

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

препринт 328

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова, А.А.Дроздов,
А.М.Кудрявцев

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И НАГРЕВ ЭЛЕКТРОНОВ
ПРИ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

НОВОСИБИРСК

1969

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова, А.А.Дроздов,

А.М.Кудрявцев

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И НАГРЕВ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В работе исследуются экспериментальные механизмы неустойчивости пучка при высокочастотном возбуждении плазмы. Результаты работы показывают, что механизм неустойчивости пучка в ограниченной по радиусу плазме определяется турбулентностью и нагревом электронов.

А Н Н О Т А Ц И Я

Экспериментально изучены механизмы и условия возбуждения высокочастотной неустойчивости на плазменных волнах, возбуждаемой пучком в ограниченной по радиусу плазме. Измерены пространственно-временные корреляционные функции высокочастотных колебаний и по ним найдены спектры по частотам и волновым векторам $\mathbf{U}_{\mathbf{k}w}^2$ в разных режимах. Обнаружен нерезонансный нагрев электронов плазмы и исследована его связь со спектром колебаний. Показано, что механизм нагрева является стохастическим.

Причины возникновения неустойчивости пучка в ограниченной по радиусу плазме исследованы. Установлено, что неустойчивость пучка в ограниченной по радиусу плазме определяется турбулентностью и нагревом электронов. Результаты работы показывают, что механизм неустойчивости пучка в ограниченной по радиусу плазме определяется турбулентностью и нагревом электронов.

Литература: 1. Астрелин В.Т., Бучельникова Н.С., Дроздов А.А., Кудрявцев А.М. Ученые записки МГУ им. М.В.Ломоносова. Серия физика. Вып. 10. М.: МГУ, 1973. Статья в печати.

Изучению пучковых неустойчивостей посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ / 1 /. Однако, экспериментальные работы, как правило, выполнены в условиях, когда плазма создаётся самим пучком. Это затрудняет детальный анализ возникающих неустойчивостей, механизма и условий их возбуждения, зависимости амплитудных и спектральных характеристик колебаний от плотности плазмы и пучка и т.д. Практически отсутствуют эксперименты, в которых удаётся количественно связать нагрев электронов плазмы с параметрами возбуждаемых колебаний и понять механизм нагрева несмотря на то, что работ, где такой нагрев наблюдался, достаточно много /2-5/. Мало изучено турбулентное состояние плазмы, хотя отдельные эксперименты в этом направлении имеются /6-8/.

В настоящей работе изучалось взаимодействие электронного пучка с сильноионизированной калиевой плазмой, создаваемой независимо от пучка. Была исследована высокочастотная неустойчивость на плазменных волнах, возбуждаемая пучком; турбулентное состояние плазмы и механизм нагрева электронов полями высокочастотных колебаний.

Описание установки и измерительные методики

1. Эксперименты проводились на установке, схема которой показана на рис.1. Вакуумная камера диаметром 15 см и длиной 144 см, откачивается до давления $5 \cdot 10^{-6}$ тор. Стационарное магнитное поле составляет 500-1000 эрстед. Неоднородность поля вдоль оси не превышает 1%, длина зоны однородного поля 100 см. Плазма создаётся при термической ионизации паров калия на вольфрамовой пластине (ионизаторе) диаметром 4 см, нагретой до $T \sim 2300^{\circ}\text{K}$. Плазменный столб ограничен по длине диском с отверстием, на диск подаётся потенциал порядка плавающего потенциала плазмы; длина столба 80 см. Плотность плазмы максимальна на оси и спадает по радиусу. Эксперименты проводились при плотности плазмы на оси $(0,1 - 10) \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Электронный пучок создаётся электронной пушкой, расположенной в зоне однородного магнитного поля. Энергия пучка $U_0 \sim 20-600 \text{ eV}$, ток $I_0 \sim 0,3 - 20 \text{ ма}$, диаметр пучка 1 см.

2. Плотность плазмы определялась по электронному току насыщения плоского зонда, ориентированного поперёк магнитного поля и расположенного вне пучка.

однородной, одноразовой. Катушки магнитного поля изображены на рисунке 1. А здесь изображена схема установки, в которой катушки расположены в цилиндрическом объеме для метода вымпеловизионного. Внутри цилиндра есть зонд, имеющий встроенный вымпел в виде кристалла и выведен в цилиндрическую оболочку изнутри. Кристалл вмонтирован в диэлектрик из фторопласт-4а. Кристалл имеет форму куба со стороной 0,025 см и диаметром 0,025 см. Кристалл имеет встроенный в него кристалл синтезированного кварца с частотой 10 МГц. Кристалл имеет встроенный в него кристалл синтезированного кварца с частотой 10 МГц. Кристалл имеет встроенный в него кристалл синтезированного кварца с частотой 10 МГц. Кристалл имеет встроенный в него кристалл синтезированного кварца с частотой 10 МГц.

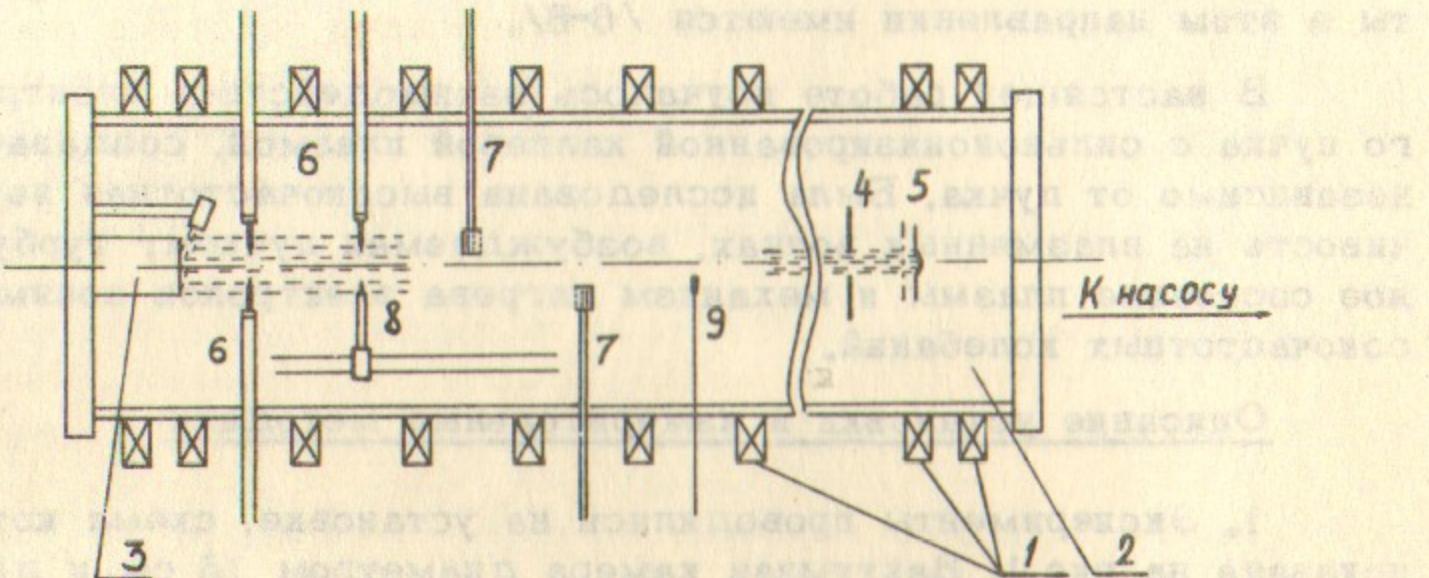


Рис.1. Схема установки.
1 - катушки магнитного поля, 2 - вакуумный объем, 3 - ионизатор, 4 - ограничивающий диск, 5 - электронная пушка, 6 - высокочастотные зонды, 7 - анализаторы продольных энергий, 8 - подвижный высокочастотный зонд, 9 - плоский зонд.

Высокочастотные колебания потенциала регистрировались высокочастотными зондами. Зонд сконструирован в виде согласованного с измерительными системами коаксиала, имеющего в диапазоне 20 - 1000 мГц КСВ не хуже 1,4. Рабочая часть зонда - выступающий из коаксиала отрезок центральной жилы - имеет диаметр $d = 0,025$ см и длину $\ell = 0,2$ см. Рабочая часть зонда, использовавшегося для измерения абсолютных значений амплитуды потенциала, была закрыта стеклом и имела $d = 0,05$ см и $\ell = 0,3$ см. Поскольку поверхность стекла заряжается в плазме до большого отрицательного потенциала по рядка плавающего, вокруг зонда образуется слой радиуса ζ_{SL} , в котором практически отсутствуют электроны $n_e \ll n_0$. Если колебания являются электростатическими, система зонд-плазма эквивалентна цилиндрическому конденсатору, где роль внутренней обкладки играет отрезок центральной жилы, а роль внешней - плазма, "отодвинутая" от зонда на расстояние $\sim \zeta_{\text{SL}}$. Если длина волны колебаний потенциала λ много больше ζ_{SL} , вся внешняя обкладка имеет один и тот же потенциал $\tilde{\varphi}(t)$ относительно внутренней, заземленной через малое сопротивление $R_{\text{изм}}$. В результате измеряемый потенциал можно связать с потенциалом в плазме:

$$\varphi_{\text{изм}} = i R_{\text{изм}} = \frac{\varphi R_{\text{изм}}}{\sqrt{R_{\text{изм}}^2 + (\frac{1}{\omega C_{3-n}})^2}}$$

где C_{3-n} - ёмкость зонд-плазма (ёмкость стеклянного экрана можно не учитывать, поскольку она оказывается много больше C_{3-n}). Величина C_{3-n} определяется размером слоя ζ_{SL} , который можно найти, пользуясь результатами работы /8/. Оказалось, что в условиях эксперимента при $T_e > 2 \text{ eV}$ и $n_0 \leq 10^9 \text{ см}^{-3}$ $\zeta_{\text{SL}} \geq \ell$ (но $\zeta_{\text{SL}} \ll \lambda$). Это обстоятельство позволяет считать при этих условиях ёмкость зонд-плазма приближенно равной ёмкости единственного штыря

$$C_{3-n} = C_3 = \frac{\sqrt{\ell^2 - d^2}}{2 \ell n \frac{\ell + \sqrt{\ell^2 - d^2}}{d}}$$

Отметим, что учёт внешней обкладки при $\tau_{СΔ} = l$ увеличивает значение C_3 всего на 20%. Таким образом, при

$T_e > 2 eV$ и $n_o \lesssim 10^9 \text{ см}^{-3}$ ёмкость зонд-плазма не зависит от параметров плазмы и колебаний и определяется только геометрией зонда. Так как в нашем случае $C_3 = 0.07 \mu F$ и

$\omega C_3 \gg R_{изм}$ в рабочем диапазоне частот, связь $\Psi_{изм}$ с Ψ становится довольно простой:

$$\Psi_{изм} = R_{изм} \omega C_3 \Psi$$

При измерениях частотных спектров колебаний использовались приёмники типа П5-1 - П5-3, перекрывающие диапазон частот 20-1800 мгц, чувствительностью $\sim 5 \mu V$ и панорамные анализаторы спектра /10/ с диапазоном частот 30-1000 мгц и чувствительностью $\sim 200 \mu V$. Отметим, что и приёмники и аналаторы измеряют величину $\sqrt{\Psi^2}$ в полосе $\Delta f \sim 0.1 - 1 \text{ мгц}$, в зависимости от типа приёмника. Величина Ψ^2 , характеризующая полную мощность колебаний, измерялась с помощью широкополосной детекторной головки.

3. Корреляционные измерения проводились с помощью СВЧ коррелометра (рис.2) с частотным диапазоном 20-1000 мгц и чувствительностью $\sim 1 mV$ /11/. Неравномерность амплитудно-частотной характеристики коррелятора не более $3 db$. Задержка сигнала τ осуществляется с помощью линии задержки, выполненной на отрезке коаксиального кабеля. Величина τ может изменяться от 0 до 100 нсек через 0,1 нсек.

Коррелометр позволяет определять нормированную пространственно-временную корреляционную функцию (ПВКФ) колебаний потенциала $\Psi(\vec{r}, t)$

$$\rho(\xi, \tau) = \frac{\langle \Psi(\vec{r}, t) \Psi(\vec{r} + \vec{\xi}, t + \tau) \rangle}{\sqrt{\Psi^2(\vec{r}, t) \Psi^2(\vec{r} + \vec{\xi}, t)}} \quad (1)$$

где $\vec{\xi}$ - расстояние между зондами. ПВКФ при $\vec{\xi} = 0$ представляет собой автокорреляционную функцию (АКФ) колебаний, при $\tau = 0$ - пространственную корреляционную

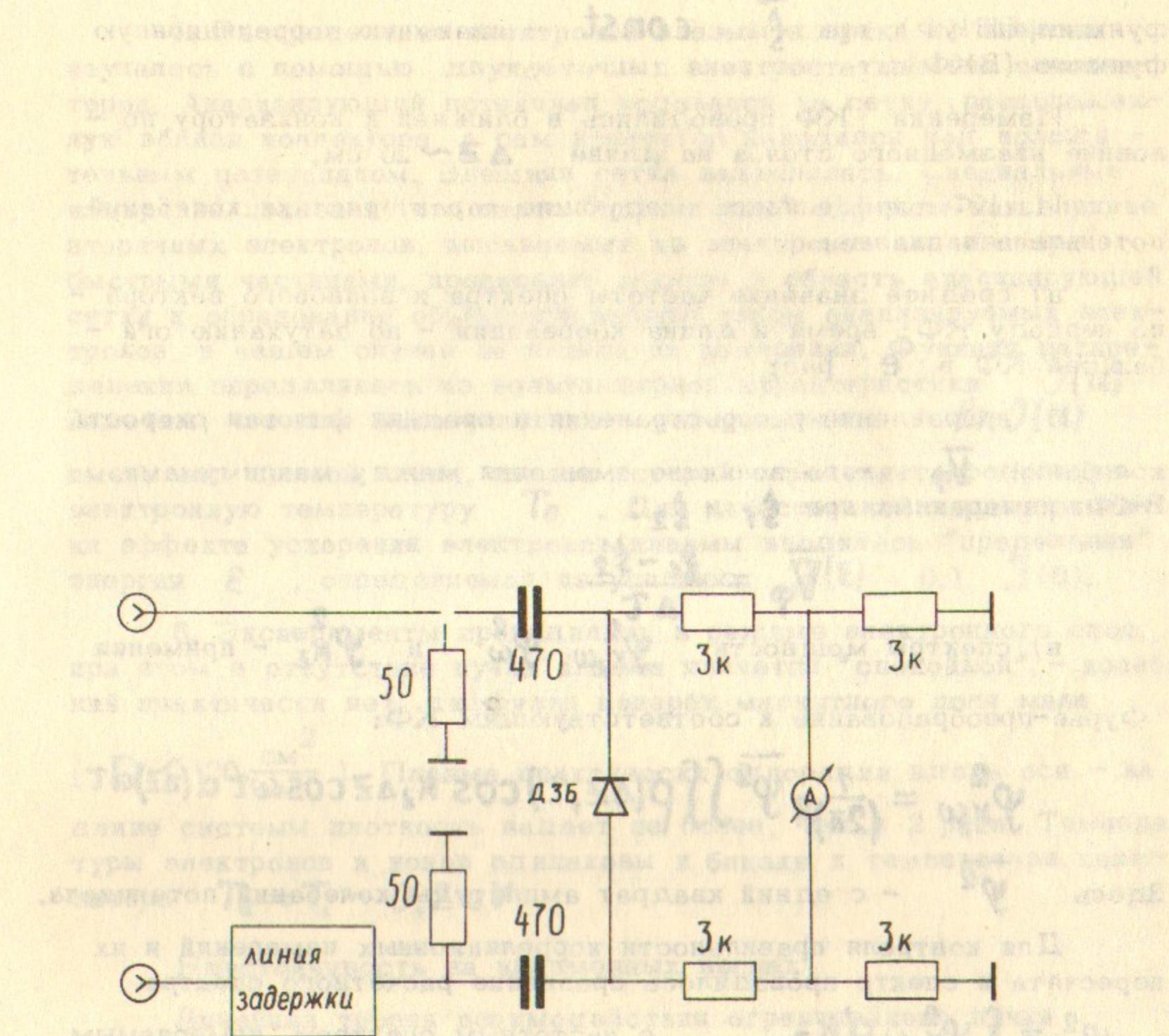


Рис.2. Схема коррелометра.

функцию (ПКФ), при $\xi = \text{const}$ - взаимную корреляционную функцию (ВКФ).

Измерения КФ проводились в ближней к ионизатору по - половине плазменного столба на длине $\Delta z \sim 20$ см.

Из КФ определялись следующие характеристики колебаний потенциала в плазме:

а) среднее значение частоты спектра и волнового вектора - по периоду КФ; время и длина корреляции - по затуханию оги - бающей КФ в e раз;

б) направление распространения и средняя фазовая скорость колебаний V_ϕ - по величине смещения между максимумами ВКФ, измеренных при ξ_1 и ξ_2 :

$$\bar{V}_\phi = \frac{\xi_1 - \xi_2}{\Delta \tau}$$

в) спектры мощности $\Psi_{Kz\omega}^2$, Ψ_ω^2 и Ψ_{Kz}^2 - применяя Фурье-преобразование к соответствующим КФ:

$$\Psi_{Kz\omega}^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \bar{\Psi}^2 \iint \rho(\Delta z, \tau) \cos K_z \Delta z \cos \omega \tau d(\Delta z) d\tau$$

Здесь $\bar{\Psi}^2$ - средний квадрат амплитуды колебаний потенциала.

Для контроля правильности корреляционных измерений и их пересчёта в спектр проводилось сравнение расчётного спектра

$\Psi_\omega^2 = \int \Psi_{Kz\omega}^2 dK_z$ с частотным спектром, измеряемым панорамным анализатором. При этом отметим следующее. Расчётный спектр Ψ_ω^2 определяется зависимостью $\rho(\Delta z, \tau)$ от τ .

Так как в эксперименте $\rho(\Delta z, \tau)$ измеряется как набор ПКФ

$\rho_\tau(\Delta z)$ при различных значениях τ , эта зависимость определяется всем набором ПКФ, а не прямым измерением. По этому расчётный спектр Ψ_ω^2 содержит в себе все ошибки как измерений, так и пересчёта. Сравнение спектров показало, что они практически, совпадают.

4. Распределение электронов плазмы и пучка по энергии изучалось с помощью двухсеточных электростатических анализаторов. Анализирующий потенциал подавался на сетку, расположенную вблизи коллектора, а сам коллектор находился под положительным потенциалом. Внешняя сетка заземлялась. Специальные измерения показали, что такие "паразитные" эффекты как влияние вторичных электронов, выбиваемых из электронов анализатора быстрыми частицами, провисание плазмы в область анализирующей сетки и образование объёмного заряда током анализируемых электронов, в нашем случае не влияли на измерения. Функция распределения определялась из вольтамперной характеристики $J(U)$. Заметим, что для максвелловского распределения $\ln J(U)$

имеет вид прямой линии, наклон которой определяет продольную электронную температуру T_e . Для качественной характеристики эффекта ускорения электронов плазмы вводилась "предельная" энергия E , определяемая из условия $J(E) = 0,1 J(0)$.

5. Эксперименты проводились в режиме электронного слоя, при этом в отсутствие пучка плазма является "спокойной" - колебаний практически нет, диффузия поперёк магнитного поля мала

($D < 20 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$). Плазма практически однородна вдоль оси - на длине системы плотность падает не более, чем в 2 раза. Температуры электронов и ионов одинаковы и близки к температуре ионизатора $T_e \approx T_i \sim 0,2 \text{ eV}$

Неустойчивость на плазменных волнах

Линейная теория взаимодействия ограниченного пучка с ограниченной плазмой /12, 13/ предсказывает, что в условиях нашего эксперимента ($V_o \gg V_{Te}$, $n_o \gg n_i$,

$\omega_{He} \gg \omega_{oe}$) может иметь место возбуждение ленгмировских колебаний вида

$$\Psi(r, \varphi, z, t) = \Psi_0 J_m(K_1 r) \exp(i\omega t - i\mu \varphi - iK_2 z)$$

с широким спектром частот

$$\omega \lesssim K_2 V_o \lesssim \omega_{oe} \frac{K_2}{K}$$

(2)

и инкрементом

$$\delta \sim \frac{K_z}{K} \omega_{oe} \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

Колебания могут возбуждаться на черенковском механизме ($V_\phi \sim V_0$) при условии

$$\frac{\omega}{K_z} \lesssim V_0 < \frac{\omega_{oe}}{K} \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (4)$$

Здесь: V_0 - скорость электронов пучка, V_{Te} - тепловая скорость электронов плазмы, n_1 - плотность электронов пучка,

ω_{oe} - ленгмюровская частота плазмы, ω_{ne} - электронная циклотронная частота, J_m - функция Бесселя m -го порядка,

$$K = \sqrt{K_z^2 + K_T^2} \quad \text{полное волновое число}, \quad K_z = \lambda_m / \bar{r}$$

где λ_m - корень функции J_m , \bar{r} - средний радиус системы пучок-плазма. Отметим, что в случае, когда радиус пучка меньше радиуса плазмы R , инкремент неустойчивости меньше, чем (3) в $\alpha = 1.5 (a/R)^{2/3}$ раз /13/. В нашем случае $\alpha \sim 0.5$.

В отсутствие пучка колебаний в плазме практически нет. При прохождении пучка через плазменный столб наблюдается возбуждение широкого спектра высокочастотных колебаний в диапазоне 10-1000 мгц. С увеличением плотности плазмы наблюдается смещение спектра колебаний в область более высоких частот (рис.3), причем верхние границы спектров находятся вблизи электронных ленгмюровских частот. Зависимости частоты и амплитуды колебаний от магнитного поля не обнаружено. Эти факты качественно согласуются с (2)..

С увеличением энергии пучка U_0 амплитуда колебаний возрастает, а затем довольно резко падает. Было обнаружено, что для каждого значения плотности плазмы существует такое критическое значение энергии пучка U_c , что при $U_0 > U_c$ возбуждения колебаний не происходит. Было найдено, что U_c пропорционально плотности плазмы и лежит в диапазоне сотен вольт, например, для $n_0 = 2 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$, $U_c = 300 \text{ в}$. Соответственно, при $U_0 = \text{const}$ возбуждение происходит при $n_0 > n_c$.

Наличие критической энергии (или критической плотности) хорошо

подтверждается спектрами. (1) можно увидеть, что спектр колебаний в диапазоне 10-1000 мгц имеет максимум вблизи ленгмюровской частоты ω_{oe} и минимум вблизи циклотронной частоты ω_{ne} . (2) спектр имеет максимум вблизи ленгмюровской частоты ω_{oe} и минимум вблизи циклотронной частоты ω_{ne} .

На рисунке изображены спектры колебаний при $n_0 = 10^8 \text{ см}^{-3}$ с различными плотностями плазмы n_1 : 1 - $n_1 = 10^8 \text{ см}^{-3}$, 2 - $n_1 = 4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$, 3 - $n_1 = 8 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$.

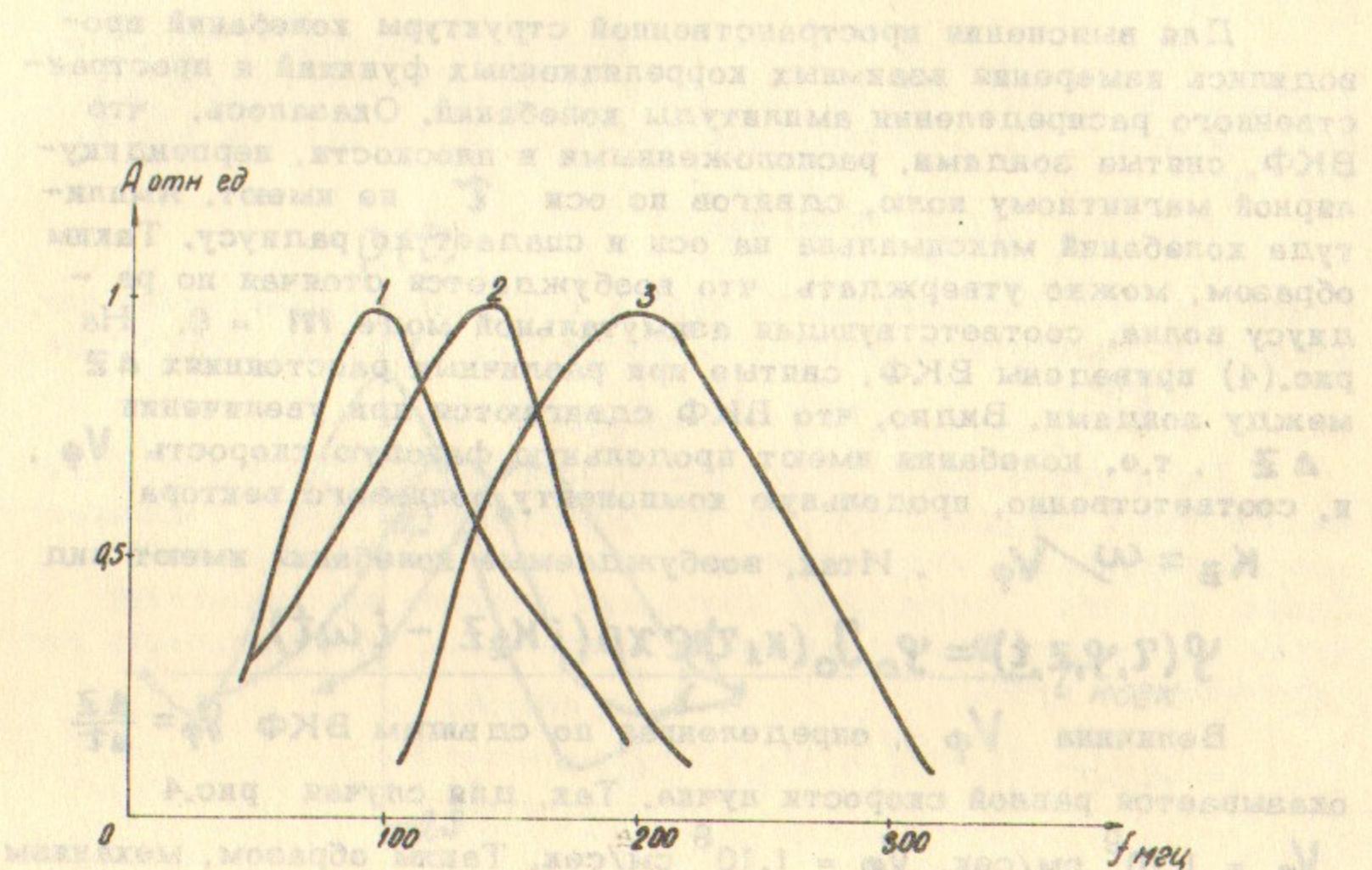


Рис.3. Спектры колебаний при различных плотностях плазмы

$$1 - n_0 = 10^8 \text{ см}^{-3}; \quad 2 - n_0 = 4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}; \quad 3 - n_0 = 8 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$$

согласуется с условием (4). Действительно, так как величина K_1 определяется поперечными размерами плазмы и пучка, условие (4), фактически, задаёт соотношение между U_0 и n_0 . Например, подставляя в (4) $K_1 = \frac{2.4}{1.2} = 2 \text{ см}^{-1}$ и скорость пучка, соответствующую

$U_0 = 300 \text{ в}$, получаем расчётное значение $n_c = 1.3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$, которое хорошо согласуется с экспериментальной величиной $n_c = 2 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$.

Для выяснения пространственной структуры колебаний проводились измерения взаимных корреляционных функций и пространственного распределения амплитуды колебаний. Оказалось, что ВКФ, снятые зондами, расположенными в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, сдвигов по оси τ не имеют. Амплитуда колебаний максимальна на оси и спадает по радиусу. Таким образом, можно утверждать, что возбуждается стоячая по радиусу волна, соответствующая азимутальной моде $m = 0$. На рис.(4) приведены ВКФ, снятые при различных расстояниях Δz между зондами. Видно, что ВКФ сдвигаются при увеличении Δz ,

т.е. колебания имеют продольную фазовую скорость V_ϕ , и, соответственно, продольную компоненту волнового вектора

$K_z = \omega / V_\phi$. Итак, возбуждаемые колебания имеют вид

$$\Psi(r, \varphi, z, t) = \Psi_0 J_0(K_1 r) \exp(i K_z z - i \omega t)$$

Величина V_ϕ , определенная по сдвигам ВКФ $V_\phi = \frac{\Delta z}{\Delta \tau}$

оказывается равной скорости пучка. Так, для случая рис.4 $V_0 = 1 \cdot 10^9 \text{ см/сек}$, $V_\phi = 1 \cdot 10^9 \text{ см/сек}$. Таким образом, механизм возбуждения неустойчивости является черенковским.

Итак, тип волн, частотный спектр, механизм и условия возбуждения колебаний хорошо согласуются с теорией 12,13. Таким образом, можно утверждать, что наблюдается возбуждение ленгмировской неустойчивости в ограниченной замагниченной плазме.

Были проведены измерения продольного распределения амплитуды колебаний и частотных спектров на разных z . Оказалось, что на первых 10-20 см от входа пучка амплитуда колебаний экспоненциально нарастает по ходу пучка с экспоненциальным

затуханием. Видно, что винтажной цепи $\tau = 1.0 \text{ мсек}$ соответствует максимум амплитуды винтажной цепи, когда пучок проходит через зонд $z = 0$. При дальнейшем движении пучка амплитуда винтажной цепи уменьшается, что соответствует движению пучка вправо. Видно, что амплитуда винтажной цепи уменьшается вдвое при движении пучка вправо на $z = 10 \text{ см}$.

На рис.5 приведены результаты измерений амплитуды винтажной цепи в зависимости от времени t и расстояния z от зонда $z = 0$.

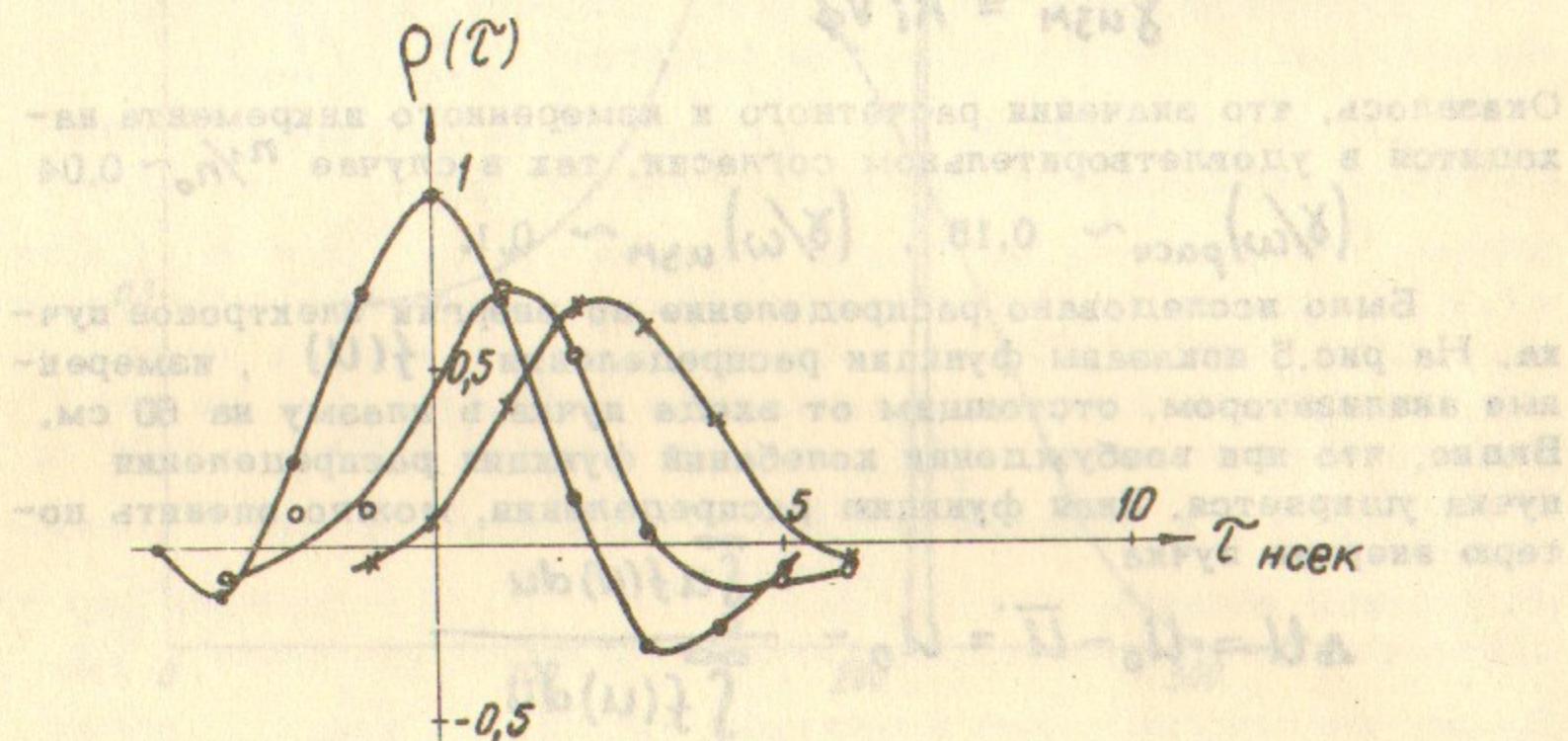


Рис.4. ВКФ при различных Δz

показателем роста $K_i \sim 0,1 \text{ см}^{-1}$. Спектр колебаний на этом участке плазменного столба заметно уширяется по мере удаления от входа пучка. На расстояниях, больших 40 см от входа пучка, скорость пространственного нарастания амплитуды значительно уменьшается. Спектр колебаний в этой части столба одинаков на всех \mathbf{z} . Таким образом, в этой части плазменного столба на расстояниях ~ 40 - 60 см от входа пучка колебания практически стационарны и однородны. Именно в этой области исследовалось турбулентное состояние плазмы с помощью корреляционных измерений.

Пространственное нарастание колебаний свидетельствует о конвективном характере наблюданной неустойчивости. Это позволяет связать K_i с временным инкрементом нарастания колебаний γ .

$$\gamma_{\text{изм}} = K_i V_\phi$$

Оказалось, что значения расчётного и измеренного инкремента находятся в удовлетворительном согласии, так в случае $n/n_0 \sim 0,04$ $(\delta/\omega)_{\text{расч}} \sim 0,15$, $(\delta/\omega)_{\text{изм}} \sim 0,1$.

Было исследовано распределение по энергии электронов пучка. На рис.5 показаны функции распределения $f(U)$, измеренные анализатором, отстоящим от входа пучка в плазму на 60 см. Видно, что при возбуждении колебаний функция распределения пучка уширяется. Зная функцию распределения, можно оценить потерю энергии пучка

$$\Delta U = U_0 - \bar{U} = U_0 - \frac{\int_0^\infty u f(u) du}{\int_0^\infty f(u) du}$$

Оказывается, что ΔU составляет обычно 10-15% начальной энергии пучка U_0 .

Турбулентное состояние плазмы

Выше было показано, что спектр возбуждаемых колебаний $\Psi(\omega)$ является довольно широким и сплошным. Это указывает на то, что колебания потенциала $\Psi(t)$ нерегулярны, хаотичны во времени. Можно ожидать, что эти колебания также нерегулярны и в пространстве. В эксперименте было обнаружено, что на всех азимутах и радиусах плазменного столба (при $\mathbf{z} = \text{const}$)

также хаотичностью являются и медленные колебания тончайших линий нестационарных генераторов. Каждый из них имеет свое собственное ФКП и ФЧА как высокочастотные колебания с зонами (5-10) Гц и (70-90) Гц в зависимости от частоты генерации. Имеются также сплошные зоны с медленными колебаниями в диапазоне от 10 до 100 Гц, а также зоны с медленными колебаниями в диапазоне от 100 до 1000 Гц.

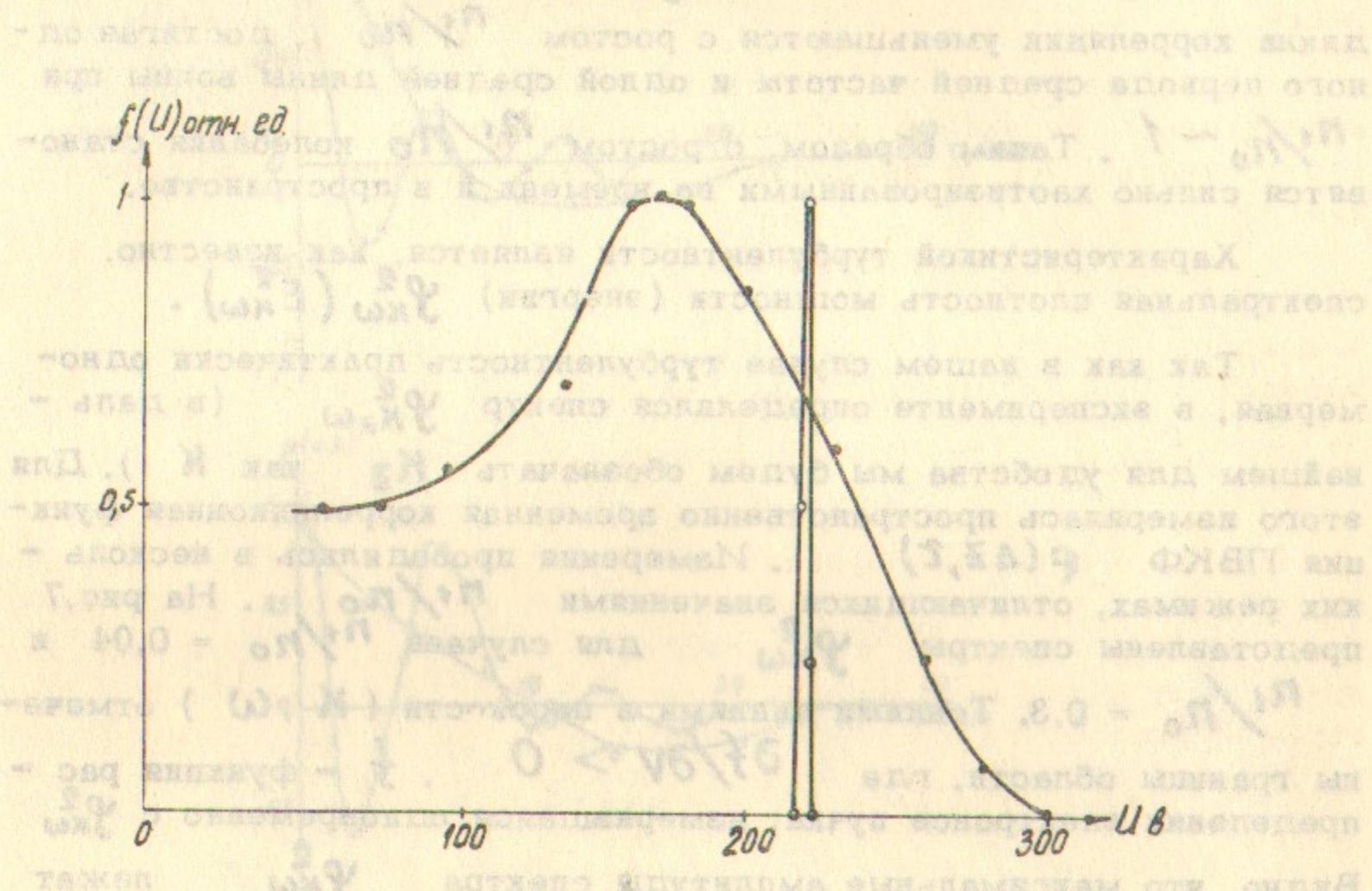


Рис.5. Функции распределения электронов пучка по энергии

$$n_0 = 0; n_0 = 7 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}; U_0 = 200 \text{ в};$$

$$I_0 = 3 \text{ мА}; n/n_0 = 0,04.$$

колебания скоррелированы и пространственная нерегулярность имеет место только по координате Z . Качественными характеристиками степени нерегулярности колебаний являются время и длина корреляции, определяемые из АКФ и ПКФ, соответственно. На рис.6 показаны АКФ $\rho(\tau)$ и ПКФ $\rho(\Delta z)$ ленгмюровских колебаний, измеренные в двух режимах, отличающихся мощностью пучка и плотностью плазмы (при этом, естественно, различна средняя частота). В 1 режиме величина параметра n_1/n_0 составляла 0,01, во втором $n_1/n_0 \sim 1$. Видно, что время и

длина корреляции уменьшаются с ростом n_1/n_0 , достигая одного периода средней частоты и одной средней длины волны при $n_1/n_0 \sim 1$. Таким образом, с ростом n_1/n_0 колебания становятся сильно хаотизированными во времени и в пространстве.

Характеристикой турбулентности является, как известно, спектральная плотность мощности (энергии) $\Phi_{K\omega}^2 (E_{K\omega}^2)$.

Так как в нашем случае турбулентность практически одномерная, в эксперименте определялся спектр $\Phi_{Kz\omega}^2$ (в дальнейшем для удобства мы будем обозначать K_z как K). Для этого измерялась пространственно временная корреляционная функция ПВКФ $\rho(\Delta z, \tau)$. Измерения проводились в нескольких режимах, отличающихся значениями n_1/n_0 . На рис.7 представлены спектры $\Phi_{K\omega}^2$ для случаев $n_1/n_0 = 0,04$ и $n_1/n_0 = 0,3$. Тонкими линиями в плоскости (K, ω) отмечены границы области, где $df/dv > 0$, f - функция распределения электронов пучка, измерявшаяся одновременно с $\Phi_{K\omega}^2$. Видно, что максимальные амплитуды спектра $\Phi_{K\omega}^2$ лежат именно в этой области, что соответствует представлениям о черенковском механизме раскачки колебаний (механизм обратного затухания Ландау). Обратим внимание на то, что проекция максимальной амплитуды спектра на плоскость (K, ω) является прямой

$\omega_K/K = \text{const}$, т.е. однозначной (одному значению K соответствует одно значение ω), как это и следует из линейной теории. Величина ω_K/K близка к V_0 .

Знание спектра $\Phi_{K\omega}^2$ позволяет проверить предположение квазилинейной теории о возможности представления плазменных колебаний в виде набора монохроматических гармоник со

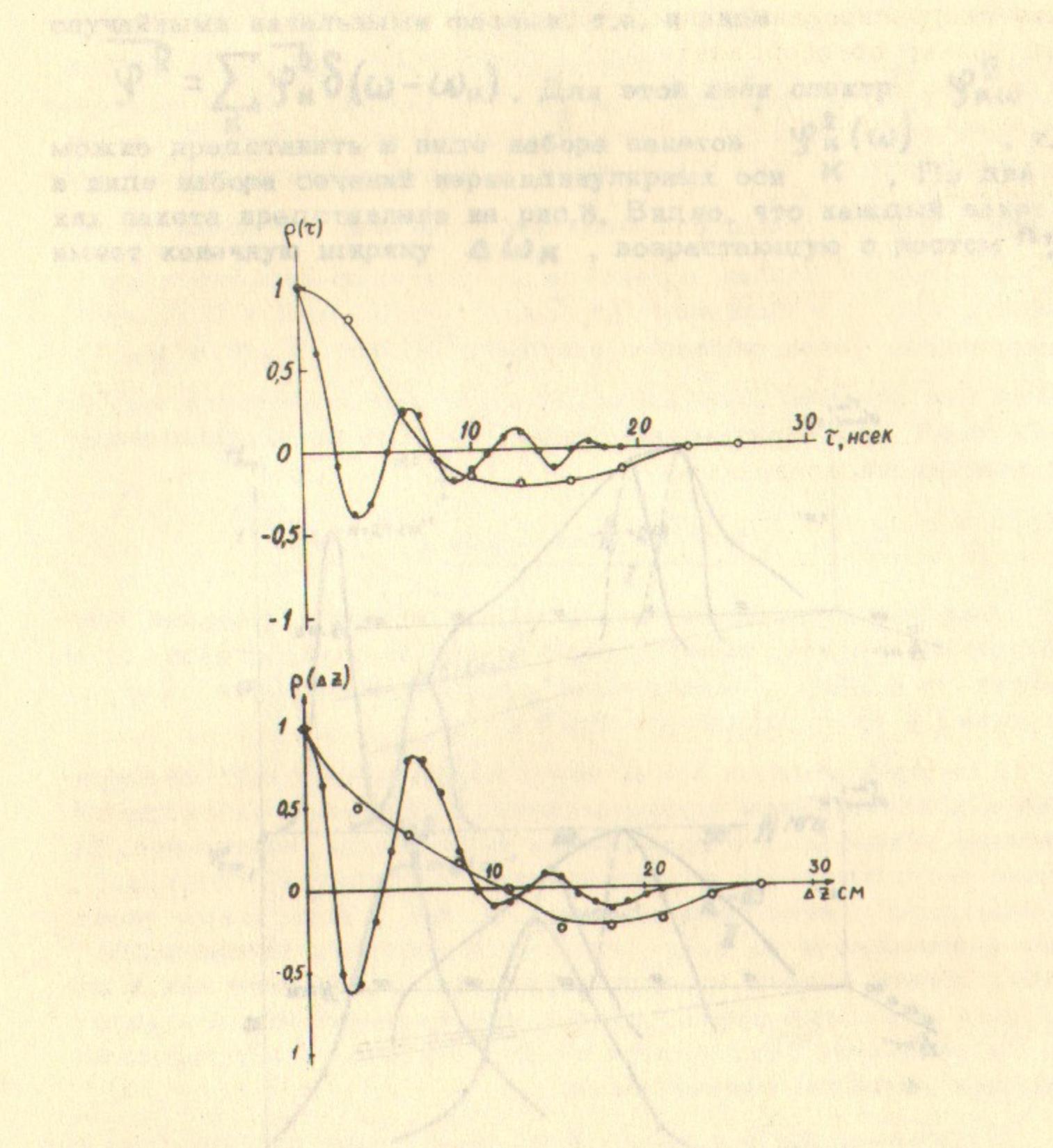


Рис.6. АКФ (верхний рисунок) и ПКФ (нижний) колебаний потенциала в разных режимах.

$$\bullet - \frac{n_1}{n_0} \sim 0,01; T_e \sim 10 \text{ eV}; \circ - \frac{n_1}{n_0} \sim 1; T_e \sim 20 \text{ eV}.$$

следующие спектральные характеристики имеют
от место-стола до конца-стола. Качественные спектральные
характеристики перпендикулярных осей волны и волны
вдоль оси, определяющиеся из $\tilde{\Psi}$ и $\tilde{\Psi}_K$, показаны на рис. 8. На рис. 8 показаны $\tilde{\Psi}_K$ и $\tilde{\Psi}_K^2$ для различных
режимов, изображенных на двух рисунках, соответствующих тому
же самому режиму в различных координатах. При этом изображение раз-
личных спектров имеет одинаковую величину. Время волнико-периода
 T_w составляла 0.01 мс, величина радиальной волнико-периода
 R_w составляла 0.01 мкм, величина радиальной волнико-периода
 r_w составляла 0.01 мкм, величина радиальной волнико-периода
 R_w составляла 0.01 мкм, величина радиальной волнико-периода
 r_w составляла 0.01 мкм.

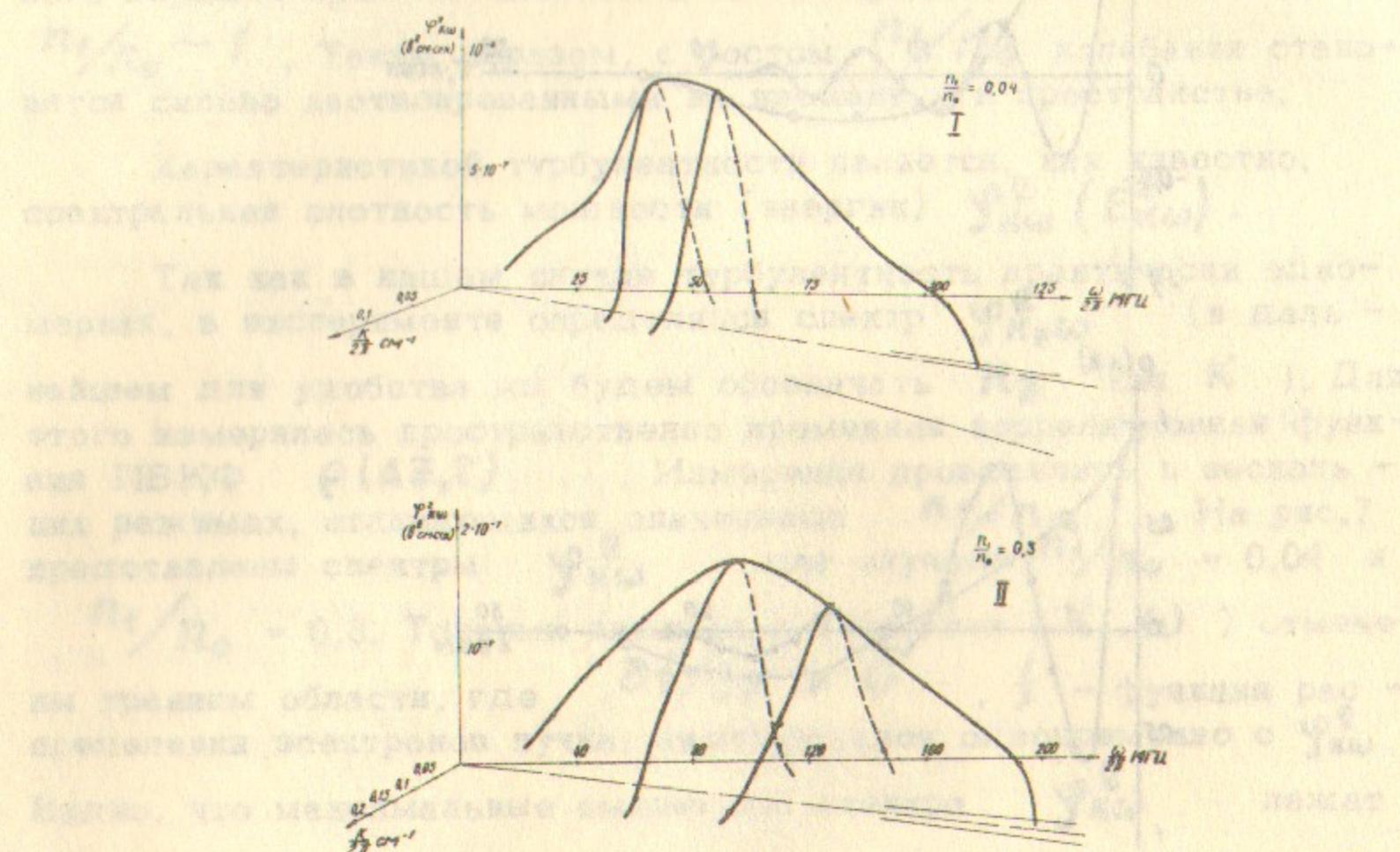


Рис.7. Спектры $\Phi_{K\omega}^2$ в разных режимах.
I - $\frac{n_1}{n_0} \sim 0.04$; $T_e \sim 8 \text{ eV}$; $U_0 = 220 \text{ в}$; $I_0 = 3 \text{ мА}$; $\tilde{\Psi} \sim 11 \text{ в}$.
II - $\frac{n_1}{n_0} \sim 0.3$; $T_e \sim 20 \text{ eV}$; $U_0 = 240 \text{ в}$; $I_0 = 6 \text{ мА}$; $\tilde{\Psi} \sim 11 \text{ в}$.

случайными начальными фазами, т.е. в виде

$$\tilde{\Psi}^2 = \sum_K \tilde{\Psi}_K^2 \delta(\omega - \omega_K).$$

Для этой цели спектр $\tilde{\Psi}_{K\omega}^2$ можно представить в виде набора пакетов $\tilde{\Psi}_K^2(\omega)$, т.е. в виде набора сечений перпендикулярных осей K . По два таких пакета представлено на рис.8. Видно, что каждый пакет имеет конечную ширину $\Delta\omega_K$, возрастающую с ростом n_1/n_0 .

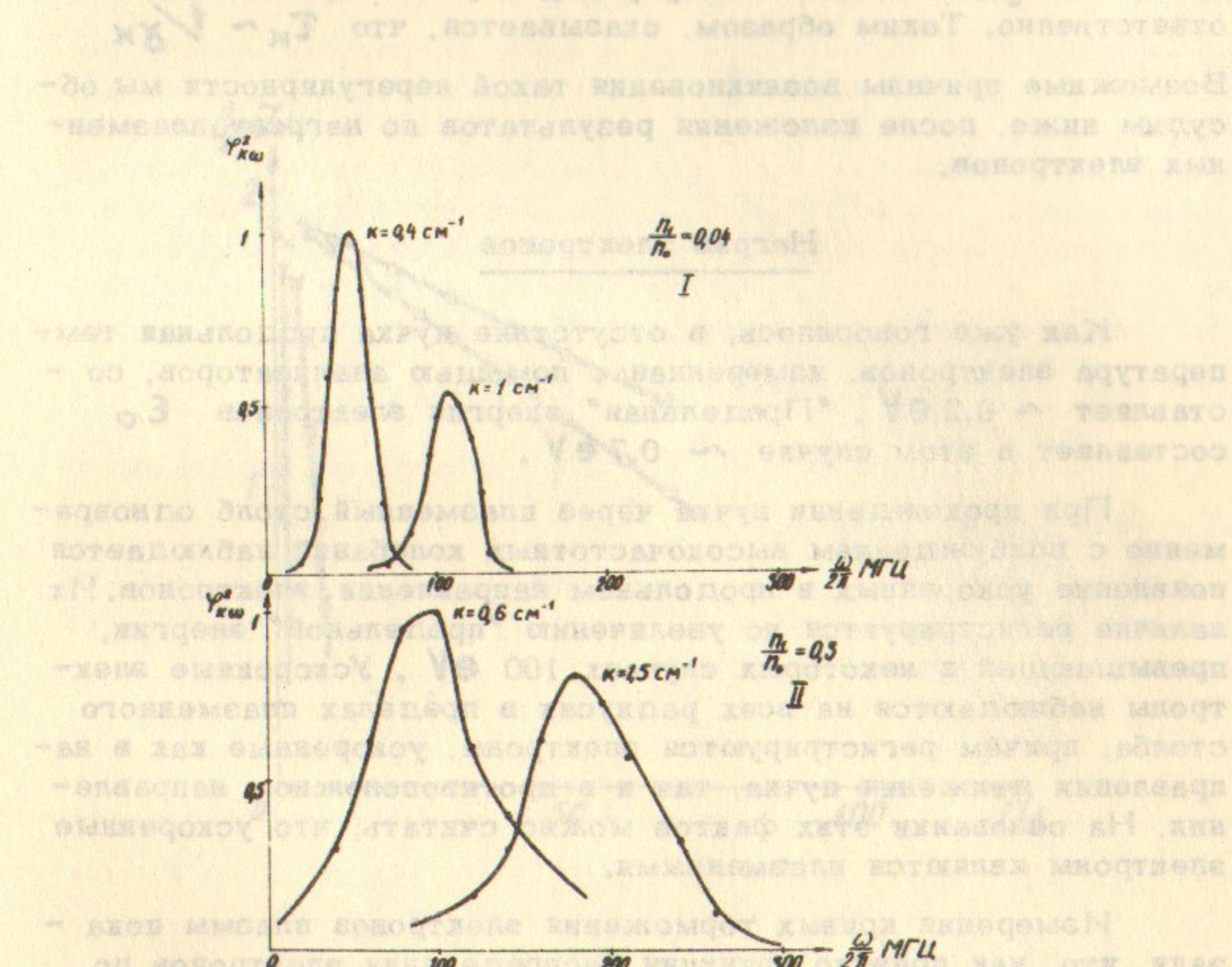


Рис.8. Пакеты $\tilde{\Psi}_K^2(\omega)$ для режимов рис.7.

Так, при $n_1/n_0 = 0,04$, $\Delta\omega_k/\omega_k = 0,25$, при $n_1/n_0 = 0,3$ величина $\Delta\omega_k/\omega_k$ возрастает до 0,45. Наличие конечной ширины у пакетов указывает на то, что каждая K -я гармоника колебаний, в отличие от представлений квазилинейной теории, немонохроматична, т.е. нерегулярна и имеет конечное время корреляции $\tau_k \sim 1/\Delta\omega_k$. Величина $\Delta\omega_k$ в обоих режимах оказывается близка к расчётному значению линейного инкремента δ_k — величины δ_k/ω_k равны 0,15 и 0,35, соответственно. Таким образом, оказывается, что $\tau_k \sim 1/\delta_k$.

Возможные причины возникновения такой нерегулярности мы обсудим ниже, после изложения результатов по нагреву плазменных электронов.

Нагрев электронов

Как уже говорилось, в отсутствие пучка продольная температура электронов, измеренная с помощью анализаторов, составляет $\sim 0,2 \text{ eV}$. "Предельная" энергия электронов E_0 составляет в этом случае $\sim 0,7 \text{ eV}$.

При прохождении пучка через плазменный столб одновременно с возбуждением высокочастотных колебаний наблюдается появление ускоренных в продольном направлении электронов. Их наличие регистрируется по увеличению "предельной" энергии, превышающей в некоторых случаях 100 eV. Ускоренные электроны наблюдаются на всех радиусах в пределах плазменного столба, причём регистрируются электроны, ускоренные как в направлении движения пучка, так и в противоположном направлении. На основании этих фактов можно считать, что ускоренные электроны являются плазменными.

Измерения кривых торможения электронов плазмы показали, что, как правило, функция распределения электронов по скоростям $f(V_z)$ является максвелловской и может характеризоваться продольной температурой T_{\parallel} , в дальнейшем будем называть её T_e . Это видно из рис. 9, где показано несколько кривых $\lg J(u)$, снятых при различных значениях энергии пучка. Отметим, что при $U_0 > U_c$, когда прекращается возбуждение высокочастотных колебаний, температура T_e становится равной 0,2 eV. На основании этих фактов можно утверждать, что в эксперименте наблюдается на-

— в в. Согласно квантовой механике концепция чисто квантовой механики должна быть заменена классической (т.е. квантово-механической). В то же время ее в более широком смысле оправдана (указанные выше соотношения и формулы).

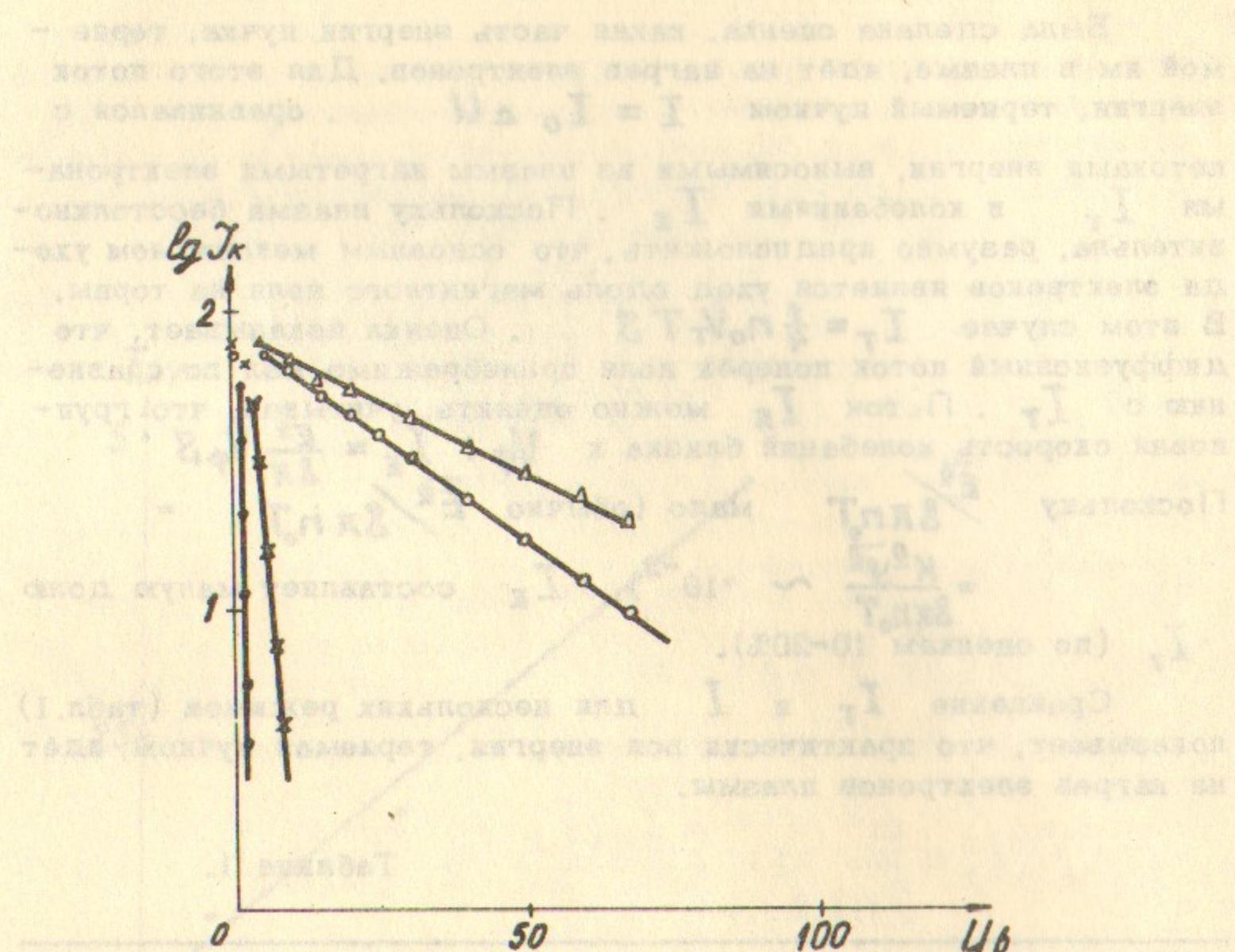


Рис. 9. Вольт-амперные характеристики анализатора в различных режимах (анализатор находится на радиусе, превышающем радиус пучка).

$$\bullet - T_e = 0,2; x - T_e = 2 \text{ eV}; o - T_e = 30 \text{ eV}; \blacktriangle - T_e = 50 \text{ eV}.$$

грев электронов плазмы в полях высокочастотных колебаний. Величина T_e практически одинакова на всех радиусах плазменного столба и не зависит от $\tilde{\varphi}$ (исключая области вблизи торцов столба, где T_e уменьшается при приближении к торцу). Максимальные величины T_e , наблюдавшиеся в эксперименте, достигали 50 eV.

Была сделана оценка, какая часть энергии пучка, теряется им в плазме, идет на нагрев электронов. Для этого поток энергии, теряемый пучком $I = I_0 \Delta U$, сравнивался с потоками энергии, выносимыми из плазмы нагретыми электронами I_T и колебаниями I_E . Поскольку плазма бесстолкновительна, разумно предположить, что основным механизмом ухода электронов является уход вдоль магнитного поля на торцы. В этом случае $I_T = \frac{1}{4} n_0 V_T T S$. Оценка показывает, что диффузионный поток поперек поля пренебрежимо мал по сравнению с I_T . Поток I_E можно оценить, учитывая, что групповая скорость колебаний близка к V_Φ : $I_E = \frac{E^2}{8\pi} V_\Phi S$. Поскольку $\frac{E^2}{8\pi n_0 T}$ мало (обычно $\frac{E^2}{8\pi n_0 T} = \frac{K^2 \tilde{\varphi}^2}{8\pi n_0 T} \sim 10^{-2}$), I_E составляет малую долю I_T (по оценкам 10-20%).

Сравнение I_T и I для нескольких режимов (табл.1) показывает, что практически вся энергия, теряемая пучком, идет на нагрев электронов плазмы.

Таблица 1.

$I_B T$	0,1	0,25	0,5	0,5
$I_T B T$	0,1	0,25	0,4	0,45

Как уже отмечалось, амплитуда колебаний зависит от энергии пучка U_0 . При малых мощностях электронного пучка, когда амплитуда колебаний $\tilde{\varphi}$ относительно мала, плотность плазмы и частотный спектр возбуждаемых колебаний слабо зависят от U_0 , так что, меняя U_0 , можно получить зависимость T_e от амплитуды $\tilde{\varphi}$ при постоянстве остальных параметров. Оказывается, что в этом случае $T_e \propto \tilde{\varphi}$ -рис.10.

При малых амплитудах колебаний плотность плазмы определяется выражением $n = n_0 + \frac{1}{2} \rho \tilde{\varphi}^2$, где n_0 - начальная плотность плазмы, ρ - плотность колебаний. Тогда $T_e = \frac{1}{2} m_e \tilde{\varphi}^2$.

При малых амплитудах колебаний плотность плазмы определяется выражением $n = n_0 + \frac{1}{2} \rho \tilde{\varphi}^2$, где n_0 - начальная плотность плазмы, ρ - плотность колебаний. Тогда $T_e = \frac{1}{2} m_e \tilde{\varphi}^2$.

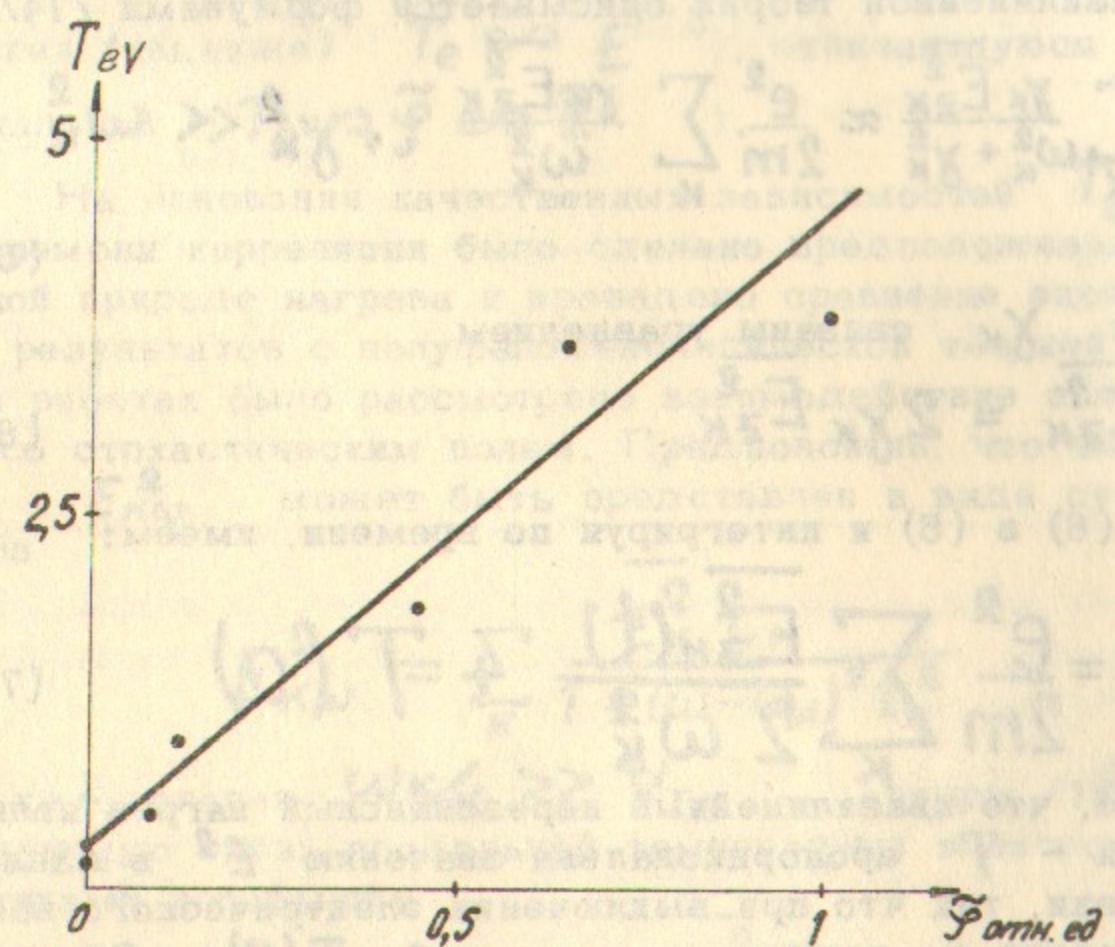


Рис.10. Зависимость $T_e (\tilde{\varphi})$ при малых $\tilde{\varphi}$.

С возрастанием мощности пучка, когда начинает изменяться плотность плазмы и частотный спектр колебаний, эта зависимость становится более сложной. Как показали корреляционные измерения, возрастание T_e происходит также при уменьшении времени и длины корреляции колебаний. Большие значения T_e достигаются при сильной турбулизации колебаний.

Рассмотрим возможные механизмы нагрева электронов. Поскольку средняя фазовая скорость колебаний значительно превышает тепловую скорость электронов плазмы ($V_\phi \sim V_0 \gg V_{Te}$), резонансное взаимодействие между колебаниями и плазменными электронами исключено, наблюдаемый нагрев электронов вызван, очевидно, нерезонансным механизмом.

Взаимодействие колебаний с нерезонансными электронами в рамках квазилинейной теории описывается формулами /14/:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{e^2}{2m} \sum_K \frac{\gamma_K \bar{E}_{zK}^2}{\omega_K^2 + \gamma_K^2} \approx \frac{e^2}{2m} \sum_K \frac{\gamma_K \bar{E}_{zK}^2}{\omega_K^2}, \quad \gamma_K^2 \ll \omega_K^2 \quad (5)$$

где \bar{E}_{zK}^2 и γ_K связаны уравнением

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_{zK}^2 = 2 \gamma_K \bar{E}_{zK}^2 \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5) и интегрируя по времени, имеем:

$$T(t) = \frac{e^2}{2m} \sum_K \frac{\bar{E}_{zK}^2(t)}{2 \omega_K^2} + T(0) \quad (7)$$

Из (7) видно, что квазилинейный нерезонансный нагрев является обратимым — T пропорциональна значению E^2 в данный момент времени, так что при выключении электрического поля

T уменьшается до начального значения $T(0)$. Обратим внимание, что для обратимого нагрева выполняется соотношение /14/

$$\frac{E^2}{8\pi n_0 T} \sim 1 \quad (8)$$

В эксперименте величина $\frac{E^2}{8\pi n_0 T}$ составляет $\sim 10^{-3}$ у

входа пучка в плазму и $\sim 10^{-2}$ в районе ионизатора. Таким образом T_e на 2-3 порядка больше, чем должно быть согласно (8), т.е. наблюдаемый нагрев не является обратимым, и следовательно не может быть описан в рамках квазилинейной теории.

Такие "классические" нелинейные процессы как распады или индуцированное рассеяние волн на электронах плазмы не могут обеспечить в нашем случае ни наблюдаемой зависимости $T_e(E)$, ни наблюдаемой величины T_e . Действительно, распады являются вообще запрещенными процессами в силу вида дисперсионной кривой колебаний, а оценка эффекта нагрева из-за индуцированного рассеяния, проведенная согласно формулам работы /15/, даёт величину T_e на 4-5 порядков меньше наблюдаемой и зависимость $T_e \propto E^4$ (с учётом условия баланса потоков энергий (см. ниже) $T_e \propto E^{8/3}$), отличающуюся от экспериментальной ($T_e \propto \tilde{\varphi} \propto \tilde{E}$).

На основании качественных зависимостей T_e от $\tilde{\varphi}$ и от времени корреляции было сделано предположение о стохастической природе нагрева и проведено сравнение экспериментальных результатов с полуфеноменологической теорией /16-18/. В этих работах было рассмотрено взаимодействие электронов плазмы со стохастическим полем. Предположив, что спектр колебаний $E_{K\omega}^2$ может быть представлен в виде суммы K -пакетов

$$E_{K\omega}^2 = \sum_K \frac{\bar{E}_K^2 \tau_K}{1 + (\omega - \omega_K)^2 \tau_K^2} \quad (9)$$

а также полагая $\omega_K \gg V_{Te}$, авторы /16/ получили следующую связь продольной температуры электронов с характеристиками колебаний:

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{e^2}{2m} \sum_K \frac{\bar{E}_K^2 \tau_K}{1 + \omega_K^2 \tau_K^2} \quad (10)$$

Поскольку оказалось, что измеренные в эксперименте спектры

$E_{K\omega}^2 = K^2 \varphi_{K\omega}^2$ удовлетворительно описываются формулой (9), все величины, входящие в (10), могут быть определены экспериментально: $\bar{E}_K^2 = K^2 \int \varphi_{K\omega}^2 d\omega$, $\tau_K \sim 1/\Delta\omega_K$.

Для сопоставления формулы (10) с экспериментом следует учесть, что в стационарном состоянии ($\frac{dT_e}{dt} = 0$) поток энергии, получаемой электронами, от колебаний

$$nV \frac{e^2}{2m} \sum_k \frac{\bar{E}_k \bar{\tau}_k}{1 + \omega_k^2 \bar{\tau}_k^2}$$

равен потоку энергии на торцы

I_T . В итоге

$$T_e = \left(\frac{\pi}{2m} e^2 L \sum_k \frac{\bar{E}_k \bar{\tau}_k}{1 + \omega_k^2 \bar{\tau}_k^2} \right)^{2/3} \quad (11)$$

Здесь L - длина плазменного столба, V - объём плазмы ($V = LS$).

Сравнение температуры, рассчитанной по (11), с измеренной экспериментально, проведено в двух режимах. Результаты даны в таблице 2.

Таблица 2.

T_e	eV	8,5	20
T_e расч	eV	17	40

Учитывая приближенный характер формулы и погрешности измерений, можно считать, что экспериментальные значения T_e удовлетворительно согласуются с расчётными.

Введя допущение о том, что $\bar{\tau}_k \approx \bar{\tau}_0$ ($\bar{\tau}_0$ - время корреляции, определенное из АКФ), формулу (11) можно существенно упростить. Действительно, поскольку $\omega_k / \bar{\tau}_k \approx V_0$.

$$\bar{E}_k^2 = K^2 \bar{\varphi}_k^2 \quad \text{и} \quad \omega_k^2 \bar{\tau}_k^2 \gg 1 \quad \text{для измеренных}$$

спектров, имеем

$$\sum_k \frac{\bar{E}_k \bar{\tau}_k}{1 + \omega_k^2 \bar{\tau}_k^2} \approx \sum_k \frac{\bar{\varphi}_k^2 K^2}{\bar{\tau}_0 \omega_k^2} = \frac{\bar{\varphi}^2}{V_0^2 \bar{\tau}_0} \quad (12)$$

Соответственно, вместо (11) теперь

$$T_e \approx \left(\frac{\pi}{2m} e^2 L \frac{\bar{\varphi}^2}{V_0^2 \bar{\tau}_0} \right)^{2/3} \quad (13)$$

На рис. 11 показана зависимость T_e от параметра $\frac{\bar{\varphi}^2}{V_0^2 \bar{\tau}_0}$.

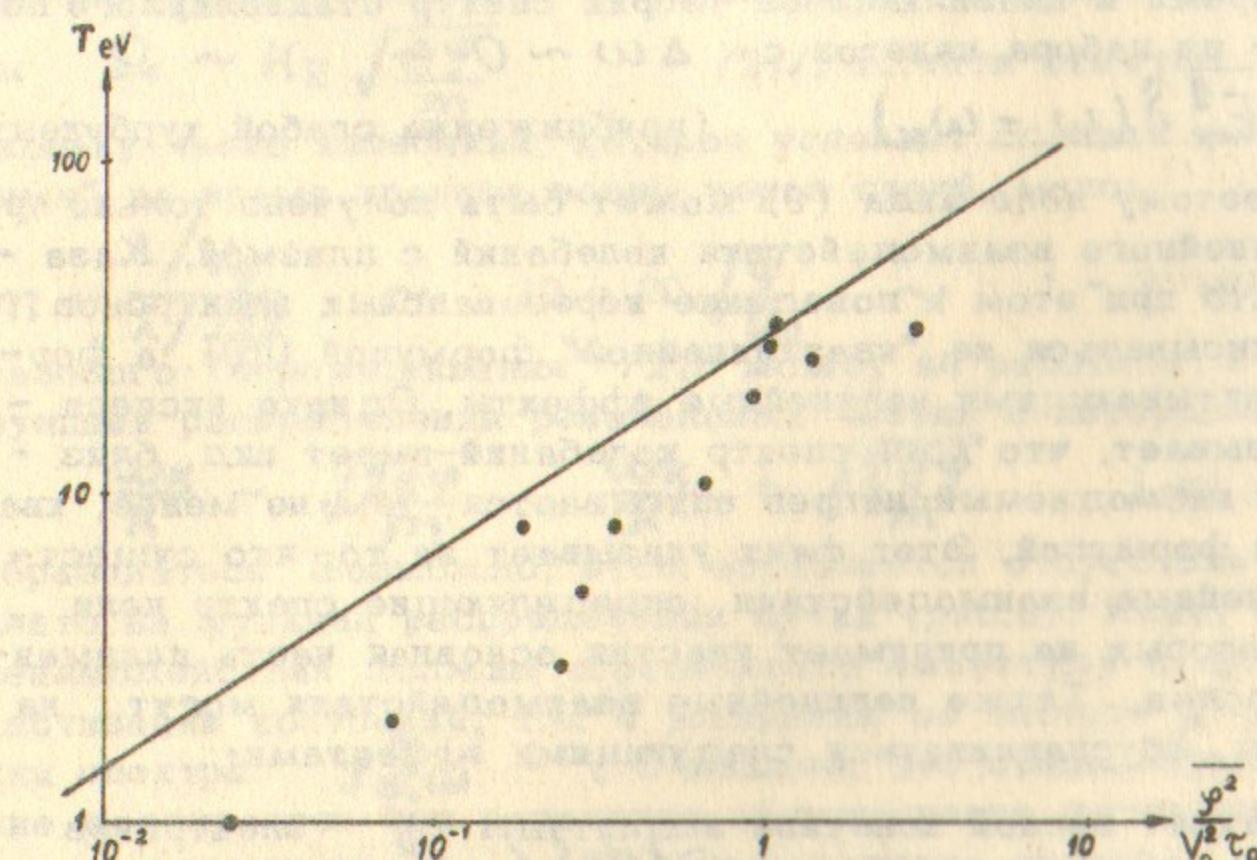


Рис. 11. Зависимость T_e от $\frac{\bar{\varphi}^2}{V_0^2 \bar{\tau}_0}$.

Прямая линия соответствует расчётным, точки - экспериментальным значениям T_e . Видно, что и зависимость и абсолютные значения T_e удовлетворительно согласуются с расчётом. Заметим, что зависимость от амплитуды $T_e \propto \tilde{\Psi}$ (рис.10) также близка к расчетной $T_e \propto \tilde{\Psi}^{4/3}$.

Таким образом, наблюдаемый нагрев хорошо описывается полуфеноменологической теорией стохастического нагрева. Следует, однако, обратить внимание на следующее обстоятельство: формула (10) описывающая нагрев нерезонансных частиц, получена в квазилинейном приближении для внешнего электрического поля. В случае самосогласованного поля в рамках квазилинейного приближения его спектр $E_{k\omega}^2$ не может быть получен в виде (9), предполагаемом авторами /16/. Действительно, поле, удовлетворяющее (9), стационарно и его спектр состоит из K -пакетов конечной полуширины $\Delta\omega_K \sim 1/\tau_K$. В то же время в квазилинейной теории спектр стационарного поля состоит из набора пакетов с $\Delta\omega \sim 0$ -

$$-E_{k\omega}^2 = E_k^2 \delta(\omega - \omega_K) \quad (\text{приближение слабой турбулентности})$$

Поэтому поле вида (9) может быть получено только при учёте нелинейного взаимодействия колебаний с плазмой. Казалось бы, что при этом и поведение нерезонансных электронов должно описываться не "квазилинейной" формулой (10), а формулами, учитывающими нелинейные эффекты. Однако эксперимент показывает, что хотя спектр колебаний имеет вид, близкий к (9), наблюдаемый нагрев описывается, тем не менее, квазилинейной формулой. Этот факт указывает на то, что существуют нелинейные взаимодействия, определяющие спектр поля, такие, в которых не принимает участия основная часть плазменных электронов. Такие нелинейные взаимодействия могут, на наш взгляд, обуславливаться следующими эффектами:

1. Захват волной конечной амплитуды $\tilde{\Psi}$ электронов пучка из области скоростей, где $\partial f(v_z)/\partial v_z < 0$, так что среднее значение $\bar{\partial f}/\bar{\partial v_z}$, которым определяется инкремент, на интервале $(\frac{\omega_K}{K} - \sqrt{\frac{2e\tilde{\Psi}}{m}}, \frac{\omega_K}{K} + \sqrt{\frac{2e\tilde{\Psi}}{m}})$ может уменьшаться с ростом $\tilde{\Psi}$, или вообще становиться отрицательным. В нашем случае, из-за того, что $f(v_z)$ пучка является довольно узкой в пространстве скоростей, этот эффект может проявляться при сравнительно малых (несколько

вольт) величинах $\tilde{\Psi}$. Отметим, что на возможность уменьшения среднего значения $\bar{\partial f}/\bar{\partial v}$ при нарастании волны конечной амплитуды указывалось в работе /19/.

2. Захват волной конечной амплитуды электронов плазмы из "хвоста" максвелловской функции распределения, который может стать существенным при возрастании температуры электронов. Численные эксперименты Даусона /20/ показывают, что захват волной плазменных электронов играет существенную роль в установлении амплитуды волны, заметно увеличивая декремент затухания уже при $V_{Te}/V_\Phi = 0,3$. Такое значение отношения V_{Te}/V_Φ в нашем эксперименте достигается при $T_e \sim 20 \text{ eV}$.

3. Взаимодействие с волной захваченных частиц, проявляющееся в случайном изменении поля волны с характерной частотой, равной частоте колебаний этих частиц в "потенциальной яме" волны $\Omega \sim K_z \sqrt{\frac{e\tilde{\Psi}}{m}}$ /21/. Кстати отметим, что, поскольку число колебаний, которое успевает сделать электрон в "яме" за время пролета волны через столб, мало:

$$t \sim \frac{L/V_\Phi}{\lambda/\sqrt{\frac{e\tilde{\Psi}}{m}}} \sim 10 - 20 \sqrt{\frac{\tilde{\Psi}}{U_0}} \sim 1 - 2, \text{ механизм фазового "перемешивания"}$$

может не работать, и плато на функции распределения резонансных частиц в интервале

$(\frac{\omega_K}{K} - \sqrt{\frac{2e\tilde{\Psi}}{m}}, \frac{\omega_K}{K} + \sqrt{\frac{2e\tilde{\Psi}}{m}})$ не успевает образоваться. Возможно, этим объясняется отсутствие широкого плато на функции распределения пучка (рис.5). Ясно, что такие взаимодействия должны ограничивать амплитуду и приводить к хаотизации колебаний, т.е. к уширению по частоте K -гармоник спектра $\tilde{\Psi}_{K\omega}^2$. Очевидно, что стационарное состояние достигается при равенстве эффективного декремента линенному инкременту δ_K . При этом ширина спектра K -й гармоники $\Delta\omega_K$ должна быть порядка δ_K , что примерно соответствует измеренным величинам $\Delta\omega_K$.

В уже упоминавшейся работе Даусона /20/, а также в численных экспериментах Дэвиса и Берса /22/ обнаружено, что захват частиц волной конечной амплитуды приводит к хаотизации и установлению квазистационарной средней амплитуды колебаний. Кроме того, в работе /22/ наблюдается значительный на-

грев электронов плазмы, происходящий после появления захваченных плазменных электронов и хаотизация поля.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Я.Б.Файнберга, В.Д.Шапиро, Д.Д.Рютова и В.Н.Цытова за полезные обсуждения, Ю.И.Эйдельмана за помощь в экспериментах и В.Н.Хейфца за проведение расчётов на ЭВМ.

Л и т е р а т у р а

1. Я.Б.Файнберг, сб. "Физика плазмы и проблемы УТС", 2, 88, Изд-во АН УССР, Киев, 1963: УФН, 93, 4, 617, 1967.
2. А.К.Березин, Г.Н.Березина, Л.И.Болотин, Я.Б.Файнберг, Атомная энергия, 14, 249, 1963.
3. Р.А.Демирханов, А.К.Геворков, А.Ф.Попов, Г.Л.Хорасанов, *Proc. Conf. Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Research (IAEA, Viena, 1966)*, II, 801.
4. L. D. Smullin, W.D. Getty , там же, П,815.
5. I. Alexeff, R.V. Neidigh, Phys. Rev. , 136, 3A, 689, 1964. R.V. Neidigh et al, Proc. Conf. Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Research (IAEA, Viena, 1969), II, 693.
6. Е.А.Корнилов, Я.Б.Файнберг, О.Ф.Ковдик, письма ЖЭТФ, 4, 147, 1966.
7. Ю.Г.Яременко, В.М.Деев, Р.Л.Слабовик, И.Ф.Харченко, Атомная энергия, 25, 3, 213, 1967.
8. I. Alexeff et al , Phys. Rev. Lett. , 21, 6, 344, 1968. *
9. Ю.И.Каган, В.И.Перель, УФН, 80, 410, 1963.
10. И.С.Фишман, Н.П.Мухортов, ПТЭ, 5, 110, 1969.
11. И.С.Фишман, ПТЭ, в печати.
12. М.Ф.Горбатенко, ЖТФ, 33, 9, 1070, 1063.
13. R.J. Briggs, "Electron-Stream Interaction with Plasmas", The M.I.T. Press, Cambridge, 1964.
14. В.Д.Шапиро, ЖЭТФ, 44, 613, 1963.
15. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович, "О стохастическом нагреве частиц плазмы", препринт ОИЯИ, Дубна, 1968.

16. Ф.Г.Басс, Я.Б.Файнберг, В.Д.Шапиро, ЖЭТФ, 49, 329, 1965.
17. P.A.Sturzok, Phys. Rev., 141, 186, 1966.
18. S. Ruzi, Phys. Fluids, 9, 10, 2043, 1966.
19. T.H.Dupree, Phys. Fluids, 9, 1773, 1966.
20. J.M.Dawson, R. Shanny, Phys. Fluids, 11, 7, 1506, 1968.
УФН
21. Б.Б.Кадомцев, УФН, 85, 1, 111, 1968.
22. A.Bers, J.A.Davis, "Nonlinear aspects of the beam-plasma interaction", Доклад на III Европейской конференции по физике плазмы и управляемому синтезу, Уtrecht, 1969.

Ответственный за выпуск В.Т.Астрелин

Подписано к печати 10.9.69.

Усл. 1,5 печ.л., тираж 200 экз.

Заказ № 328 . Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, нв.