

АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

препринт 251

Г.Н.Кулипанов, С.И.Мишинев, С.Г.Попов,
Г.М.Тумайкин

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ
НА БЕТАТРОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ
В НАКОПИТЕЛЕ

Ответственный за выпуск А.П.Чабанов
Размножено к печати З.Л.-66 г.
сб. 2, 2-я печ. листа, тираж 300
Цена 1 рубль, бесплатная

Новосибирск
1968

Отпечатано на ротапланте в ИЯФ СО АН СССР, №

Г.Н.Кулипанов, С.И.Мишнев,

С.Г.Попов, Г.М.Тумайкин

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ НА БЕТАТРОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В НАКОПИТЕЛЕ

Таким образом, в работе исследованы различные нелинейные эффекты в теории колебаний [2], а также методы [3] определения ускорителей и накопителей [4]. Для ускорителей и накопителей такое научное изучение необходимо для дальнейших разработок, так как волны высокочастотного

АННОТАЦИЯ

В работе проведено экспериментальное изучение основных параметров областей автофазировки поперечных бетатронных колебаний линейного резонанса и нелинейного резонанса $4\sqrt{2} = 3$. Получено хорошее соответствие с теоретическими представлениями.

Изучено влияние различных эффектов на время жизни частиц в области автофазировки бетатронных колебаний. Приводятся результаты по изучению захвата частиц в область автофазировки. Исследуется влияние синхротронных колебаний и резонансных возмущений на поведение частиц в области автофазировки.

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОФАЗИРОВКИ
В РЕЗОНАНСНОМ ПОЛЯРНОМ
БЕТАТРОННОМ НАКОПИТЕЛЕ

Р. Н. ПАТОННА

Кандидат физико-математических наук, аспирант
Института ядерной физики Академии наук Узбекской
ССР. Ученый секретарь Узбекской Академии наук
доктор физико-математических наук, профессор
И. С. Гарифов. Ученый секретарь Узбекской Академии
наук, кандидат физико-математических наук, доцент
Г. А. Касимов. Ученый секретарь Узбекской Академии наук
доктор физико-математических наук, профессор
Х. А. Абдуллаев. Ученый секретарь Узбекской Академии наук
доктор физико-математических наук, профессор
А. А. Абдуллаев. Ученый секретарь Узбекской Академии наук
доктор физико-математических наук, профессор
А. А. Абдуллаев.

Электронный пучок в накопителе является почти идеальной моделью для изучения характерных особенностей осциллятора с малой нелинейностью. Вблизи резонансов в такой системе, благодаря своеобразному механизму автофазировки, возникает область устойчивых амплитуд и фаз, испытывающих биения относительно некой равновесной точки /1/. Изучение параметров области автофазировки и поведения частиц, захваченных в такую область автофазировки, - вопрос, представляющий значительный интерес в теории колебаний /2/, физике плазмы /3/, физике ускорителей и накопителей /4/. Для ускорителей и накопителей такое изучение необходимо для понимания поведения пучка вблизи нелинейного резонанса и при прохождении через резонанс, для исследования возможности многократного накопления протонов в поперечном (бетатронном) фазовом пространстве, для объяснения эффектов, возникающих при взаимодействии пучков при встрече.

Постановка эксперимента. Описание установки.

Эксперименты, описанные в данной работе, были сделаны на электронном накопителе ВЭП-1 /5/. Изучались области автофазировки вертикальных бетатронных колебаний на линейном резонансе, возбуждаемым резонансной раскачкой пучка на частоте

$\omega \approx \omega_0(1-\gamma_z)$ и на нелинейном резонансе $4\gamma_z = 3$, возбуждаемым 3 гармоникой кубической нелинейности магнитного поля.

Для экспериментов использовалась одна накопительная дорожка. Параметры магнитной системы: γ , $\frac{\partial \gamma}{\partial r}$, $\frac{\partial \gamma}{\partial a_z^2}$ - точно измерялись и с помощью специальных обмоток могли изменяться в следующем диапазоне:

$$\gamma_z = 0.756 \pm 4 \cdot 10^{-2};$$

$$\left(\frac{\partial \gamma_z}{\partial r}\right)_0 = (3.5 \pm 1.5) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{см}};$$

$$\left(\frac{\partial \gamma_z}{\partial a_z^2}\right)_0 = (4 \pm 3.5) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{см}^2}$$

Для резонанса $\Delta\sqrt{z} = 3$ важно знать не только постоянную составляющую $\frac{\partial\sqrt{z}}{\partial a_z^2}$, но и третью гармонику этой нелинейности. Ввиду особенностей конструкции магнита ВЭП-1 (два С-образных магнита, имеющих общий участок с $\bar{I}=0$), который можно рассматривать как О-образный магнит), азимутальная зависимость $\frac{\partial\sqrt{z}}{\partial a_z^2}$ имеет вид, показанный на рис.1. Поэтому третья гармоника кубической нелинейности связана с постоянной составляющей

$$\left(\frac{\partial\sqrt{z}}{\partial a_z^2} \right)_3 \approx 0.25 \left(\frac{\partial\sqrt{z}}{\partial a_z^2} \right)_0. \quad (1)$$

Вертикальная апертура камеры накопителя $A_z \approx \pm 10$ мм, поэтому область бетатронной автофазировки (ОБА) обычно создавали вблизи равновесной амплитуды $a_c \approx 4 - 5$ мм, что при существующей нелинейности соответствует расстройке

$\Delta\sqrt{z} \approx (6-9) \times 10^{-4}$. Случайные флюктуации частоты бетатронных колебаний, связанные с флюктуациями тока, питающего маг-

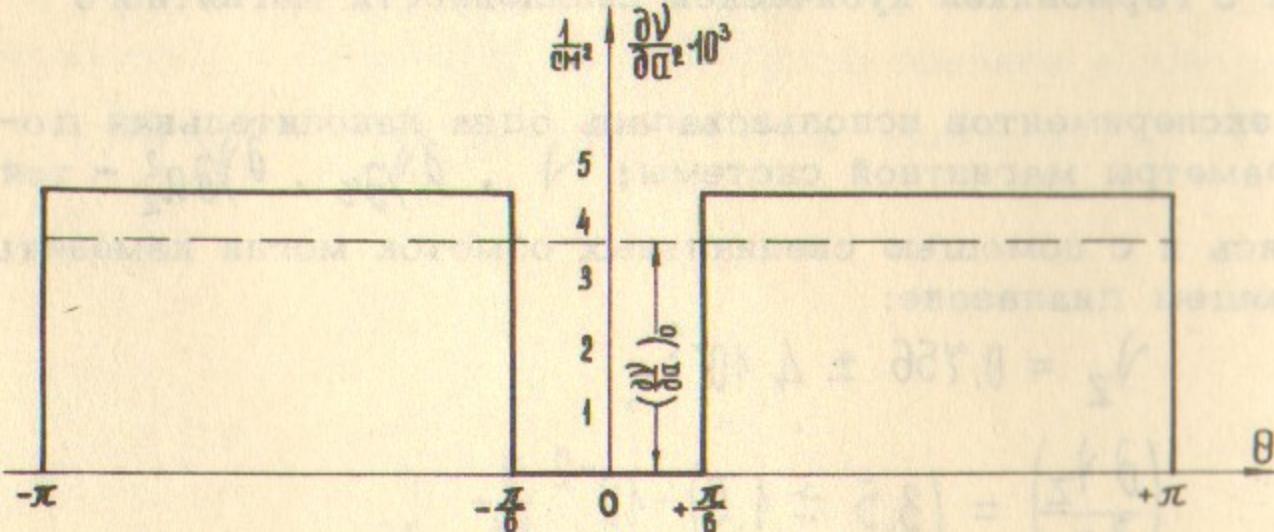


Рис.1. Азимутальное распределение величины $\frac{\partial\sqrt{z}}{\partial a_z^2}$ в накопителе ВЭП-1.

нит, обычно были $\delta\sqrt{z} \approx 6 \cdot 10^{-4}$, поэтому пришлось принять специальные меры для уменьшения флюктуаций тока. Удалось получить $\delta\sqrt{z} \approx (1-2) \times 10^{-4}$, что почти не сказывалось на положении и параметрах области автофазировки.

Эксперименты проводились на $E = 125$ Мэв. Характерное время затухания $T_2 = 30$ мсек. Давление остаточного газа $p \approx 4 \times 10^{-8}$ мм рт.ст. Время жизни пучка $\tau \approx 600$ сек.

Для наблюдения за пучком в накопителе служит оптическая система, создающая изображение поперечного сечения пучка с увеличением 2 : 1. Это изображение можно наблюдать визуально, фотографировать, а также с помощью диссектора получать осцилограммы распределения плотности пучка в радиальном или вертикальном направлениях. Используя электронно-оптический преобразователь с круговой разверткой и диссектор можно было измерять продольный размер сгустка электронов.

Специальная система /6/ позволяла увеличивать поперечные и продольный размеры.

Следуя работе /4/, поведение частицы вблизи резонанса

$\sqrt{z} = p$ будем описывать следующими уравнениями:

$$\frac{\partial a^2}{\partial \theta} = - \frac{\partial H}{\partial \Phi} = B \sin q \Phi \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = \frac{\partial H}{\partial a^2} = \sqrt{-\frac{p}{q}} + \Delta\sqrt{z}(a^2) + \frac{1}{q} \frac{\partial B}{\partial a^2} \cos q \Phi, \quad (2)$$

где гамильтониан записывается как

$$H(a^2, \Phi) = \left(\sqrt{-\frac{p}{q}}\right) a^2 + \int \Delta\sqrt{z}(a^2) d(a^2) + \frac{1}{q} B(a^2) \cos q \Phi \quad (3)$$

a — амплитуда бетатронных колебаний; $\theta = \omega_c t$ — азимутальный угол; ω_c — частота обращения; $\sqrt{-\frac{p}{q}}$ — частота бетатронных колебаний; $\Psi = \theta + \psi_0$ — фаза бетатронных колебаний; $\Phi = \Psi - \frac{p}{q}\theta$ — медленная фаза; p и q — целые

числа; $\left(\frac{\partial V_z}{\partial a^2}\right)_0$ - постоянная составляющая кубической нелинейности; $B(a^2)$ - мощность резонанса.

Мощность резонанса определяется следующим образом:

$$B(a^2) = \frac{a R^2}{\pi^2 E} \int_0^{2\pi} d\Psi \int_0^{2\pi} d\theta f(z, \theta) \cos \Psi \sin(\varphi \Psi - p\theta),$$

где R - радиус орбиты; E - энергия частицы; $Z = a \sin \Psi$ - вертикальная координата; $f(z, \theta)$ - возмущающая сила, периодическая по Ψ и θ с периодом 2π .

При возбуждении бетатронных колебаний внешним ВЧ напряжением $U = U_{\text{вч}} \cos \omega t$, приложенном к пластинам раскачки (длина пластин L , расстояние между пластинами d , поле между пластинами однородное), пренебрегая изменением электрического поля за время пролета электрона, возмущающую силу можно записать в виде

$$f(z, \theta) = \frac{e U_{\text{вч}}}{d} \cos \omega t \cdot \left(\frac{L}{2R} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\pi p} \sin \frac{pL}{2R} \cos p\omega_c t \right).$$

Тогда $B(a^2) \neq 0$ только при $\omega = \omega_c(p - \gamma)$.

В этом случае мы имеем обычный линейный резонанс бетатронных колебаний. Поскольку частоту возмущающей силы мы можем выбирать произвольно, то линейный резонанс мы можем наблюдать при любом значении γ .

Для $p=1$

$$B(a^2) = \frac{R^2}{E} \cdot \frac{a}{\gamma} \cdot \frac{e U_{\text{вч}}}{d} \cdot \frac{\sin \frac{L}{2R}}{\pi} \quad (4)$$

Азимутальные гармоники неидеальностей магнитного поля создают возмущающую силу

$$f(z, \theta) \sim \left\{ \delta n(\theta) Z + \frac{\partial n(\theta)}{\partial r} r \cdot Z + \frac{\partial^2 n(\theta)}{\partial r^2} \left[\frac{r^2 Z}{2!} - \frac{Z^3}{3!} \right] + \dots \right\},$$

где n - показатель спада магнитного поля; r и Z - радиальная и вертикальная координата. Для резонанса основной вклад в мощность даёт член $(-\frac{1}{6} \frac{\partial^2 n(\theta)}{\partial r^2} Z^3)$, поэтому опуская остальные члены можно получить

$$B(a^2) = \frac{a^4}{48\gamma} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} \right)_3, \quad \text{где } \left(\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} \right)_3$$

третья гармоника второй произвольной n по радиусу.

Постоянная составляющая $\left(\frac{\partial^2 n}{\partial r^2}\right)_0$ в первом приближении метода усреднения связана с измеряемой величиной $\left(\frac{\partial V_z}{\partial a^2}\right)_0$ простым соотношением $\frac{dV_z}{da^2} = \frac{3}{8} \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{6} \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} \right)_0 - (5)$.

Учитывая связь третьей гармоники нелинейности и постоянной составляющей (1') и (5)

$$\left(\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} \right)_3 \approx 0.25 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \approx 4\gamma \left(\frac{\partial V_z}{\partial a^2} \right)_0$$

Тогда мощность резонанса

$$B_{3/4}(a^2) = \frac{a^4}{12} \left(\frac{\partial V_z}{\partial a^2} \right)_0 \quad (6)$$

$\left(\frac{\partial V_z}{\partial a^2} \right)_0$ - измеряемая постоянная составляющая кубической нелинейности.

Параметры области автофазировки

Основными характеристиками области автофазировки являются равновесная фаза Φ_0 и равновесная амплитуда a_0 , ширина области автофазировки $\Delta\alpha$ и частота малых фазовых колебаний возле положения равновесия $\dot{\varphi}_0$. Целью эксперимента является измерение этих параметров для линейного резонанса и резонанса $4\dot{\varphi}_z = 3$ и сравнение результатов с расчётными величинами.

а) Равновесная амплитуда и фаза.

На рис.2 показаны фотографии пучка вблизи исследуемых резонансов и осциллограммы распределения плотности частиц в вертикальном направлении. Отчётливо видны устойчивые области вблизи нулевой амплитуды колебаний и вблизи большой амплитуды a_0 . Зависимость a_0 от расстройки частоты $\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi} - \dot{\varphi}_{\text{рез}}$ при разной величине кубической нелинейности показана на рис.3. Видно, что $a_0^2 = \frac{\Delta\dot{\varphi}}{\partial\dot{\varphi}/\partial a}$, что следует и из уравнения (2)

в случае, если $\frac{1}{q} \frac{\partial\dot{\varphi}}{\partial a^2} \ll \Delta\dot{\varphi} + \frac{\partial\dot{\varphi}}{\partial a^2} a^2$. Существует различие в распределении плотности на линейном и нелинейном резонансе (см.рис.2), заключающееся в том, что на нелинейном резонансе не наблюдаются частицы с координатами, промежуточными между нулевой и максимальной. Это объясняется тем, что пучок наблюдается на определенном азимуте, где фаза его бетатронных колебаний меняется по закону: $\psi = \dot{\varphi}_{\text{рез}} \cdot 2\pi K + \Phi_0$,

где K – целое число, Φ_0 – равновесная фаза. В случае линейного резонанса $\dot{\varphi}_{\text{рез}}$, вообще говоря, иррациональное число и фаза пробегает все значения от 0 до 2π . Для нелинейного резонанса $\dot{\varphi}_z = \frac{p}{q}$ и фаза пробегает только q выделенных значений. В нашем случае $q = 4$, в месте наблюдения пучка гармоника кубической нелинейности максимальна и отрицательна по знаку. Поэтому устойчивые фазы бетатронных колебаний равны

$$\psi_0 = \Phi_0 - 2n \frac{\pi}{q} = \frac{n\pi}{2}, \quad \text{чemu соответствуют координаты частиц в точке наблюдения } z = 0 \text{ и } z = \pm a_0.$$

На фотографии пучка вблизи резонанса $4\dot{\varphi}_z = 3$ (рис.2б) частицы с координатой $z = 0$ видны как ореол вокруг центрального сгустка.

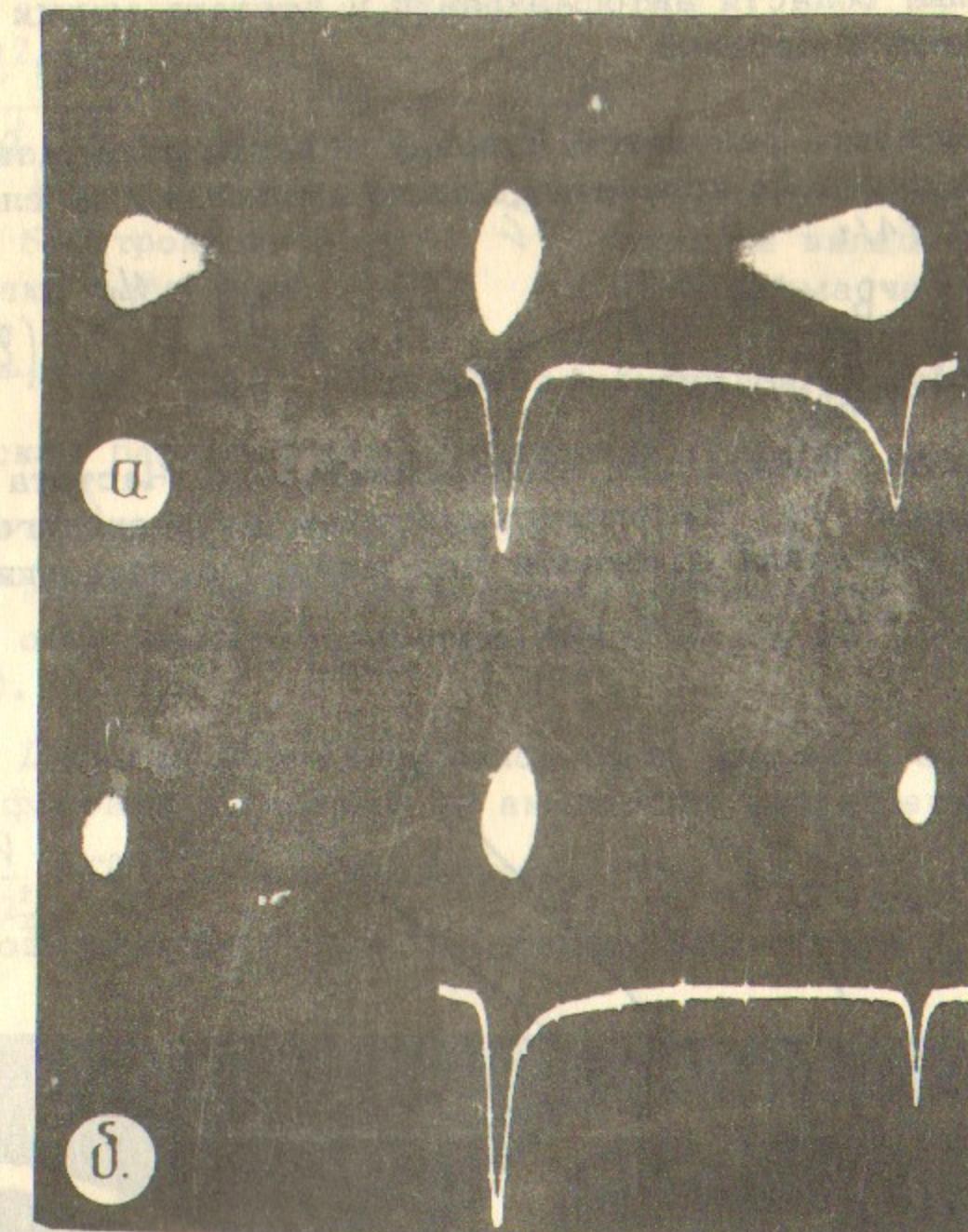


Рис.2. Фотографии пучка и осциллограммы распределения плотности частиц в вертикальном направлении вблизи резонансов:

а) линейный резонанс,

б) резонанс $4\dot{\varphi}_z = 3$,

б) Ширина области автофазировки и частота малых фазовых колебаний.

Основные

Зная мощность резонанса, ширину области автофазировки и частоту малых фазовых колебаний, можно вычислить по следующим формулам [4]:

$$\Delta a = \frac{1}{a_0} \left(\frac{B}{q \frac{\partial V}{\partial a_z^2}} \right)^{1/2} \quad (7); \quad \nu_\varphi = \left(q B \frac{\partial V}{\partial a_z^2} \right)^{1/2} \quad (8).$$

Эти же параметры измерялись экспериментально. Частота малых фазовых колебаний ν_φ измерялась методом резонансного возбуждения. Из уравнения движения для малоого отклонения ампли-

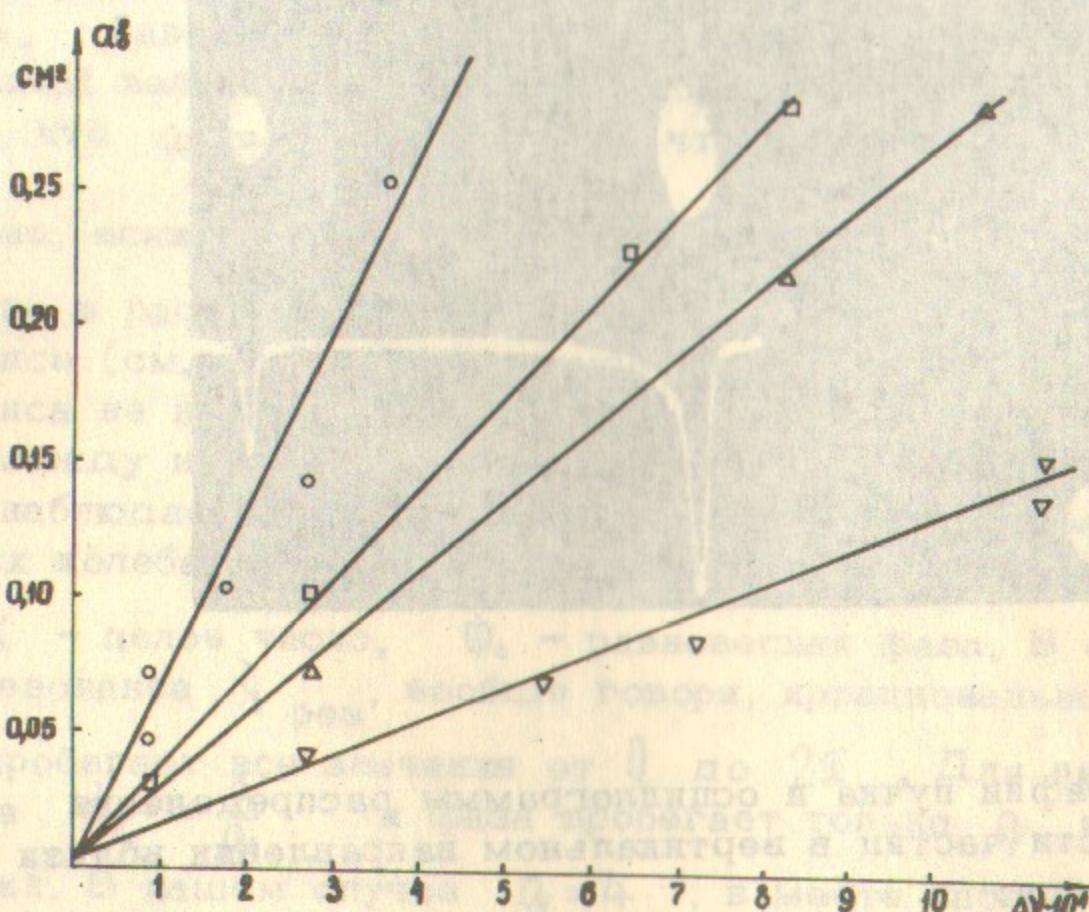


Рис.3. Зависимость положения равновесной амплитуды a_0 от расстройки частоты.

туды от равновесного значения a_0 :

$$\frac{d^2(\delta a)}{d\theta^2} + \nu_\varphi^2 \delta a = - \frac{d^2 a_0}{d\theta^2},$$

где $\delta a = a - a_0$, и формулы (2), (8) видно, что при модуляции бетатронной частоты ν основной вклад в резонансную раскачку даёт член $\frac{d^2 a_0}{d\theta^2}$ и необходима частота модуляции

$\nu_M = \nu_\varphi$. В случае амплитудной модуляции возмущающей силы работает параметрический резонанс на частоте

$$\nu_M = 2\nu_\varphi$$

Использовались оба метода. Увеличение амплитуд колебаний в области автофазировки наблюдалось по диссектору (см. рис.4).

Для линейного резонанса была измерена зависимость частоты фазовых колебаний от амплитуды напряжения раскачки при $\frac{\partial V}{\partial a_z^2} = \text{const}$ и зависимость ν_φ от $\frac{\partial V}{\partial a_z^2}$ при постоянной возмущающей силе (см.рис.5). Видно, что $\nu_\varphi^2 = K U_B \frac{\partial V}{\partial a_z^2}$.

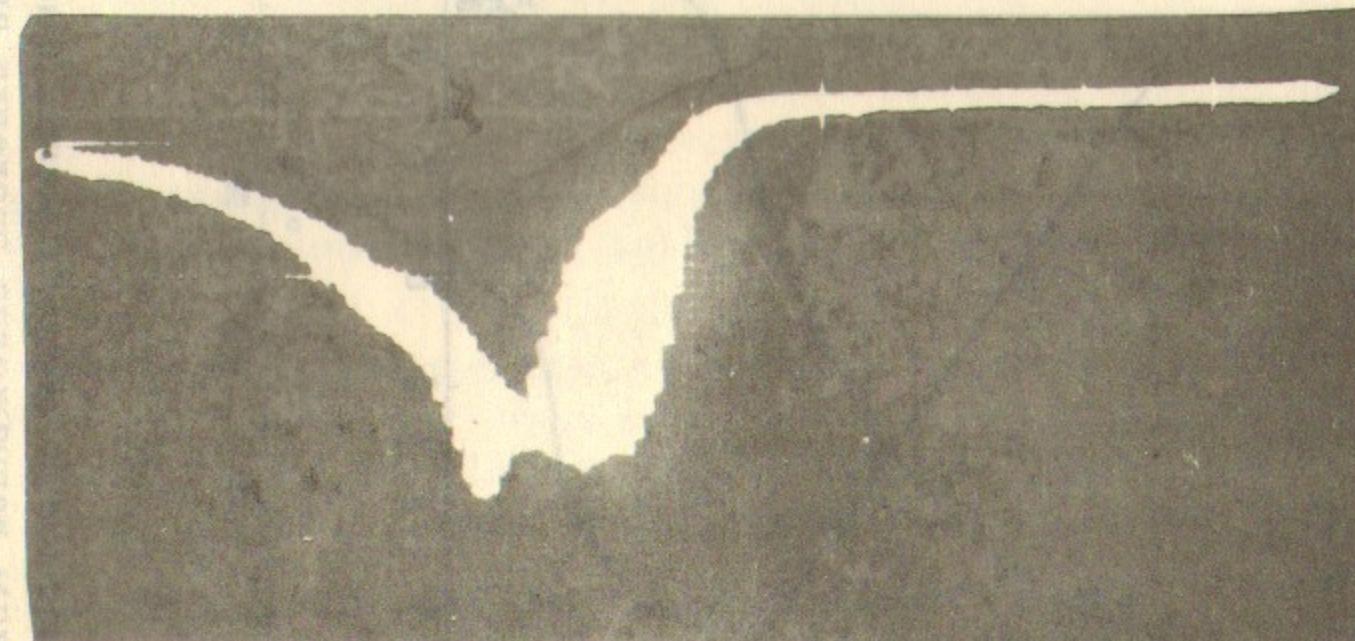


Рис.4. Осциллограмма распределения плотности частиц в ОБА при резонансной раскачке.

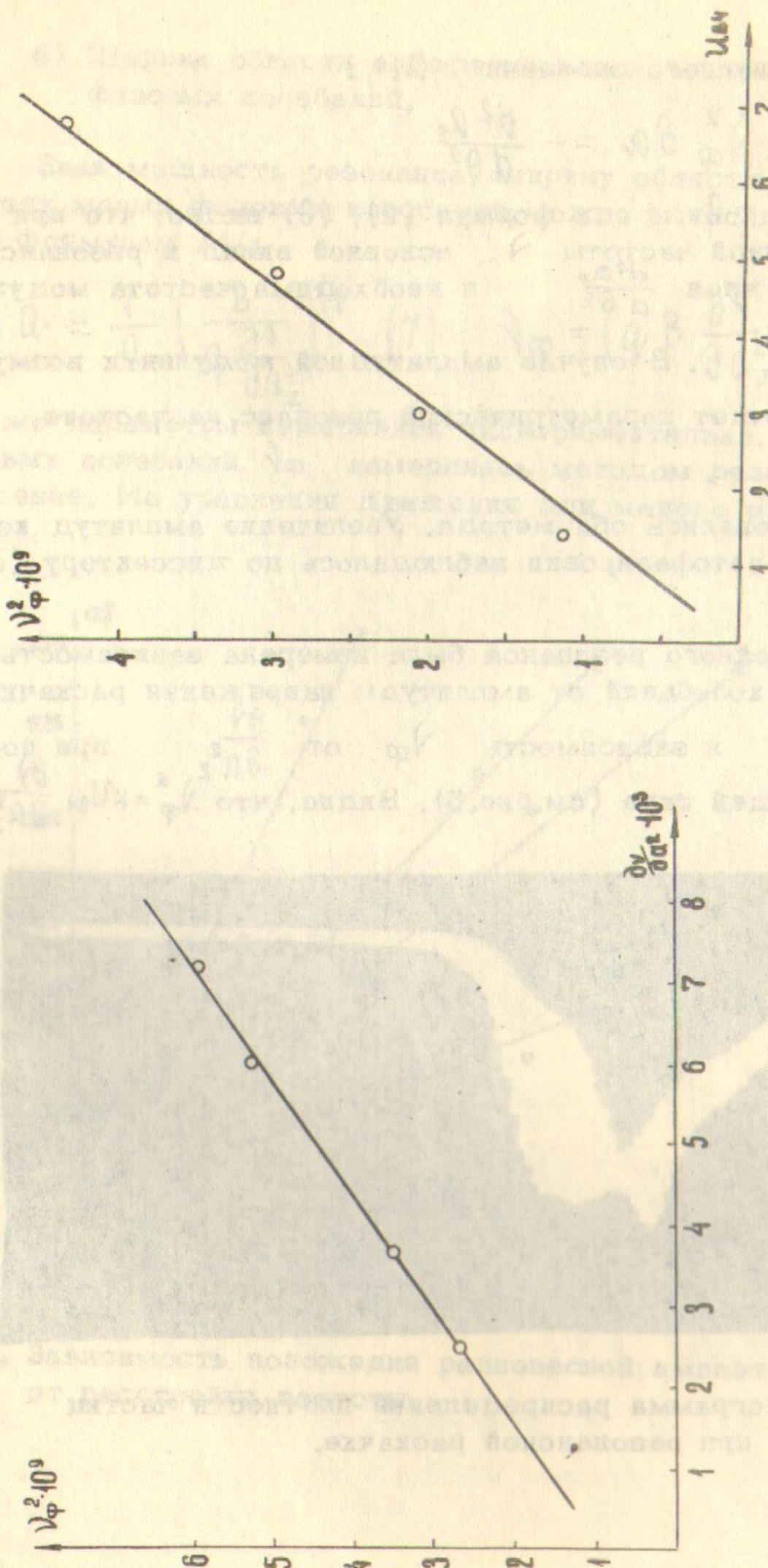


Рис.5. Зависимость частоты малых фазовых колебаний от
а) амплитуды напряжения раскачки при $U_{\text{ф}} = 20 \text{ МГц}$,
б) от кубической нелинейности при $U_{\text{ф}} = 20 \text{ МГц}$

Абсолютные оценки $\sqrt{\frac{dV_\phi^2}{dU_\phi}} = 0.8 \sqrt{\frac{\partial V_z}{\partial a^2}}$ совпадают с измеренными с точностью 30%.

Ширина области автофазировки Δa определялась по зависимости времени жизни частиц в области автофазировки от размера пучка в области автофазировки. Размер пучка a_0 можно было увеличивать нерезонансным способом [6] и измерять с помощью диссектора [6]. Если a_0 сравним с Δa , то время жизни определяется формулой $T_z = T_z \frac{1}{2} \frac{\Delta H}{\Delta H_{\max}} \exp \frac{\Delta H_{\max}}{\Delta H}$, где T_z — время затухания, $\frac{\Delta H_{\max}}{\Delta H} = \frac{2(\Delta a)^2}{a_0^2}$.

Зависимость времени жизни от размера пучка показана на рис.6.

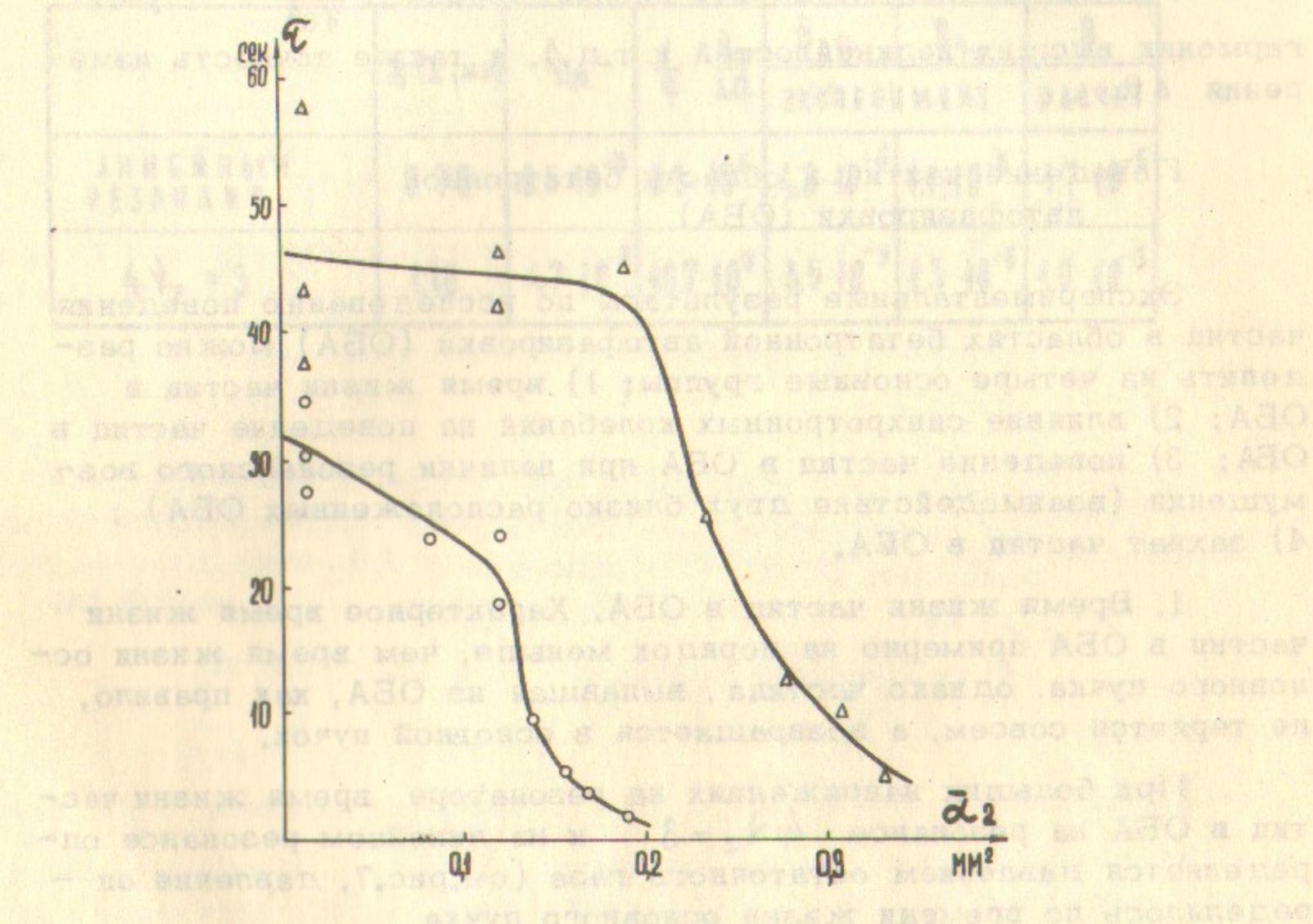


Рис.6. Зависимость времени жизни частиц в области автофазировки от размера пучка:

○ — линейный резонанс, Δ — резонанс $4V_z = 3$

Одновременно измерялась частота малых фазовых колебаний ν_ϕ . Из измеренных величин $\Delta\alpha$ и ν_ϕ можно независимо вычислить мощность резонанса. Отношение этих величин

$\frac{1}{q} \frac{\nu_\phi}{\Delta\alpha} = \alpha_0 \frac{\partial \nu}{\partial \alpha^2}$, не зависящее от мощности резонанса, позволяет судить о точности измерений. Результаты измерений приведены в табл.1, где приводится также расчётное значение мощности. Измерения проводились при $\alpha_0 = 0,45$ см;

$$\left(\frac{\partial \nu_z}{\partial \alpha^2} \right)_0 = 3,6 \cdot 10^{-3}; \quad U_{B4} = 6 \text{ в}$$

Соответствие между расчётым и измеряемыми значениями мощности резонансов можно считать удовлетворительным, учитывая некоторые неопределённости, связанные с вычислением мощности резонансов (азимутальное распределение $\frac{\partial \nu}{\partial \alpha^2}$, учёт гармоник высших нелинейностей и т.д.), а также точность измерения $\Delta\alpha$.

Поведение частиц в области бетатронной автофазировки (ОБА)

Экспериментальные результаты по исследованию поведения частиц в областях бетатронной автофазировки (ОБА) можно разделить на четыре основные группы: 1) время жизни частиц в ОБА; 2) влияние синхротронных колебаний на поведение частиц в ОБА; 3) поведение частиц в ОБА при наличии резонансного возмущения (взаимодействие двух близко расположенных ОБА); 4) захват частиц в ОБА.

1. Время жизни частиц в ОБА. Характерное время жизни частиц в ОБА примерно на порядок меньше, чем время жизни основного пучка, однако частица, выпавшая из ОБА, как правило, не теряется совсем, а возвращается в основной пучок.

При больших напряжениях на резонаторе время жизни частиц в ОБА на резонансе $4\nu_z = 3$ и на линейном резонансе определяется давлением остаточного газа (см.рис.7, давление определялось по времени жизни основного пучка

$$P_{(\text{торр})} = \frac{1}{3,1 \cdot 10^4 \cdot t_{(\text{сек})}} / 71.$$

Для сравнения с экспериментом был выведен расход газа, необходимый для восстановления обратным, т.е. для восстановления первоначального размера пучка частиц до срока $t = 4\nu_z - \text{запас ОБА}$. Премеже всего, в опытах, определяющих зависимость расстояния до захвата остаточного газа, показано и тому, что частота колебаний колебание частоты $|\Delta\omega| > \Delta\omega$. Торновые колебания за пределами остаточного газа и первоначального расстояния до захвата остаточного газа также доказывают тому, что частота показывает ν_ϕ , если отклонение энергии частицы E от равновесного значения превышает допустимую величину A .

Таблица I
Расчетные и измеренные параметры областей автофазировки

	$\Delta\alpha$ (мм)	ν_ϕ	$\frac{1}{q} \frac{\nu_\phi}{\Delta\alpha}$	$V_{\Delta\alpha}$		V
				ЭКСПЕРИМЕНТ	РАСЧЕТ	
ЛИНЕЙНЫЙ РЕЗОНАНС	0,78	$6,5 \cdot 10^{-5}$	$83 \cdot 10^5$	$4,3 \cdot 10^{-6}$	$4,1 \cdot 10^{-6}$	$4,7 \cdot 10^{-6}$
$4\nu_z = 3$	1,10	$47 \cdot 10^{-5}$	$107 \cdot 10^5$	$3,5 \cdot 10^{-5}$	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$

Время жизни синхротронных колебаний из-за захвата частиц в ОБА.

Время жизни синхротронных колебаний из-за захвата частиц в ОБА определяется методом измерения этого времени в области, где частица живет дольше, чем в ОБА. Для этого в ОБА вводят генератор синхротронных колебаний, частота которого должна быть равна частоте синхротронных колебаний в ОБА. При этом возникает серия синхротронных колебаний, отставших от основного пучка на $\Delta\nu = 10^5$

График зависимости времени жизни частиц от давления газа в ОБА. График показывает, что время жизни частиц в ОБА уменьшается с увеличением давления газа в ОБА. При давлении газа в ОБА выше 10^{-6} торновые колебания становятся доминирующими.

График зависимости времени жизни частиц от частоты колебаний в ОБА. График показывает, что время жизни частиц в ОБА уменьшается с увеличением частоты колебаний в ОБА. При частоте колебаний в ОБА выше 10^5 торновые колебания становятся доминирующими.

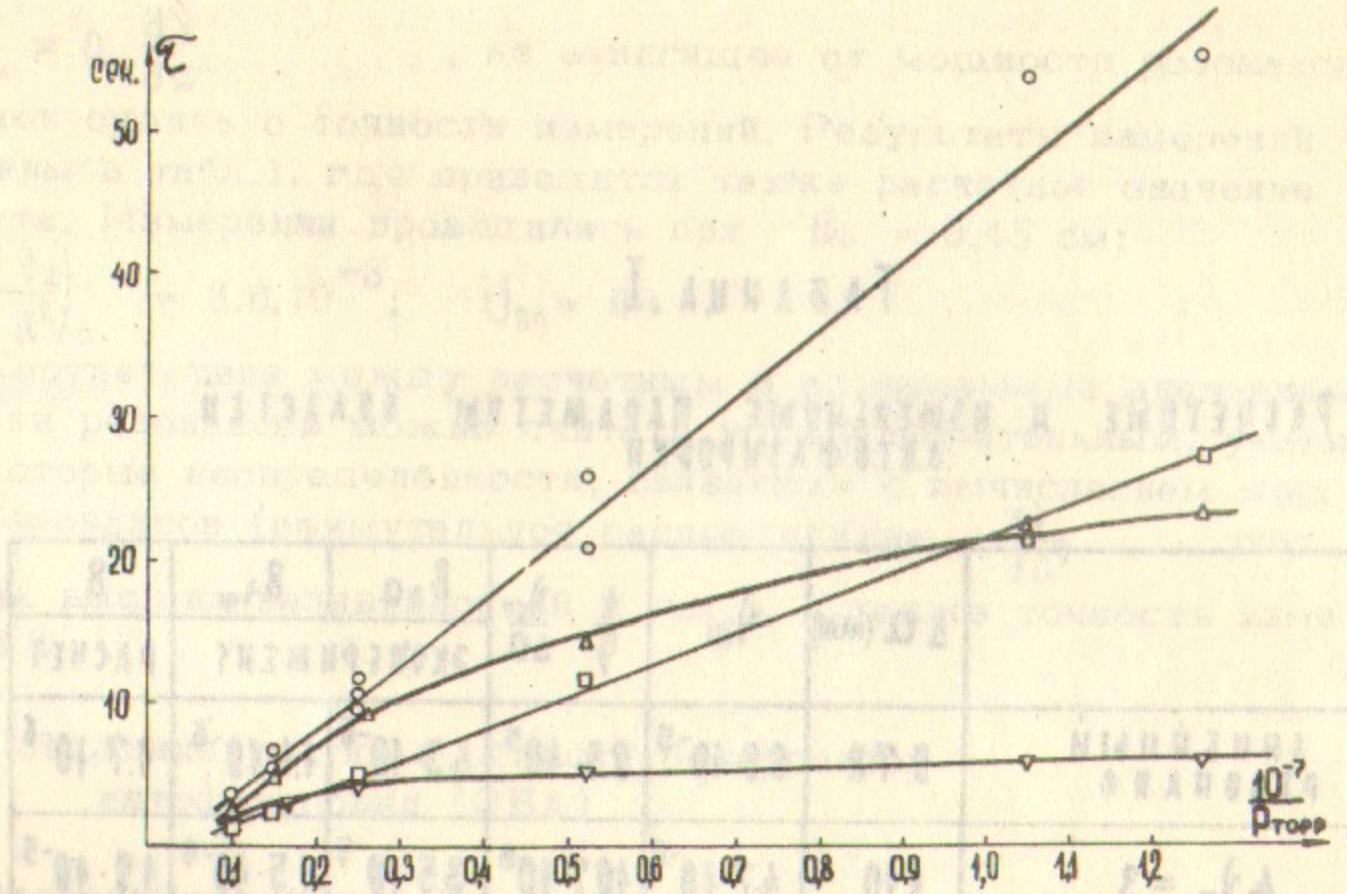


Рис.7. Зависимость времени жизни частиц в ОБА от давления остаточного газа для разных напряжений на резонаторе: \circ , Δ , ∇ - резонанс $4V_z = 3$, $0 - V_p = 5.2$ кв, $\Delta - V_p = 3.2$ кв, $\nabla - V_p = 2.8$ кв, \square - линейный резонанс $V_p = 5.2 \div 2.8$ кв.

Для сравнения с экспериментом был проделан расчёт. Многократными процессами пренебрегли, так как естественный вертикальный размер пучка мал по сравнению с Δa - шириной ОБА. Время жизни, в основном, определяется однократным рассеянием на атомах остаточного газа, приводящим к тому, что частица получает изменение амплитуды $|a - a_0| > \Delta a$ и покидает ОБА. Тормозное излучение на ядрах остаточного газа и неупругое рассеяние на электронах атомов остаточного газа также приводят к тому, что частица покидает ОБА, если отклонение энергии частицы ΔE от равновесного значения E_s превышает допустимую величину ΔE_{max} . По причинам, которые будут рассмотрены ниже, допустимая величина ΔE_{max} для ОБА существенно меньше, чем для основного пучка, поэтому для $P = 8 \cdot 10^{-8}$ мм рт.ст. время жизни в ОБА $\tau_{\text{б-эл.}} = 1000$ сек; $\tau_{\text{б-эл.}} = 350$ сек. На

рис.8 приведены: (1) - расчётная кривая с учётом однократного рассеяния, образования β -электронов и тормозного излучения; (2) - экспериментальные точки, измеренные на линейном резонансе при разной ширине области автофазировки

$$(\Delta a \text{ (мм)} \approx 0.3 \sqrt{U_{B4} \text{ (В)}})$$

Экспериментальное время жизни оказывается несколько меньше расчётного, по-видимому, из-за неточности в измерении ширины ОБА.

2. Влияние синхротронных колебаний на поведение частиц в ОБА.

Как известно /8, 9/ синхротронные колебания при наличии квадратичной нелинейности приводят к частотной модуляции возбуждающей силы, которая в этом случае может быть разложена в ряд Фурье

$$f \sim \sum_{n=0}^{\infty} J_n \left(\frac{q a_r \frac{\partial V_z}{\partial r}}{V_s} \right) \cos \left(\frac{r}{q} \pm n \frac{V_s}{q} \right) \theta,$$

где q - порядок резонанса; a_r - амплитуда радиально-фа- зовых колебаний; $\frac{\partial V_z}{\partial r}$ - квадратичная нелинейность; V_s - частота синхротронных колебаний; J_n - функция Бесселя 1 ро- да n порядка. При этом возникает серия синхробетатронных резонансов, отстоящих от основного $V_z = \frac{P}{q}$ на $\Delta V_z = \pm n \frac{V_s}{q}$.

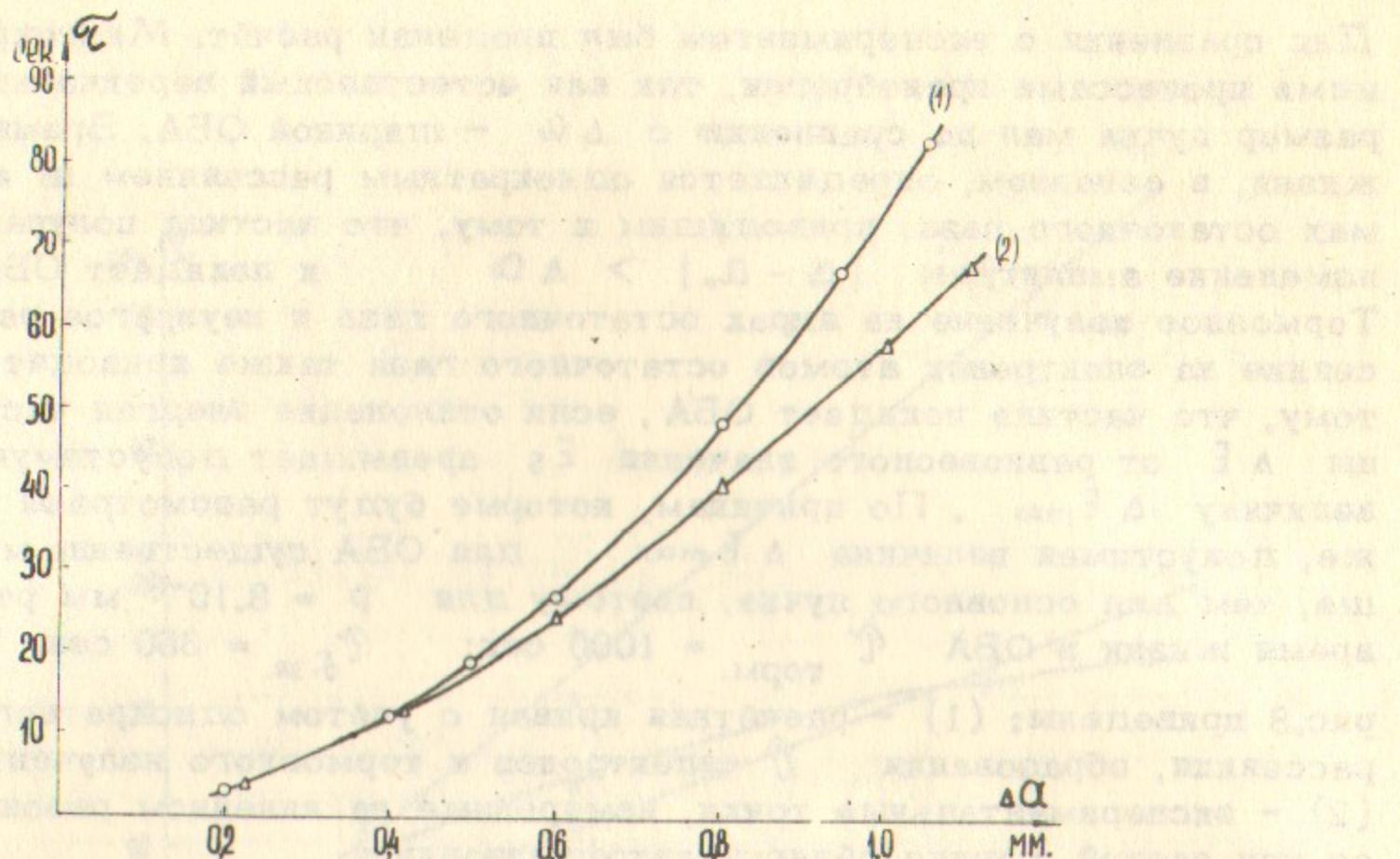


Рис.8. Зависимость времени жизни частиц в ОБА от ширины ОБА: 1 - расчётная кривая, 2 - эксперимент.

Мощность этих резонансов растёт с увеличением $X = \frac{q a_s \frac{\partial V_z}{\partial x}}{V_s}$ как $\gamma_n(X)$, мощность основного резонанса падает как $\gamma_c(X)$. Поскольку $\gamma_c(X)$ при $X_0 \approx 2.4$, то в случае, когда X сравнимо с X_0 , время жизни частиц в ОБА должно определяться квантовыми флюктуациями излучения - многократным процессом, определяющим a_s .

Действительно, на рис.7 видно, что при малом напряжении V_p на резонаторе (маленькая величина V_s , большой аргумент X) время жизни частиц в ОБА резонанса $4V_z = 3$ не зависит от давления остаточного газа и определяется, следовательно, не однократным рассеянием на атомах остаточного газа.

Было изучено влияние величины аргумента X на время жизни частиц в ОБА резонанса $4V_z = 3$. Частота синхротронных колебаний V_s изменялась путем изменения напряжения на резонаторе ($V_s = 2.4 \cdot 10^{-3} \sqrt{V_p} (\text{кв})$), амплитуда радиально-фазовых колебаний a_s увеличивалась с помощью когерентной раскачки /6/, величина квадратичной нелинейности изменялась с помощью секступоля. Из рис.9, 10 видно, что время жизни частиц в ОБА становится малым (≈ 1 сек) при одной и той же величине $X \approx 1$.

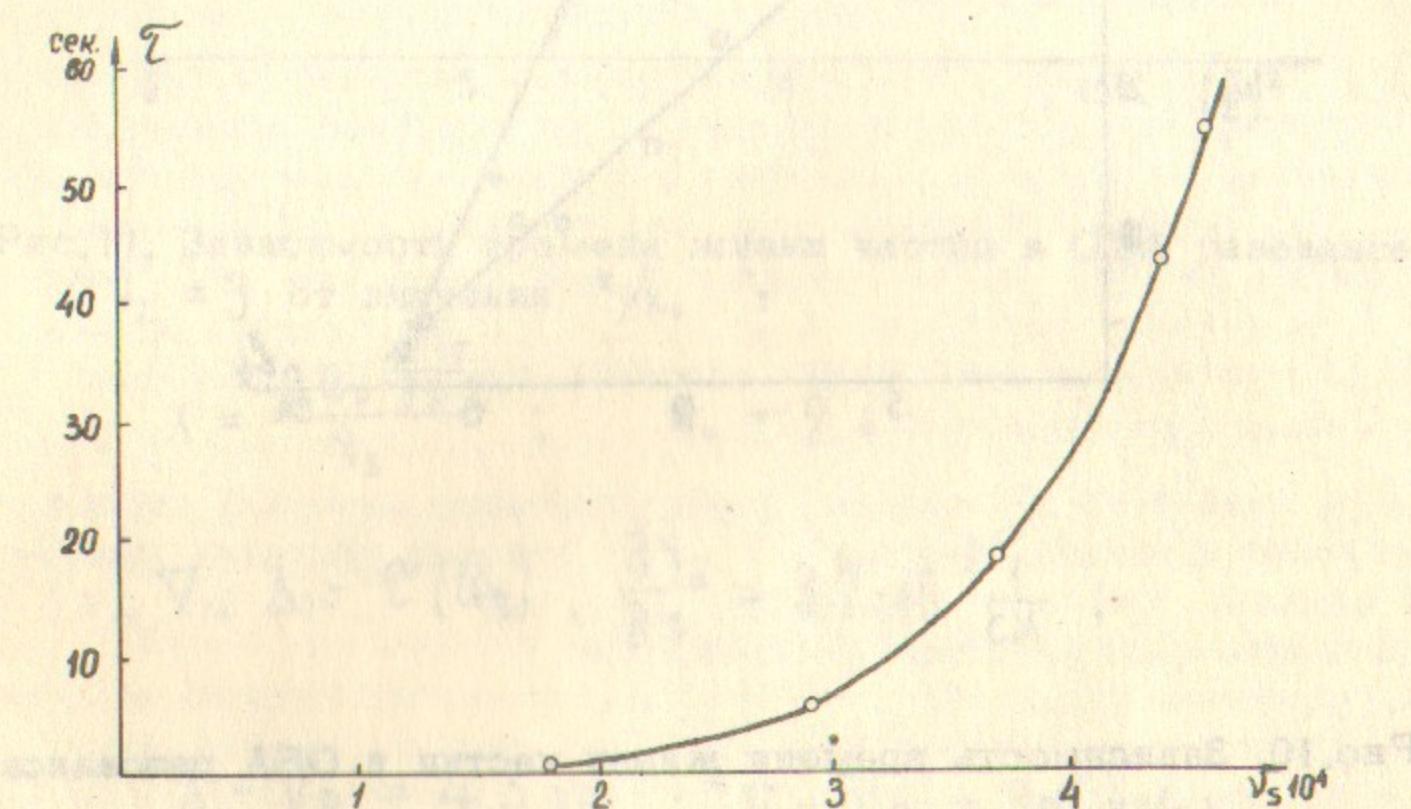


Рис.9. Зависимость времени жизни частиц в ОБА резонанса $4V_z = 3$ от частоты синхротронных колебаний.

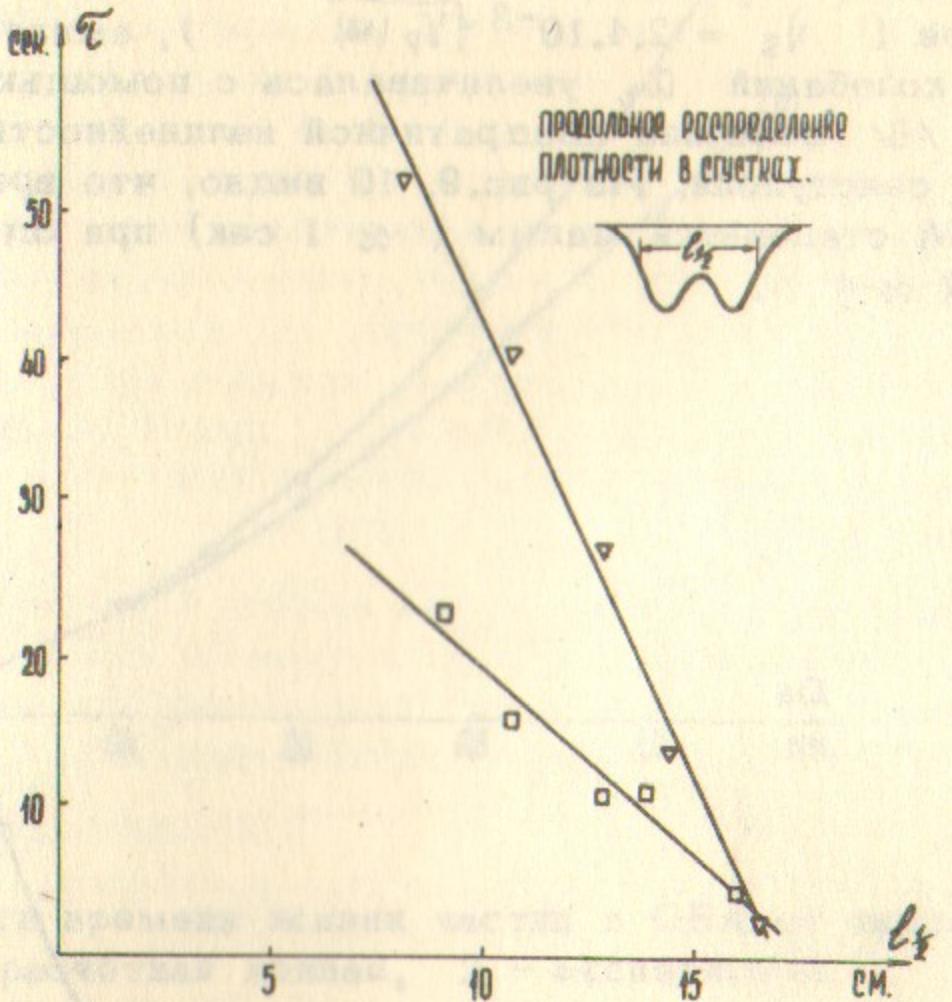


Рис.10. Зависимость времени жизни частиц в ОБА резонанса
 $4\sqrt{z} = 3$ от продольного размера сгустка
 $\nabla - V_p = 4.3 \text{ кв}; \quad \square - V_p = 3.4 \text{ кв.}$

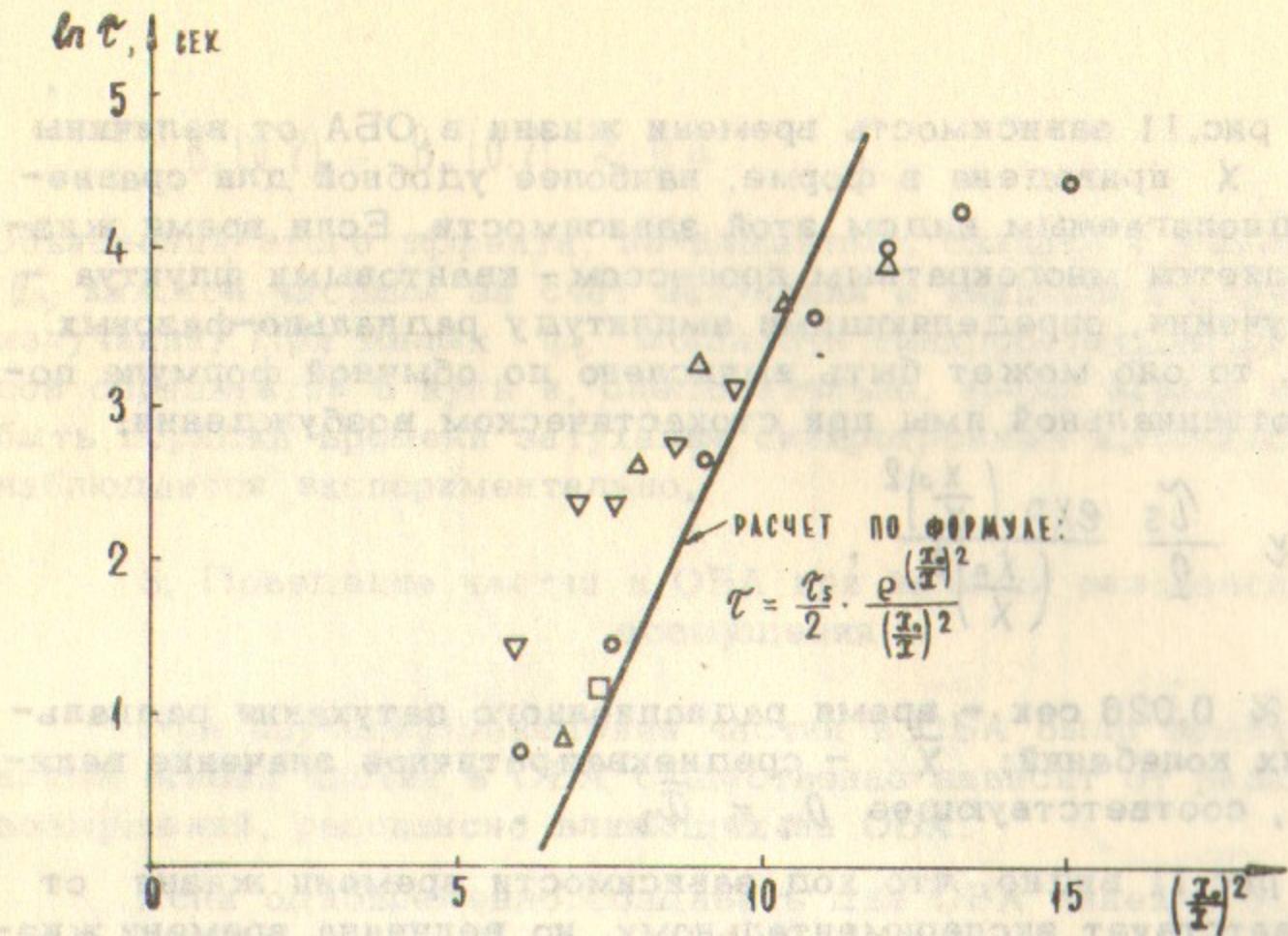


Рис.11. Зависимость времени жизни частиц в ОБА резонанса
 $4\sqrt{z} = 3$ от значения x/x_0 :

$$x = \frac{q \bar{a}_r \frac{\partial \sqrt{z}}{\partial r}}{\sqrt{s}}; \quad x_0 = 2.4$$

$$\nabla, \Delta - \tilde{\tau}(a_r); \quad \frac{\partial \sqrt{z}}{\partial r} = 3.7 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{см}}$$

$$\Delta - V_p = 4.3 \text{ кв}; \quad \nabla - V_p = 3.4 \text{ кв};$$

$$\square - \tilde{\tau}\left(\frac{\partial \sqrt{z}}{\partial r}\right); \quad V_p = 3.9 \text{ кв}; \quad \bar{a}_r = 2.34 \cdot 10^{-2} \text{ см};$$

$$\circ - \tilde{\tau}(V_p); \quad \frac{\partial \sqrt{z}}{\partial r} = 3.7 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{см}}; \quad \bar{a}_r = 2.34 \cdot 10^{-2} \text{ см}$$

На рис.11 зависимость времени жизни в ОБА от величины аргумента X приведена в форме, наиболее удобной для сравнения с предполагаемым видом этой зависимости. Если время жизни определяется многократным процессом - квантовыми флюктуациями излучения, определяющими амплитуду радиально-фазовых колебаний, то оно может быть вычислено по обычной формуле потерь из потенциальной ямы при стохастическом возбуждении:

$$\bar{\tau} \approx \frac{\bar{\tau}_s}{2} \frac{\exp\left(\frac{X_0}{X}\right)^2}{\left(\frac{X_0}{X}\right)^2},$$

где $\bar{\tau}_s \approx 0,026$ сек - время радиационного затухания радиально-фазовых колебаний; \bar{X} - среднеквадратичное значение величины X , соответствующее $A_\gamma = \bar{A}_\gamma$.

Из рис.11 видно, что ход зависимости времени жизни от X соответствует экспериментальному, но величина времени жизни, полученная из расчета, примерно в 3 раза меньше экспериментальной. Это можно объяснить тем, что частица не обязательно успеет выйти из ОБА за то короткое время (меньшее или порядка $\bar{\tau}_s$), в течение которого $X \geq X_0$. При достаточно малых $X < 0,3 X_0$ время жизни определяется другими процессами (однократным рассеянием и т.д.).

Для линейного резонанса, возбуждаемого внешней раскачкой, аргумент функции Бесселя X при рабочих условиях значительно меньше, чем для резонанса $4\sqrt{z} = 3$, так как $q=1$ и эффективная квадратичная нелинейность

$$\left(\frac{\partial \sqrt{z}}{\partial \gamma}\right)_{\text{лин.}} = \frac{\partial \sqrt{z}}{\partial \gamma} - \frac{\sqrt{z}}{R} < \frac{\partial \sqrt{z}}{\partial \gamma}$$

Экспериментально измеренное время жизни не зависит от напряжения на резонаторе. Неясным, однако, остается тот факт, что для линейного резонанса время жизни резко уменьшается при больших амплитудах радиальнофазовых колебаний (таких же, как и для резонанса $4\sqrt{z} = 3$).

Время жизни частиц в ОБА на синхробетатронных резонансах оказывается очень малым: $\bar{\tau} \approx 0,1$ сек на первом синхробетатронном резонансе от $4\sqrt{z} = 3$, хотя мощность этого резонанса, вычисленная для $A_\gamma = \bar{A}_\gamma = \sqrt{A_\gamma^2}$ достаточно велика

$$B_1(0.7) : B_0(0.7) \approx 0.4.$$

Объяснение этого эффекта, по-видимому, связано с изменением A_γ каждой частицы за счёт затухания и квантовых флюктуаций излучения. При малых A_γ мощность синхробетатронных резонансов обращается в нуль и, следовательно, время жизни должно быть порядка времени затухания синхротронных колебаний, что и наблюдается экспериментально.

3. Поведение частиц в ОБА при наличии резонансного возмущения

При изучении поведения частиц в ОБА было замечено, что время жизни частиц в ОБА существенно зависит от различных возмущений, резонансно влияющих на ОБА.

Если одновременно создавать две ОБА линейного резонанса, подавая на разные пластины раскачки напряжения

$$U_1 = V_1 \sin[(1-\sqrt{z}) \omega_c t] + \Delta \sqrt{z} \omega_c t \quad \text{и} \quad U_2 = V_2 \sin[(1-\sqrt{z}) \omega_c t] + \Delta \sqrt{z} \omega_c t, \quad \text{где } \sqrt{z} - \text{частота бетатронных колебаний, а} \\ \omega_c - \text{частота обращения; в первую из ОБА захватить электроны и менять } \Delta \sqrt{z}, \text{ то оказалось при } \Delta \sqrt{z} = \sqrt{\omega_c} \quad (\sqrt{\omega_c} - \text{частота малых фазовых колебаний в ОБА}) \text{ время жизни частиц в ОБА резко уменьшается.}$$

Такой же эффект наблюдается, если возмущением является ОБА синхробетатронного резонанса. На рис.12 показана зависимость времени жизни частиц в ОБА линейного резонанса от частоты синхротронных колебаний (частота менялась изменением напряжения на резонаторе). Минимумы времени жизни наблюдаются, если $\sqrt{z} - \left(\frac{3}{4} - \frac{n}{4}\right) \sqrt{s} = \pm \sqrt{\omega_c}$, где $\sqrt{\omega_c}$ - частота фазовых колебаний в ОБА синхробетатронного, либо в ОБА линейного резонансов.

Аналогичные результаты наблюдаются для частиц в ОБА резонанса $4\sqrt{z} = 3$, если возмущением является ОБА линейного резонанса (см.рис.13).

Следует отметить, что уменьшение времени жизни всегда

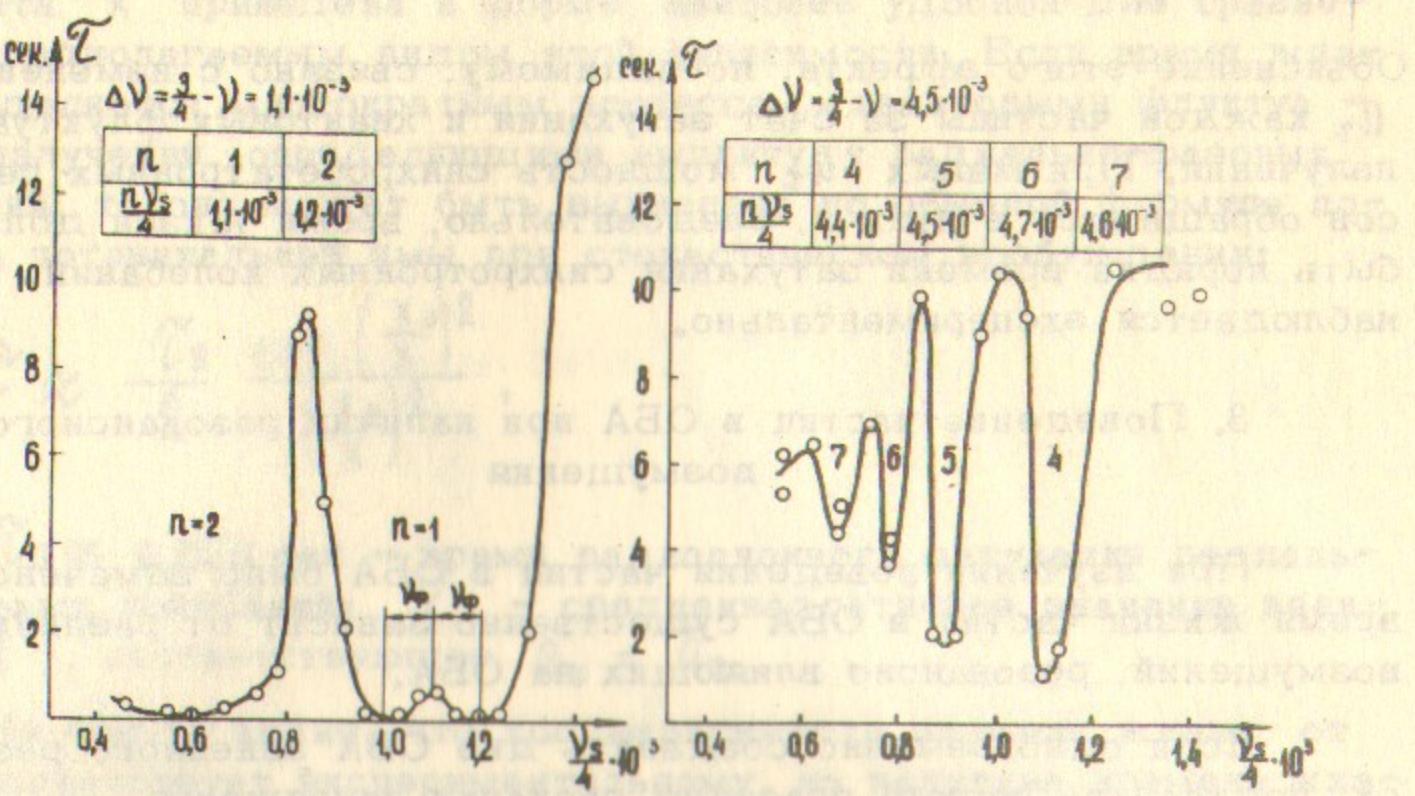


Рис.12. Зависимость времени жизни частиц в ОБА линейного резонанса от частоты синхротронных колебаний (возмущение-ОБА синхробетронных резонансов от $4\sqrt{z}=3$).

сопровождается увеличением размера пучка в ОБА, однако такое же искусственное увеличение размера пучка в отсутствие резонансных возмущений не приводит к уменьшению времени жизни в ОБА.

Все эти результаты, возможно, объясняются уменьшением ширины ОБА на толщину стохастического слоя, образующегося вблизи сепаратрисы при взаимодействии двух, близко расположенных областей автофазировки / 2,3 /.

К сожалению, мы непосредственно не измеряли уменьшение ширины ОБА (что в принципе можно сделать) в зависимости от параметров возмущения: мощности и частотной расстройки. Поэтому проводить точные количественные оценки мы не можем, т.к. уменьшение времени жизни частиц в ОБА обязано двум эф-

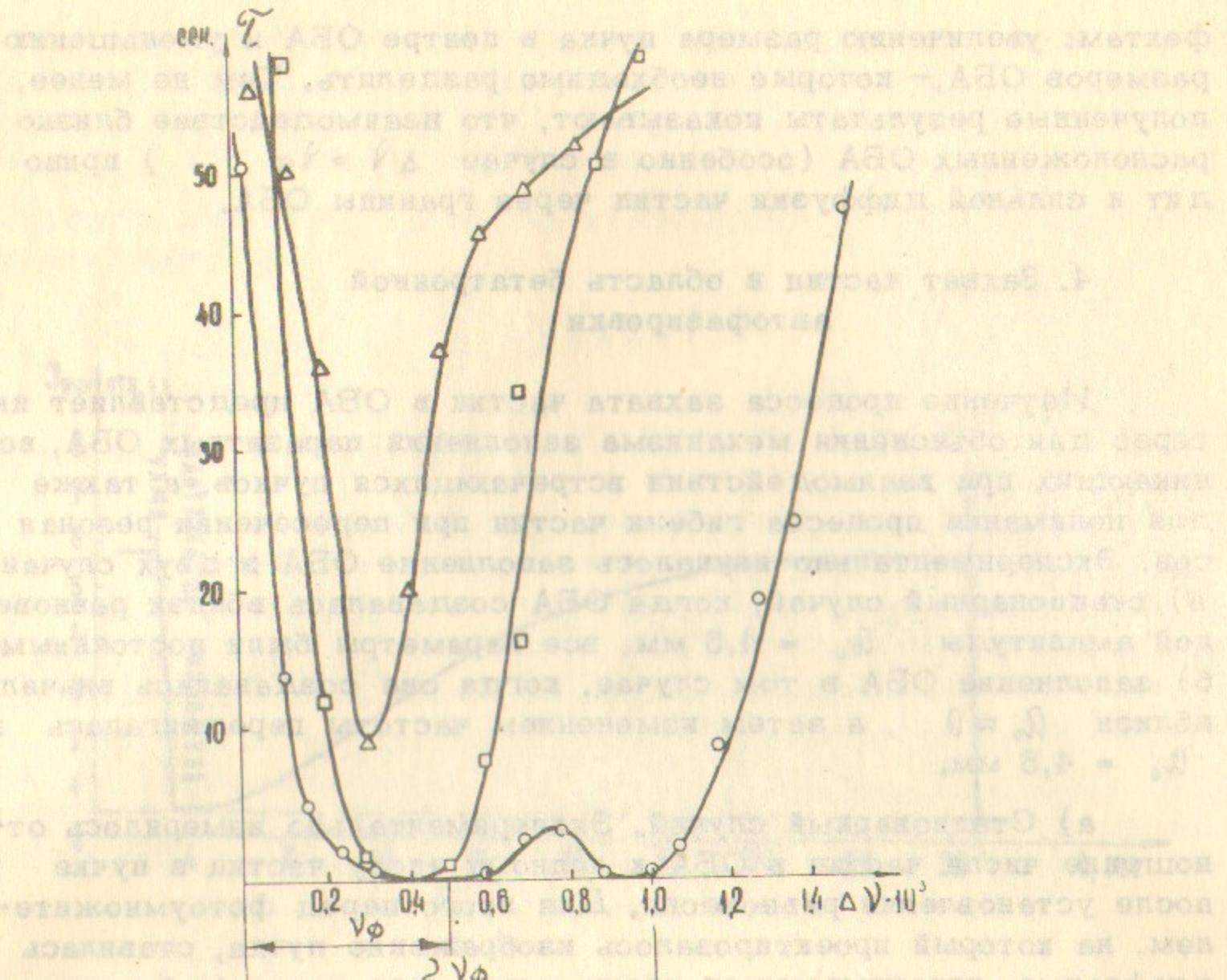


Рис.13. Зависимость времени жизни частиц в ОБА резонанса $4\sqrt{z} = 3$ от частотной расстройки возмущения относительно резонанса $4\sqrt{z} = 3$ (возмущение-ОБА линейного резонанса) для трех значений амплитуды возмущения: $\Delta - U_{B4} = 1$ в; $\square - U_{B4} = 3$ в; $\circ - U_{B4} = 10$ в.

фектам: увеличению размера пучка в центре ОБА и уменьшению размеров ОБА, - которые необходимо разделять. Тем не менее, полученные результаты показывают, что взаимодействие близко расположенных ОБА (особенно в случае $\Delta\lambda = \lambda_f$) приводит к сильной диффузии частиц через границы ОБА.

4. Захват частиц в область бетатронной автофазировки

Изучение процесса захвата частиц в ОБА представляет интерес для объяснения механизма заполнения паразитных ОБА, возникающих при взаимодействии встречающихся пучков, а также для понимания процесса гибели частиц при пересечении резонансов. Экспериментально изучалось заполнение ОБА в двух случаях: а) стационарный случай, когда ОБА создавалась вблизи равновесной амплитуды $A_0 = 4,5$ мм, все параметры были постоянными; б) заполнение ОБА в том случае, когда она создавалась вначале вблизи $A_0 \approx 0$, а затем изменением частоты передвигалась к $A_0 = 4,5$ мм.

а) Стационарный случай. Экспериментально измерялось отношение числа частиц в ОБА к полному числу частиц в пучке после установления равновесия. Для этого перед фотоумножителем, на который проектировалось изображение пучка, ставилась диафрагма, перекрывающая центр пучка, для того, чтобы сигнал с ФЭУ был пропорционален числу частиц в ОБА. Убирая диафрагму, можно было получать сигнал, пропорциональный полному числу частиц на дорожке.

Создавая пустую ОБА линейного резонанса вблизи $A_0 = 4,5$ мм можно было затем смотреть заполнение ОБА электронами. На рис.14 показана кривая с самописца, показывающая увеличение сигнала с диафрагмированного ФЭУ после включения напряжения раскачки. Видно, что после определенного времени сигнал с ФЭУ не увеличивается, т.е. устанавливается равновесие. Были сделаны измерения отношения числа частиц в ОБА к полному числу частиц в пучке для двух значений ширины ОБА, результаты приведены в табл. 11. В этой же таблице приведено расчётное значение этих величин. Расчёт делался, исходя из следующих предположений: 1) частицы, покидая ОБА, за счёт затухания попадают опять в пучок; 2) захват в ОБА возможен только за счёт однократного рассеяния на атомах остаточного газа, приво-

дящему к тому, что частицы получают амплитуду, равную

3) первая из этих частей в основном падает за пределы ОБА, а вторая - в пучок в ОБА. Тогда, если обозначить $N_{\text{об}}$ - полное число частиц в ОБА, $N_{\text{п}}$ - число частиц в основном пучке и ОБА, то

результатом движения частиц по пучку в ОБА за счёт однократного

рассеяния будет

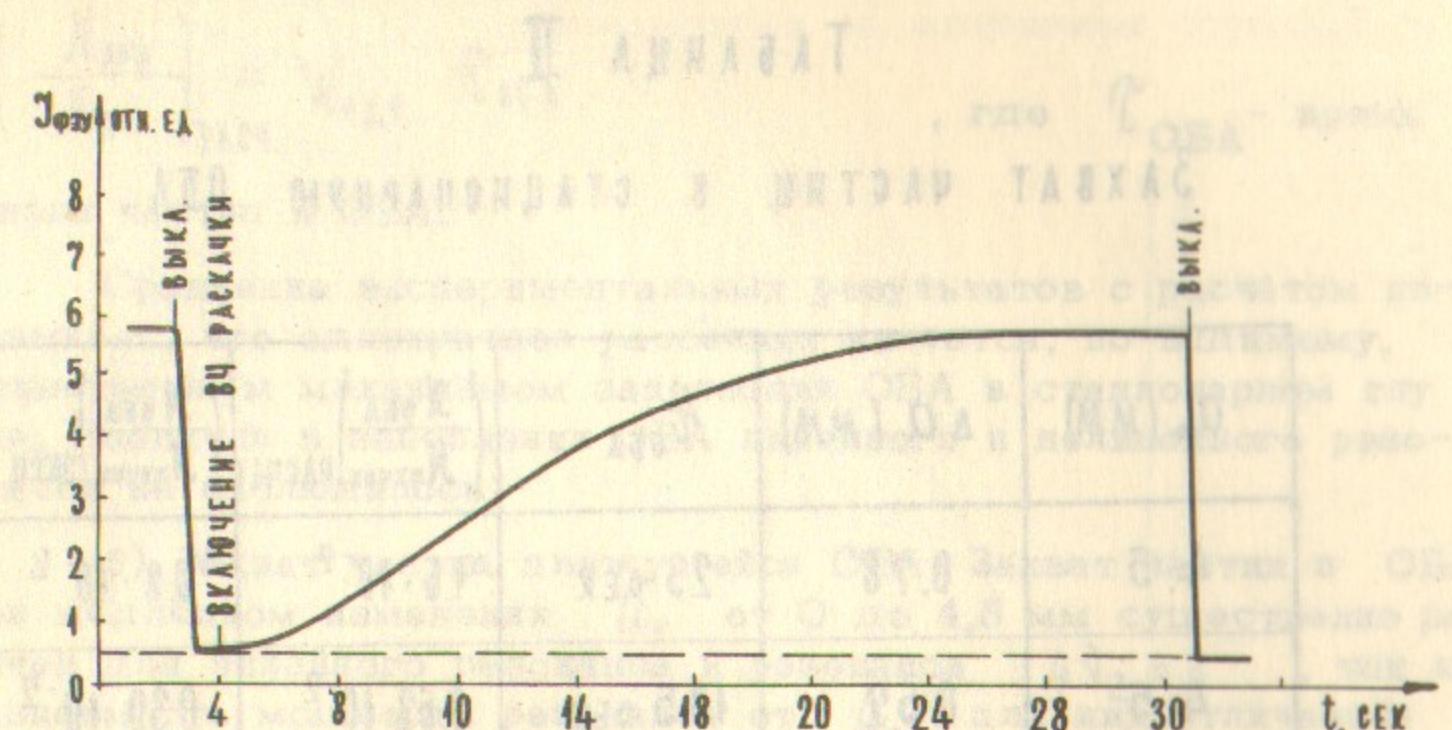


Рис.14. Зависимость тока фотоумножителя, пропорционального числу частиц в ОБА, от времени.

При одинаковой мощности для достаточной мощности работающей электронной пушки ($\approx 100\%$) (см.рис.15) Использование ОБА позволяет разогнать можно было перенести частицы на большее расстояние и захватить ОБА резонанса

влияние уменьшения радиуса пучка в центре ОБА и уменьшение
размеров ОБА на величину попадания частиц в него. Тогда же можно
доказать, что величина попадания должна быть

равна в случае однократного рассеяния

а) Захват частиц в область бегущей

ТАБЛИЦА II

ЗАХВАТ ЧАСТИЦ В СТАЦИОНАРНУЮ ОБА

a_0 (мм)	Δa (мм)	$\tau_{\text{ОБА}}$	$\left(\frac{N_{\text{ОБА}}}{N_{\text{пучок}}} \right)_{\text{РАСЧЕТ}}$	$\left(\frac{N_{\text{ОБА}}}{N_{\text{пучок}}} \right)_{\text{ЭКСП.}}$
4.5	0.78	23 сек	$1.6 \cdot 10^{-2}$	$0.8 \cdot 10^{-2}$
4.5	0.52	10.5 сек	$0.62 \cdot 10^{-2}$	$0.39 \cdot 10^{-2}$

дящего к тому, что частица получает амплитуду $a_0 \pm \Delta a$

3) время жизни частиц в основном пучке значительно больше времени жизни частиц в ОБА. Тогда, если обозначить: N_p и $N_{\text{ОБА}}$ - число частиц в основном пучке и ОБА, $W_{\text{одн.}}$ - вероятность попадания частиц из пучка в ОБА за счёт однократного рассеяния, то

$$\left(\frac{N_{\text{ОБА}}}{N_p} \right)_{\text{РАСЧ.}} = W_{\text{одн.}} \cdot \tau_{\text{ОБА}}$$

, где $\tau_{\text{ОБА}}$ - время

жизни частиц в ОБА.

Сравнение экспериментальных результатов с расчётом показывает, что однократное рассеяние является, по-видимому, единственным механизмом заполнения ОБА в стационарном случае. Различия в заполнении ОБА линейного и нелинейного резонансов не наблюдалось.

б) Захват частиц движущейся ОБА. Захват частиц в ОБА при медленном изменении a_0 от 0 до 4,5 мм существенно различен для линейного резонанса и резонанса $4\sqrt{z}=3$, так как зависимость мощности резонанса от a_0 для них отличается

$$B_L \sim a_0; \Delta a \sim (a_0)^{-\frac{1}{2}}; \text{ при } a_0 \rightarrow 0 \quad \Delta a \rightarrow \infty \text{ - линейный резонанс}$$

$$B_{3/4} \sim a_0^4; \Delta a \sim a_0; \text{ при } a_0 \rightarrow 0 \quad \Delta a \rightarrow 0 \text{ - резонанс } 4\sqrt{z}=3.$$

Поэтому для резонанса $4\sqrt{z}=3$ захват в ОБА был очень мал ($\approx 3-5\%$), захват улучшался при увеличении размера пучка.

Для линейного резонанса при достаточной мощности резонанса захватывались все частицы пучка ($\approx 100\%$) (см.рис.15). Используя ОБА линейного резонанса, можно было переводить частицы на большие амплитуды и заполнять ОБА резонанса $4\sqrt{z}=3$.

При больших токах пучка компенсация пучка ионами остаточного газа ухудшает захват и при некотором значении тока захват частиц в движущуюся ОБА прекращается (см.рис.16).

Это, по-видимому, связано с тем, что сдвиг частоты бетатронных колебаний за счёт компенсации пучка ионами искажает форму зависимости $\chi(\alpha)$ (см.рис.17), в результате частицы на большие амплитуды не затягиваются.

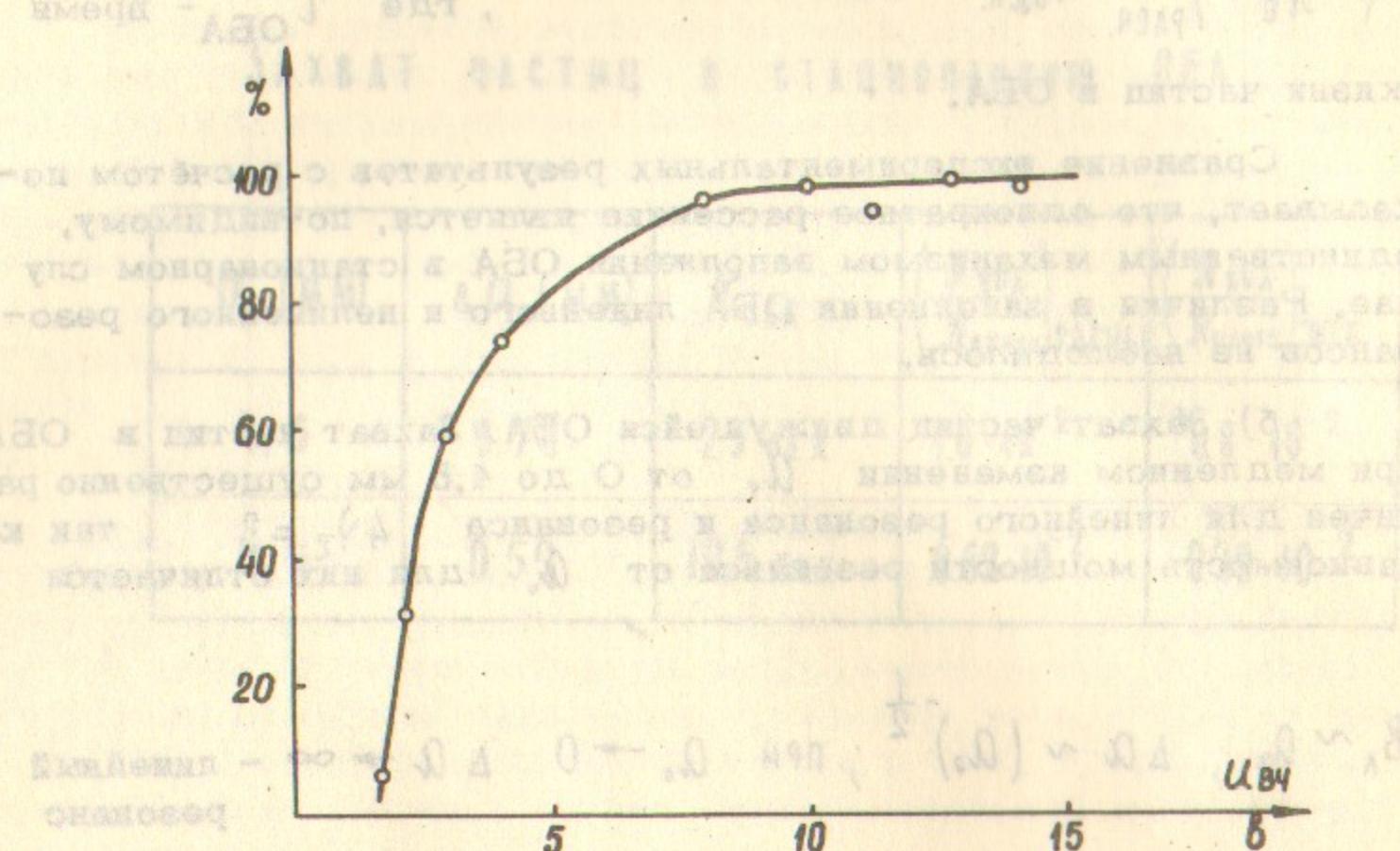


Рис.15. Доля частиц, захваченных в движущуюся ОБА линейного резонанса в зависимости от напряжения раскачки.

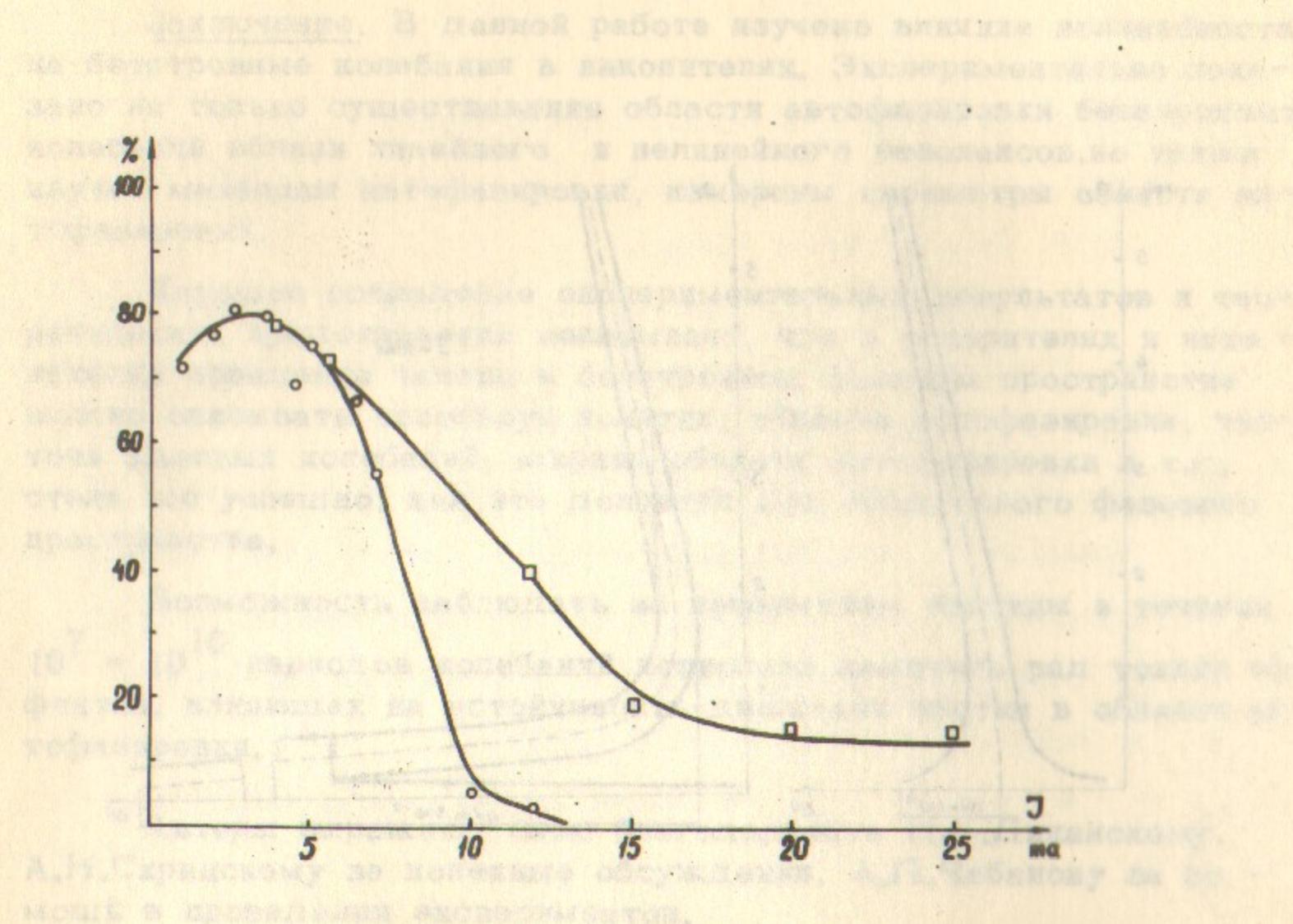


Рис.16. Доля частиц, захваченных в движущуюся ОБА линейного резонанса в зависимости от тока пучка: \circ - отсоса ионов нет; \square - включен частичный отсос ионов.

При больших токах пучка амплитуды пучка искажаются. Где удалился пучок от оси, то есть вдали от оси пучка движутся частицы, изображаются синими линиями.

Это, по-видимому, связано с тем, что сдвиг пучка бетатронных колебаний не может быть пущен волнистым, а результатом частоты на большую амплитуду не может быть.

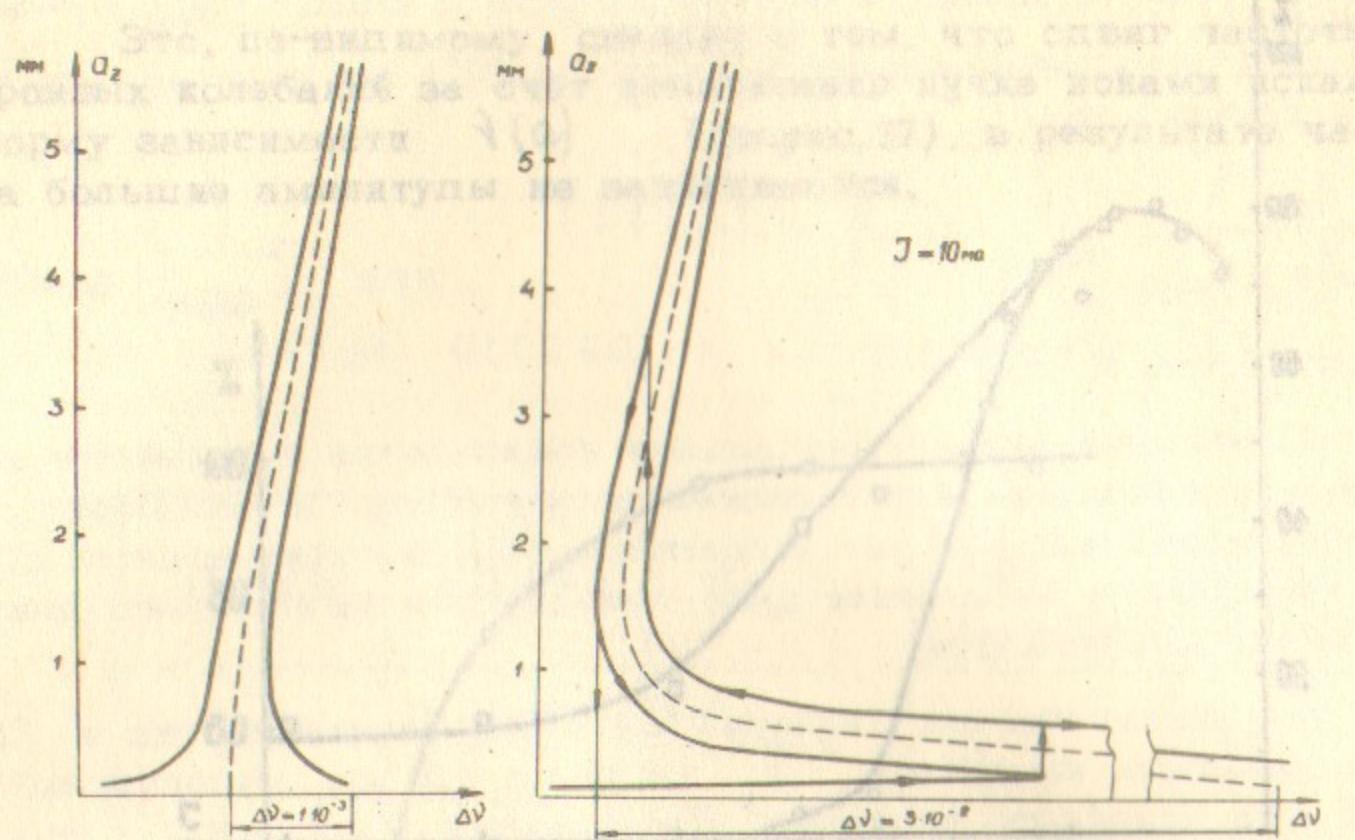


Рис.17. Зависимость частоты бетатронных колебаний от амплитуды: 1. ток пучка мал; 2. ток пучка $J \approx 10$ ма
отсоса ионов нет.

Рис. 18. Доля частот, в которых пучок поглощается ионами, распадается в зависимости от частотной раскачки.

Заключение. В данной работе изучено влияние нелинейности на бетатронные колебания в накопителях. Экспериментально показано не только существование области автофазировки бетатронных колебаний вблизи линейного и нелинейного резонансов, но также изучен механизм автофазировки, измерены параметры области автофазировки.

Хорошее совпадение экспериментальных результатов и теоретических представлений показывает, что в ускорителях и накопителях поведение частиц в бетатронном фазовом пространстве можно описывать используя понятия: область автофазировки, частота фазовых колебаний, ширина области автофазировки и т.д. Столь же успешно, как это делается для продольного фазового пространства.

Возможность наблюдать за поведением частицы в течение $10^7 - 10^{10}$ периодов колебаний позволила заметить ряд тонких эффектов, влияющих на устойчивость движения частиц в области автофазировки.

Авторы выражают свою благодарность Н.С.Диканскому, А.Н.Скринскому за полезные обсуждения, А.П.Чабанову за помощь в проведении экспериментов.

Л и т е р а т у р а

1. Б.В.Чириков. Диссертация, Новосибирск, 1968.
2. Ф.М.Израйлев, Б.В.Чириков. Препринт 191 ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск (1968).
3. М.Г.Заславский, Н.Н.Филоненко. ЖЭТФ 54, 15990 (1968).
4. Я.С.Дербенёв, С.И.Мишин, А.Н.Скринский. Атомная энергия 20, 217 (1966).
5. Г.И.Будкер, А.А.Наумов и др. Труды Международной конференции по ускорителям, стр.275. Дубна, 1968, Атомиздат.
6. Э.И.Зинин и др. Атомная энергия, 1966, вып.3, стр.220.
7. В.Л.Ауслендер и др. Атомная энергия 22, 200 (1967).
8. Ю.Ф.Орлов. ЖЭТФ 32, 130 (1957).
9. В.Л.Ауслендер и др. Атомная энергия 22, 179 (1967).

Граф. 17. Зависимость частоты бегущих волн от
энергии электронов (пункт 9). Красные кружки — для ми-
нимальных значений волны.

Л и б р а р и

1. Б.И.Чабанов. Диссертация. Новосибирск, 1969.
2. М.М.Джарбасов, Б.Р.Балбек. Проверка для ИЯФ СО АН ССР, г.Новосибирск (1968).
3. М.Г.Балбасова, Н.Н.Королевская. ЖЭТФ 44, 1980 (1981).
4. А.С.Сорбаков, С.И.Балбасов, А.Н.Сарикисов. Журнал радиоэлектроники, 20, 277 (1975).
5. Г.И.Балбасов, А.А.Балбасов и др. Труды Междисциплинарной конференции по ускорителям стр.275. Дубна, 1981 (в печати).
6. Т.И.Зинкин и др. Атомная энергия 1969, выпуск 4, стр.221.
7. В.И.Асландер и др. Атомная энергия 22, 200 (1971).
8. Ю.Ф.Орлов. ЖЭТФ 82, 190 (1981).
9. В.И.Асландер и др. Атомная энергия 22, 178 (1971).

Ответственный за выпуск А.П.Чабанов

Подписано к печати 3.Х-68 г.

Усл. 2,3 печ.листа, тираж 300

Заказ № 251, бесплатно

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН ССР, НВ