

АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

17  
препринт 205

В.Н.Байер, В.М.Галицкий, В.С.Фадин, В.А.Хозе

Двойное тормозное излучение  
при столкновениях электронов:  
жесткий конец спектра

Новосибирск  
1968

В.Н.Байер, В.М.Галицкий, В.С.Фадин, В.А.Хозе

ДВОЙНОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ  
ЭЛЕКТРОНОВ: ЖЕСТКИЙ КОНЕЦ СПЕКТРА

т о в с я д е с

А Н Н О Т А Ц И Я

—ащесб афдасб по вицеским ассе баса.  
специальна виа ово фримене по заселенем

Изучен жесткий конец спектра двойного тормозного излучения по одному и обоим фотонам. Показано, что конец спектра не содержит локальных пиков, которые могли бы дать конечный вклад в интегральное по узкому интервалу частот сечение. При рассмотрении использован вариант метода инвариантного интегрирования тензоров без фиксации частот излученных фотонов.

Изучен жесткий конец спектра двойного тормозного излучения по одному и обоим фотонам. Показано, что конец спектра не содержит локальных пиков, которые могли бы дать конечный вклад в интегральное по узкому интервалу частот сечение. При рассмотрении использован вариант метода инвариантного интегрирования тензоров без фиксации частот излученных фотонов.

Изучен жесткий конец спектра двойного тормозного излучения по одному и обоим фотонам. Показано, что конец спектра не содержит локальных пиков, которые могли бы дать конечный вклад в интегральное по узкому интервалу частот сечение. При рассмотрении использован вариант метода инвариантного интегрирования тензоров без фиксации частот излученных фотонов.

# DOUBLE BREMSSTRAHLUNG IN ELECTRON COLLISIONS:

## HARD END OF THE SPECTRUM

V.N.BAITER, V.M.GALITSKY, V.S.FADIN, V.A.KHOZE

### abstract

Hard end of the spectrum of double bremsstrahlung on energies of one and two photons has been investigated. It is shown, that end of the spectrum has no local peaks, which can give finite contribution to the integral cross-section over narrow frequency interval. Variant of the method of invariant integration of tensors without fixation of photon energy has been used.

При исследовании спектра излучения при столкновении двух электронов или электрона и позитрона было показано, что спектр не имеет локальных максимумов, которые могли бы внести конечный вклад в интегральную величину. Использованная методика инвариантной интеграции тензоров не требует фиксации энергии фотонов.

1. Процесс двойного тормозного излучения, т.е. процесс излучения двух фотонов при столкновении двух электронов или электрона и позитрона представляет большой интерес для опытов на встречных пучках, поскольку он может быть использован в качестве монитора для регистрации столкновения пучков и для нормировки сечений, исследуемых на встречных пучках. При этом основной интерес представляет процесс излучения двух фотонов в противоположные стороны (в направлении движения каждого пучка), т.к. регистрация совпадения двух фотонов позволяет отделить данный процесс от фона. Сечение двойного тормозного излучения в случае больших энергий и достаточно большого интервала частот регистрируемых фотонов может превышать сечение двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары (в случае электрон-позитронных соударений). Последнее обстоятельство связано с тем, что сечение двойного тормозного излучения, в отличие от сечения двухквантовой аннигиляции, не зависит от энергии.

Сечение двойного тормозного излучения при столкновении релятивистских электронов с точностью до малых членов  $\sim \frac{m^2}{E^2}$  было получено в работах В.Н.Байера и В.М.Галицкого /1-3/ для случаев: излучения мягких фотонов /1/, одного мягкого и одного жесткого фотона /2/ (в этой работе был сформулирован метод рассмотрения процесса), двух жестких фотонов /3/. В этих работах был найден спектр по частотам обоих фотонов

$d\sigma_{\omega_1, \omega_2}$ , проинтегрированный по конечным состояниям электронов, поскольку электроны не регистрируются и по углам вылета фотонов (что предполагает, что угловые размеры детекторов фотонов значительно превышают характерный угол излучения  $\sim \frac{m}{E}$ ). Последнее условие, однако, не выполнялось в реальных экспериментах, поэтому в работе /4/ было получено сечение излучения двух фотонов в заданный угол.

## ДВОЙНОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ЕГО СПЕКТРЫ

Экспериментальное исследование процесса двойного тормозного излучения в опытах на встречных пучках было проведено в случае электрон-электронных соударений в Новосибирске [5], позднее для случая электрон-позитронных соударений в Орсе (Франция) [6], причем оказалось, что эксперимент хорошо согласуется с теорией.

Полученная в [3,4] формула для спектра излученных фотонов имеет вид:

$$d\sigma_{\omega_1, \omega_2} = \frac{8 \gamma_0^2 \alpha^2}{\pi} \left\{ \left(1 - \frac{\omega_1}{E}\right) \left(1 - \frac{\omega_2}{E}\right) \zeta_1 + \right. \\ \left. + \left[ \left(1 - \frac{\omega_1}{E}\right) \frac{\omega_2^2}{E^2} + \left(1 - \frac{\omega_2}{E}\right) \frac{\omega_1^2}{E^2} \right] \zeta_2 + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{E^4} \zeta_3 \right\} \frac{d\omega_1}{\omega_1} \frac{d\omega_2}{\omega_2} \quad (1)$$

где

$$\zeta_1 = \frac{5}{4} + \frac{3}{8} \zeta(3), \quad \zeta_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \zeta(3)$$

$$\zeta_3 = \frac{3}{8} \zeta(3) = 1,052 \quad (2)$$

для случая, когда проведено интегрирование по всем углам вылета фотонов. Коэффициенты  $\zeta_i$  для случая излучения фотонов в заданный угол приведены в работе [4].

Заметим, что в рамках принятых приближений выражение для сечения  $d\sigma_{\omega_1, \omega_2} / d\Delta^2$  ( $\Delta$  — передача импульса) имеет строго мультипликативную форму, т.е. является произведением двух множителей, каждый из которых зависит от частоты только одного из фотонов. Вследствие того, что имеется некоторая корреляция в зависимости сечения  $d\sigma_{\omega_1, \omega_2} / d\Delta^2$  от  $\omega_1$  и  $\Delta^2$ , сечение (1) не имеет мультипликативной формы. Однако эта корреляция весьма мала и с хорошей численной точностью ( $\lesssim 1\%$ ) сечение (1) может быть представлено в мультипликативной форме, которая является весьма удобной для сравнения с экспериментом [5]:

$$d\sigma_{\omega_1, \omega_2} = \frac{8 \gamma_0^2 \alpha^2}{\pi} R(\omega_1) R(\omega_2) \frac{d\omega_1}{\omega_1} \frac{d\omega_2}{\omega_2} \quad (3)$$

где

$$R(\omega) = \sqrt{\zeta_1} \left(1 - \frac{\omega}{E}\right) + \sqrt{\zeta_3} \frac{\omega^2}{E^2} \quad (4)$$

В работах [2-4] не рассматривалась жесткая часть спектра, когда  $E - \omega_{1,2} \approx m$ , вернее расчет велся в предположении, что  $E - \omega \approx E$ . В то же время в процессе двойного тормозного излучения могут быть излучены один или два жестких фотона с энергией  $\omega \approx E - m$  (см. рис. 1, где приведена граница кинематически допустимых значений энергий фотонов  $\omega_1, \omega_2$ ). Вопрос о конце спектра двойного тормозного

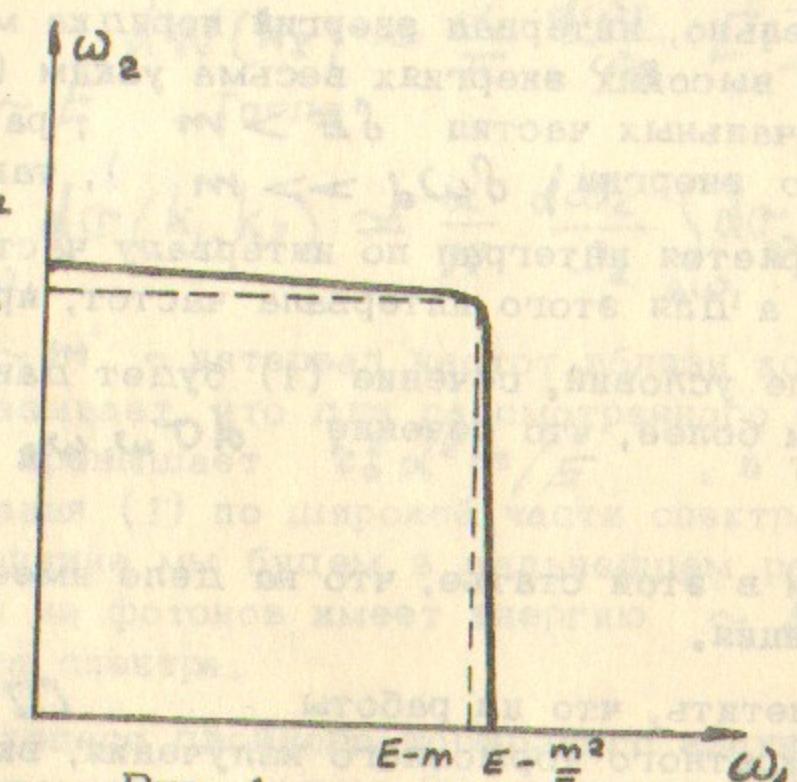


Рис. 1.

излучения представляет определенный интерес, поскольку именно этот участок спектра конкурирует с двухквантовой аннигиляцией. Строго говоря, сечение (1) неприменимо в этой области, поскольку оно не обращается в 0 на граничной кривой рис. 1, при выводе его предполагается релятивизм конечных электронов, что, вообще говоря не выполняется в конце спектра, изменяется принцип отбора главных диаграмм, принятый в [1-4] и т.д. При анализе конца спектра следует рассмотреть следующие основные задачи — на каком интервале частот неприменима формула

ла (1) и имеются ли в конце спектра локальные пики, достаточно высокие, чтобы дать заметный вклад в сечение. Членами, которые могли бы давать такие пики в конце спектра, являются, например, степени комбинации  $\frac{E^m}{(E-\omega)^2}$ , которая  $\sim \frac{m}{E}$ , если  $E-\omega \sim E$  и  $\sim \frac{E}{m}$  в конце спектра.

Если окажется, что сечение (1) отличается от точного только в узкой полосе энергий около граничной кривой рис. 1 шириной  $\sim m$  и если в этой полосе сечение не имеет высоких пиков, которые при интегрировании по узкому участку спектра давали бы вклады порядка  $\gamma_0^2 \alpha^2$ , то это будет означать, что сечение (1) применимо практически для всего спектра излученных фотонов. Действительно, интервал энергий порядка массы электрона является при высоких энергиях весьма узким (как правило разброс энергий начальных частиц  $\delta E > m$ , разрешение детекторов фотонов по энергии  $\delta \omega_d \gg m$ ), так что фактически всегда измеряется интеграл по интервалу частот  $\delta \omega \gg m$ , а для этого интервала частот, при выполнении указанных выше условий, сечение (1) будет давать правильный результат, тем более, что сечение  $d\sigma_{\omega_1, \omega_2}$  падает с ростом частоты.

Мы покажем в этой статье, что на деле имеет место именно такая ситуация.

Следует отметить, что из работы [7], где получено сечение однократного тормозного излучения, включая и жесткий конец спектра, следует, что приближенное выражение для сечения, полученное в тех же предположениях, что сечение (1), применимо еще с высокой степенью точности при  $\omega = E - m$  и отличается от точного выражения только в очень узком интервале  $\frac{m^2}{E} \leq E - \omega \ll m$ . В этом случае даже интеграл по интервалу энергий фотона  $\sim m$  в конце спектра, взятый от приближенного значения сечения, с весьма хорошей точностью совпадает с интегралом от точного выражения.

Необходимо также учесть, что точность формулы (1) определяется не весьма малыми членами  $\sim m^2/E^2$ , а радиационными поправками. Поскольку последние составляют несколько процентов, вполне достаточна такая же численная точность.

2. Приступим к рассмотрению конца спектра двойного тормозного излучения.

Прежде всего рассмотрим случай, когда один из фотонов является мягким  $\omega_2 \ll E$ , а энергия второго фотона лежит в конце спектра. В этом случае сечение имеет вид

$$d\sigma(k_1, k_2) = d\sigma(k_1) dW(k_2) \quad (5)$$

где  $d\sigma(k_1)$  сечение однократного тормозного излучения,  $dW(k_2)$  вероятность излучения мягкого фотона [7]. Как показано в [7]  $d\sigma(k_1)$  не имеет пиков в конце спектра. Функция  $dW(k_2) \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega_2}{\omega_2}$  [1], т.е. не имеет величины  $\sim E$ . Тогда

$$\int_{\Delta\omega_1} d\sigma(k_1, k_2) \simeq \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega_2}{\omega_2} \int_{\Delta\omega_1} d\sigma_{\omega_1} \simeq \frac{\gamma_0^2 \alpha^2 \Delta\omega_1}{E} \frac{d\omega_2}{\omega_2} \quad (6)$$

где  $\Delta\omega_1 \sim m$  — интервал частот вблизи конца спектра. Оценка (6) показывает, что для рассмотренного случая вклад конца спектра не превышает  $\gamma_0^2 \alpha^2 m/E$ , в то время как интеграл от сечения (1) по широкой части спектра  $\sim \gamma_0^2 \alpha^2$ . По этой причине мы будем в дальнейшем рассматривать случай, когда один из фотонов имеет энергию  $\sim E$ , а второй лежит в конце спектра.

3. Процесс двойного тормозного излучения представляется 40 диаграммами, из них 20 основных и 20 обменных (антигиппационных). В области  $E - \omega_{1,2} \gg m$  из 20 диаграмм вклад давали 8 диаграмм, на которых фотоны излучаются различными электронными линиями (рис. 2). Вклад этих диаграмм в сечение имеет вид [2]:

$$d\sigma = \frac{\alpha^4}{2(2\pi)^3 E^4} \int \frac{d\Delta^2}{\Delta^4} d\alpha_{13} d\alpha_{24} D_{\mu\nu}^{(1)} D_{\mu\nu}^{(2)\mu\nu} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} &= -(k_i p_j), \quad \hbar = m = c = 1 \\ D_{\mu\nu}^{(1)} &= \int N_{\mu\nu}^{(1)} \delta(\Delta + p_1 - p_3 - k_1) \frac{d^3 k_1}{\omega_1} \frac{d^3 p_3}{E_3} \\ D_{\mu\nu}^{(2)} &= \int N_{\mu\nu}^{(2)} \delta(\Delta + p_4 - p_2 + k_2) \frac{d^3 k_2}{\omega_2} \frac{d^3 p_4}{E_4} \end{aligned} \quad (8)$$

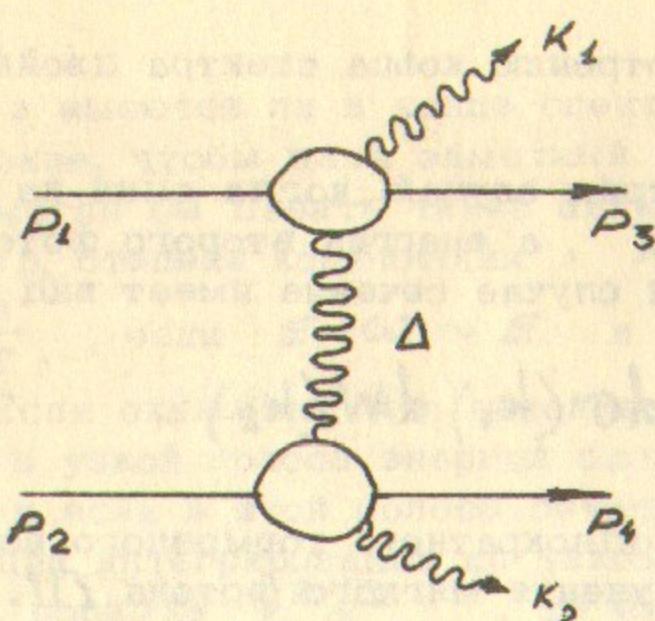


Рис. 2.

тензора  $D_{\mu\nu}^{(1,2)}$  приведены в [2]. Нас интересует вклад в сечение области конца спектра одного из фотонов. В работах [2-4] проводилось вычисление спектра излученных фотонов, для чего было необходимо, при применении метода инвариантного интегрирования, вводить дополнительный 4-вектор  $\mathcal{N}_\mu$ , что резко усложняет рассмотрение, кроме того, свертки вектора  $\mathcal{N}$  с векторами задачи дают степени энергии, что удобно для выделения главных членов и оказывается неудобным для проведения оценок. В данной работе мы откажемся от такого подхода и не будем фиксировать частоты излученных фотонов. Тогда тензор

$D_{\mu\nu}^{(1)}$  зависит только от векторов  $p_{1\mu}, \Delta^\mu$  и с учётом калибровочной инвариантности может быть представлен в виде

$$D_{\mu\nu}^{(1)} = C_1^{(1)} \left( g_{\mu\nu} - \frac{\Delta_\mu \Delta_\nu}{\Delta^2} \right) + \\ + C_2^{(1)} \left[ P_{1\mu} P_{1\nu} + \frac{(\Delta P_1)^2}{\Delta^4} \Delta_\mu \Delta_\nu - \frac{(\Delta P_1)}{\Delta^2} (P_{1\mu} \Delta_\nu + P_{1\nu} \Delta_\mu) \right] \quad (9)$$

$$D_{\mu\nu}^{(2)} = D_{\mu\nu}^{(1)} (p_{1\mu} \rightarrow p_{2\mu})$$

очевидно, что коэффициенты  $C_i^{(1)}$  выражаются через свертки  $D_{\mu\nu}^{(1)}$  с  $g^{\mu\nu}$  и  $P_1^\mu P_1^\nu$ . В результате вы-

числений получаем

$$4 D_{\mu\nu}^{(1)} D_{\mu\nu}^{(2)} = J_1^{(1)} J_1^{(2)} (1+B) + \\ + \left[ \frac{J_1^{(1)} J_2^{(2)}}{\mathcal{A}_2} + \frac{J_2^{(1)} J_1^{(2)}}{\mathcal{A}_1} + \frac{3 J_2^{(1)} J_2^{(2)}}{\mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2} \right] (3B-1) \quad (10)$$

где

$$\mathcal{A}_1 = 1 + \frac{(\Delta P_1)^2}{\Delta^2}, \quad \mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_1 (p_1 \rightarrow p_2) \\ B = \left[ (p_1 p_2) - \frac{(\Delta P_1)(\Delta P_2)}{\Delta^2} \right]^2 / \mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2 \quad (11)$$

интегралы  $J_i^{(1,2)}$  приведены в [2] (формулы (35), (36)), причем теперь:

$$I_{\mathcal{N}}^{(1)} = \int \mathcal{X}_{11}^n \delta(p_1 + \Delta - p_3 - k_1) \frac{d^3 k_1}{\omega_1} \frac{d^3 p_3}{E_3} \quad (12)$$

Вычисление этих интегралов просто проводится в системе центра инерции электрона  $p_3$  и фотона  $k_1$ . После подстановки (10) в (7) мы должны провести интегрирование по такой области изменения переменных  $\mathcal{X}_{13}, \mathcal{X}_{24}, \Delta^2$ , которая содержит жесткий конец спектра одного из фотонов. Поскольку при фиксированных частотах  $\omega_{1,2}$  нижний предел

$$\mathcal{X}_{13(24)} = \frac{\omega_{1(2)}}{E - \omega_{1(2)}} \quad [3], \text{ то для } E - \omega_1 \approx 1$$

$(\mathcal{X}_{13})_{min} \sim E$  и если вести интегрирование по интервалу

$$E \gtrsim \mathcal{X}_{13} \gtrsim E^2 \\ 1 \gtrsim \mathcal{X}_{24} \gtrsim E^2 \quad (13)$$

то мы заведомо захватываем жесткий конец спектра по фотону<sup>1</sup> (кроме того захватываются, например, жесткие фотоны, вылетающие не в направлении движения электронов). При интегрировании по  $\Delta^2$  мы будем также учитывать, что

$$E^2 \gtrsim \Delta^2 \gtrsim \frac{\omega_{13} \omega_{24}}{E^2} \quad (14)$$

Проводя вычисление  $I_i^{(1,2)}$  (12) и подставляя их в (10) можно показать, что главными членами являются

$$\begin{aligned} J_1^{(1)} &\simeq \beta_1 + \beta_2 \frac{\Delta^2}{\omega_{13}} \\ J_2^{(1)} &\simeq \beta_3 \omega_{13} + \beta_4 \Delta^2 \end{aligned} \quad (15)$$

где коэффициенты  $\beta_k$  величины порядка единицы. Подставляя (15) в (10) и затем в (7) и проводя интегрирование по области (13), (14) легко убедиться, что

$$\int_{\Delta\omega_1} d\sigma_{\omega_1 \omega_2} \lesssim \gamma_e^2 \alpha^2 \frac{\Delta \omega_1}{E} \quad (16)$$

из чего следует, что вклад рассмотренных диаграмм не содержит в конце спектра пиков, дающих вклад в интегральное по узкой части спектра сечение  $\sim \gamma_e^2 \alpha^2$

Из этого следует также, что не дают вклад в сечение и другие fotoны, лежащие внутри области интегрирования (13), (14).

4. Как известно (см. §7) в случае однократного тормозного излучения, в конце спектра меняется отбор диаграмм, дающих с принятой точностью вклад в спектр фотона. Вообще говоря, эта ситуация имеет место и для двойного тормозного излучения, поэтому, хотя диаграммы, на которых оба фотона излучаются од-

ной электронной линией, не дают вклад при  $E - \omega_{1,2} \sim E$  мы должны рассмотреть вклад этих диаграмм в конце спектра. Таких диаграмм всего 12 (без обменных или аннигиляционных), по 6 диаграмм для каждой электронной линии (рис. 3), вклад которых калибровочно инвариантен по передаче импульса  $\Lambda$ .

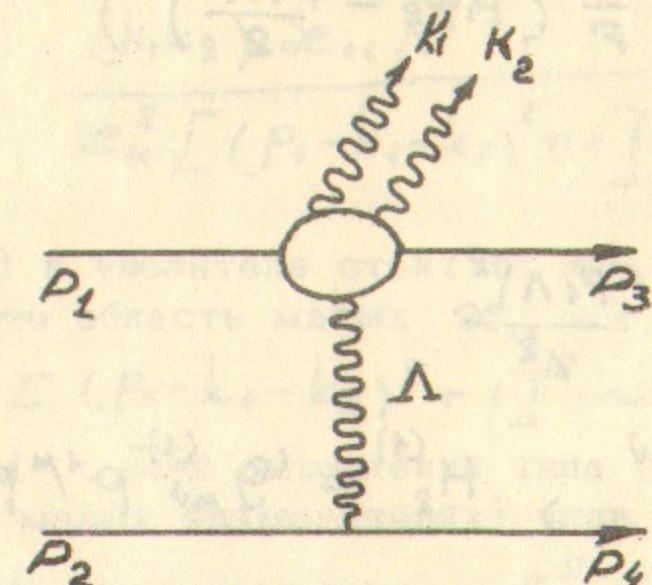


Рис. 3.

Вклад 6 диаграмм (рис. 3) в сечение представим в форме:

$$d\sigma = \frac{\alpha^4}{2(2\pi)^3 E^4} \int \frac{d\Lambda^2}{\Lambda^4} d(P_1 + \Lambda)^2 \Gamma^{(\mu)}_{\mu\nu} \epsilon^{(\mu)}_{\nu} \quad (17)$$

где  $\Gamma^{\mu\nu}$  есть тензор, описывающий двойной комптон-эффект поляризованного фотона, квадрат массы которого есть  $\Lambda^2$ . С учётом калибровочной инвариантности тензора  $\epsilon^{(\mu)}_{\nu}$

$$\epsilon^{(\mu)}_{\mu\nu} \Lambda^{\nu} = \epsilon^{(\mu)}_{\mu\nu} \Lambda^{\nu} = 0 \quad (18)$$

имеем

$$\begin{aligned} \Gamma^{(2)\mu\nu} g_{\mu\nu}^{(1)} &= H_1^{(1)} \left( -1 + \frac{\Lambda^2}{4} + \frac{1}{F} \left( P_1 P_2 - \frac{P_1 \Lambda}{2} \right)^2 \right) + \\ &+ \frac{H_2^{(1)}}{F} \left( 1 - \frac{\Lambda^2}{4} + \frac{3}{F} \left( P_1 P_2 - \frac{P_1 \Lambda}{2} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$F = 1 + \frac{(P_1 \Lambda)^2}{\Lambda^2}$$

$$H_1^{(1)} = g_{\mu\nu}^{(1)} g^{\mu\nu}, \quad H_2^{(1)} = g_{\mu\nu}^{(1)} p^{\mu\nu} p^{\mu\nu} \quad (21)$$

Так же как при рассмотрении вкладов в предыдущем разделе, мы не фиксируем частот излученных фотонов. Для проведения оценок вклада конца спектра в интегралы  $H_1^{(1)}$ ,  $H_2^{(1)}$  (21), оказывается удобным провести рассмотрение с введением инвариантной переменной  $(k_1 k_2)$ , причём в области  $(k_1 k_2) \sim E^2$  за- ведомо содержится конец спектра. Кроме того, захватывается довольно широкая область фотонов, вылетающих с энергией  $\sim E$  под большими углами друг к другу. Вклад последних в сечение, согласно (21)  $\sim 1/E^2$  от основного. Следует учесть, что при

$$-(k_1 k_2) \sim E^2 \quad 1 \lesssim \Lambda^2$$

$$-(P_1 + \Lambda)^2 \sim E^2 \quad (22)$$

Самая грубая оценка интегралов  $H_1^{(1)}$ ,  $H_2^{(1)}$ , когда все энергетические переменные в числителях подинтегральных выражений заменяются на  $E$  (что можно проделать непосредственно в выражениях для шпурлов) и проводится лишь интегрирование знаменателей, даёт для части членов сильно завышенный результат и является недостаточной. Поэтому для членов этого типа необходимо найти старшие члены шпурлов для  $H_1^{(1)}$  и  $H_2^{(1)}$

(21) и после этого провести оценки. Выяснилось, что в области, где знаменатели являются малыми, что могло бы, на первый взгляд, дать конечный (в нашем приближении) вклад в сечение, одновременно оказываются малыми и числители. Такого типа членом является например,

$$\frac{(k_1 k_2) \omega_{11} \Lambda^2}{\omega_{11}^2 [(P_1 - k_1 - k_2)^2 + 1]^2} \quad (23)$$

видно, что 1) в числителе стоит то же  $\omega_{11}$ , что и в знаменателе, так что область малых  $\omega_{11} \sim 1$  не даёт вклада. 2) Множитель  $[(P_1 - k_1 - k_2)^2 + 1]^2 \sim 1$  только тогда, когда  $\Lambda^2 \sim 1$ . Для выражения типа (23) грубые оценки давали бы (при малых знаменателях) член  $\sim E^6$ , в то время как фактически это выражение  $\sim E^2$ . Такая ситуация является типичной, так что в результате детального рассмотрения мы получаем в итоге

$$\int d\sigma \leq \frac{\omega_0^2 \alpha^2}{E^2} \quad -(k_1 k_2) \sim E^2 \quad (24)$$

Таким образом, вклад диаграмм (рис.3) в сечение двойного тормозного излучения двух жёстких фотонов, летящих в противоположные стороны не превышает  $\frac{1}{E^2} d\sigma_{\omega_1 \omega_2}$

3) (см. формулу (1)); для одного фотона в конце спектра и второго жёсткого фотона не превышает  $\frac{1}{E} d\sigma_{\omega_1 \omega_2}$ , и, наконец, для двух фотонов в конце спектра не превышает

$$d\sigma_{\omega_1 \omega_2}$$

В случае, когда оба фотона лежат в конце спектра  $E - \omega_{1,2} \sim 1$ , оба конечных электрона являются нерелятивистскими. Заметим, что в этом случае можно привести более простые оценки, чем проведенные выше, непосредственно на уровне матричных элементов для всех типов диаграмм (рис.2,3). Тогда

## Л и т е р а т у р а

да легко видеть, что сечение не превышает  $\sigma_{\omega_1 \omega_2}$  в конце спектра (что свидетельствует об отсутствии пиков в этой области).

5. Как известно [87], вклады аннигиляционных диаграмм, на которых излучают начальные частицы, возрастают в конце спектра. Однако нарастание в конце спектра таково, что интеграл по спектру составляет  $1/E^2$  от вклада диаграмм рассеяния.

Эта же ситуация имеет место и для двойного тормозного излучения.

Вклад аннигиляционных диаграмм, на которых излучают конечные частицы, мал вследствие величины знаменателя фотонного пропагатора.

6. Оценку интерференционных членов между всеми типами диаграмм (рис.2,3) можно провести с помощью неравенств Шварца. Поскольку мы доказали, что вклады каждого типа диаграмм не содержат пиков в конце спектра, ясно, что этих пиков не содержит и в интерференционных членах.

Таким образом, мы показали, что выражением (1) можно пользоваться для всего спектра фотонов, в указанном в разделе I смысле.

1. V.N.Bayer, V.M.Galitsky. Physics Letters, 13, 355, 1964.
2. В.Н.Байер, В.М.Галицкий. ЖЭТФ 49, 661, 1965.
3. В.Н.Байер, В.М.Галицкий. ЖЭТФ - письма 2, 259, 1965.
4. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЖЭТФ 50, 1611, 1966.
5. П.И.Голубничий, А.П.Онучин, С.Г.Попов, В.А.Сидоров. Атомная энергия 22, 168, 1966.
6. P.Marion. Proceedings of the 1967 International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies. Stanford. 1967.
7. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЖЭТФ 53, 2194, 1967.
8. В.Н.Байер, В.А.Хозе. Ядерная физика 2, 287, 1965.

Ответственный за выпуск В.С.Фадин  
Подписано к печати 6 мая 1968г.  
Усл. О,7 печ.л., тираж 250 ·  
Заказ № 205 , бесплатно.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР.