где обычно $n = |q|$, а $n_0 \sim 1$ - параметр, зависящий от конфигурации магнитного поля /2/.

Неустойчивость является результатом взаимодействия данного резонанса с остальными или, лучше сказать, влияния нерезонансных членов возмущения, которыми обычно пренебрегают. Арнольд /1/ и Алексеев /5/ доказали, что в стохастическом слое существуют траектории, идущие вдоль резонансной поверхности, и квази-случайные траектории. Это было подтверждено до известной степени в численных модельных экспериментах, описанных в /2/.

Качественная теория, развитая в /2/, приводит к следующей оценке для коэффициента диффузии Арнольда:

$$D_A \sim \bar{\omega} \mu^2 \varepsilon \beta^3 \exp\left(-\frac{2e^{1/6\varepsilon}}{(\beta\varepsilon)^{1/3}}\right) \quad (2)$$

Здесь M - магнитный момент частицы, а $\beta^2 = \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2 \varphi$ - аксиальная асимметрия магнитного поля H . Эта асимметрия необходима для того, чтобы обеспечить пересечение различных резонансных поверхностей и соответствующих им стохастических слоёв. Пересечение многих резонансных поверхностей приводит (за счёт движения вдоль этих поверхностей) к диффузии частицы поперёк магнитного поля или в пробки геомагнитной ловушки. Картина пересечений ясна из геометрических соображений, если представить себе пересечение 2-мерных (в пространстве импульсов или частот) резонансных поверхностей (1) с одной из 2-мерных энергетических поверхностей. Аналогичное рассмотрение приводит к заключению, что в аксиально симметричном магнитном поле все, теперь уже только 2-частотные и одномерные, резонансные линии ($g\Omega + \ell\omega = 0$) разделены друг от друга, так что диффузия Арнольда отсутствует. В последнем случае Арнольд /8/ доказал так называемую вечную устойчивость движения частицы.

Вследствие двойной экспоненциальной зависимости коэффициента диффузии D_A от параметра адиабатичности ξ (2) существует довольно резкая граница неустойчивости:

$$\xi \approx 1/6 \approx 0.166 \quad (3)$$

за которой время диффузии становится космологического масштаба! Следуя работе /7/, я определяю параметр адиабатичности как:

$$\xi = \frac{3}{2} \cdot \frac{v_{||}}{\omega} \sqrt{H''/H} \propto \sqrt{W} L^2 \quad (4)$$

Здесь $v_{||}$ - продольная компонента скорости частицы, а H'' - вторая пространственная производная магнитного поля вдоль силовой линии, причём в выражении (2) используется максимальное (в экваториальной плоскости) значение ξ . Последняя пропорциональность в (4) справедлива, если принять приближенно $v_{||} \approx v$, где W, v - энергия и полная скорость частицы, а L - обычный параметр магнитной поверхности, который, грубо говоря, равен расстоянию до центра Земли, из меренному в земных радиусах.

В рассматриваемом случае диффузия Арнольда приводит к некоторому уменьшению времени жизни частицы примерно на порядок /2/. Этот эффект, по-видимому, наблюдался в модельных эк-

спериментах с электронами в магнитной ловушке /8/. Аналогично можно ожидать падения интенсивности частиц (обрыв спектра) в геомагнитной ловушке при условиях, соответствующих границе неустойчивости (3).

Для предварительной проверки этой гипотезы я использовал данные из книги Тверского /9/, а именно, спектры частиц определенной энергии по параметру L . Зависимость критического значения $\xi = \xi_c$ для протонов на обрыве спектра от энергии частиц представлена в таблице и на рисунке.

Таблица.

| Номер группы протонов | Средняя энергия протонов /Мэв/ | Обрыв спектра по L | ξ_c |
|-----------------------|--------------------------------|----------------------|---------|
| 1 | 0.12 | 6.0 | 0.12 |
| 2 | 0.15 | 5.8 | 0.13 |
| 3 | 0.22 | 5.4 | 0.13 |
| 4 | 0.38 | 4.8 | 0.14 |
| 5 | 0.74 | 4.3 | 0.16 |
| 6 | 1.3 | 3.9 | 0.18 |
| 7 | 1.5 | 3.8 | 0.18 |
| 8 | 38 | 2.6 | 0.13 |
| 9 | 58 | 2.5 | 0.15 |
| 10 | 90 | 2.3 | 0.16 |

Видно, что ξ_c изменяется меньше, чем в два раза по сравнению с 30-тикратным изменением величины \sqrt{W} (4) в интервале 0.1 - 100 Мэв. Еще более удивительной особенностью представленных данных является абсолютное значение ξ_c (среднее $\langle \xi_c \rangle \approx 0.15$), которое весьма близко к ожидаемому значению (3). Изменение ξ_c с энергией (и с L) обнаруживает, по-видимому, некоторые закономерности, однако, их обсуждение представляется в настоящее время преждевременным. Представленные выше результаты показывают только, что диффузия Ар-

нольда может играть некоторую роль в структуре протонного пояса и заслуживает, по моему мнению, более аккуратного сравнения с последними экспериментальными данными. Что же касается электронного пояса, то максимальное экспериментальное значение $\xi_c \approx 0.008$ слишком мало, чтобы диффузия Арнольда могла играть какую-либо роль (см. впрочем /11/).

Насколько мне известно, первая попытка использования критерия неадиабатичности для объяснения структуры радиационного пояса Земли была предпринята Зингером /10/. Вслед за тем Плетнев /11/ предположил, что адиабатичность магнитного момента может нарушаться под действием короткопериодических вариаций магнитного поля. Однако в тот момент невозможно было определить границу адиабатичности количественно из-за отсутствия теории. Настоящую работу следует рассматривать как попытку развития этого направления.



