

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

165

В.Н.Байер, В.А.Хозе

Эффекты рассеяния частиц  
внутри пучков поляризованных  
электронов в накопителях

г. Новосибирск 1967

В.Н.Байер, В.А.Хозе

ЭФФЕКТЫ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ ВНУТРИ ПУЧКОВ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ  
ЭЛЕКТРОНОВ В НАКОПИТЕЛЯХ

А Н Н О Т А Ц И Я

Найдено время жизни пучка поперечно поляризованных электронов по отношению к выходу частиц из пучка вследствие электрон-электронных столкновений. Оказывается, что в реальных условиях вклад членов, зависящих от поляризации во время жизни составляет, примерно, 6%, что может быть использовано для измерения поляризации пучков. Показано, что при тех же условиях деполяризацией пучков поперечно поляризованных электронов за счет электрон-электронных столкновений можно пренебречь.

EFFECTS OF PARTICLES SCATTERING WITHIN BUNCHES OF POLARIZED ELECTRONS IN STORAGE RINGS

V.N.BAIER, V.A.KHOZE

abstract

A formula for the loss rate of electrons with transverse polarization from a stored beam due to electron-electron scattering is derived. It is found, that in real conditions contribution of terms depending on polarization in beam lifetime is about 6%, this fact can be used for the measurement of polarization of electrons. It is shown, that in the same conditions one can neglect depolarisation of beams due to electron-electron collisions.

I. Как известно, важной причиной потерь частиц в накопителях с высокой интенсивностью является упругое рассеяние электронов внутри сгустков друг на друге [1]. Если такое рассеяние происходит на достаточно большой угол и причем так, что частицы, обладающие большим поперечным и малым продольным импульсом (в системе покоя пучка (с.п.) ) приобретают большой продольный импульс, то при пересчете в лабораторную систему (л.с.) продольный импульс подвергается релятивистскому преобразованию и может оказаться больше допустимого отклонения по энергии. В результате частицы теряются. При некоторых условиях именно этим эффектом, который иногда называют "Ада-эффектом" или "Тушек-эффектом", определяется время жизни пучка в накопителе. Эффект внутреннего рассеяния (ЭВР) рассматривался в работе [1] для нерелятивистских энергий электронов в с.п. и в работах [2,3] для произвольных энергий электронов в с.п.

В то же время при длительном движении электронов высокой энергии в накопителе, они могут поляризоваться вследствие излучения в магнитном поле (см., напр. [4]). В принципе ставится также задача о накоплении поляризованных частиц. Поэтому известный интерес представляет вопрос об ЭВР для поляризованных частиц, тем более, что сечение электрон-электронного рассеяния на большие углы, определяющие ЭВР, существенно зависит от поляризации электронов, в частности сечение рассеяния одинаково и полностью поляризованных электронов на угол  $\pi/2$  обращается в 0 в нерелятивистском пределе. В данной работе рассмотрены ЭВР для поляризованных частиц.

2. Найдем время жизни пучка поляризованных частиц по отношению к ЭВР. Здесь мы как обычно [1-3] будем считать, что: 1) все частицы в пучке имеют одинаковую энергию (разброс по энергиям значительно меньше допустимого); 2)  $\delta q_z \ll \delta q$  ( $\delta q_z, \delta q$  — средне-квадратичный импульс вертикальных и радиальных колебаний соответственно) рассматривается общий случай, когда энергия поперечных колебаний является релятивистской. При вычислениях нельзя пользоваться т.н. приближением малых углов (в котором сохраняются только члены  $\sin^{-4}\theta$ ), поскольку оно имеет недостаточную точность (10-30%) [3] и т.н. зависящие от поляризации члены имеют иную структуру.

Мы приведем здесь результаты вычислений, проводящихся известным образом [2,3], для коэффициента  $\alpha$ , определяющего время жизни пучка  $\tau$  ( $\tau$  - время, за которое число частиц уменьшается в 2 раза).

$$\frac{1}{\tau} = \alpha N_0 \quad (1)$$

где  $N_0$  - начальное число частиц в пучке.

Для прямоугольного распределения радиальных импульсов электронов в пучке имеем

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} & \left\{ 2\sqrt{1+(\delta p)^2} - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\gamma} + \ln \frac{\delta p}{1+\sqrt{1+(\delta p)^2}} + \right. \\ & \left. + \frac{2}{\delta p} \ln (\delta p + \sqrt{1+(\delta p)^2}) - \frac{\vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2}{4} + \frac{1}{y} (3 + \vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

где  $r_0$  - классический радиус электрона,  $V$  - объем пучка в л.с.,  $\Delta p$  - максимально допустимое отклонение импульса от равновесного в л.с.,  $\delta p$  - максимальный импульс распределения, связанный со средне-квадратичным  $\delta q = \delta p / \sqrt{3}$ ,  $\gamma = \frac{\Delta p}{E}$ ,  $E$  - энергия электронов в л.с.,  $y = \frac{\delta p}{\gamma}$ ,  $\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2$  векторы поляризации электронов, направленные вдоль направления магнитного поля [4], мы используем систему единиц  $m = 1$ . При выводе этой формулы мы систематически разлагали все величины по степеням  $\frac{1}{E^2}, \gamma^2, \frac{1}{y^2}$  и оставляли только старшие члены разложения. В реальных условиях  $\gamma \sim 10^{-2}, y$  меняется в интервале  $10-10^3$ , когда энергия электронов составляет  $10^2-10^3$ . В нерелятивистском приближении  $\delta p \ll 1$  получаем:

$$\alpha_N = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left[ \ln y - \frac{2}{4} - \frac{\vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2}{4} + \frac{1}{y} (3 + \vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2) \right] \quad (3)$$

в ультрарелятивистском пределе

$$\alpha_R = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left[ 2\sqrt{3} \delta q - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\gamma} - \frac{\vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2}{4} \right] \quad (4)$$

Для гауссова распределения радиальных импульсов электронов имеем

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} & \left\{ \ln \frac{2}{\gamma} - \frac{2}{4} - \frac{\vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2}{4} + 2\sqrt{\pi} \delta q e^{1/(\delta q)^2} \right. \\ & \cdot \left( 1 + \frac{1}{2(\delta q)^2} \right) \left( 1 - \Phi(1/\delta q) \right) - \sqrt{\pi} \int_0^{1/\delta q} e^{-x^2} (1 - \Phi(x)) dx \left. \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Phi(x)$  - интеграл вероятности.

В нерелятивистском приближении  $\delta q \ll 1$  имеем

$$\alpha_N = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left( \ln y - \frac{3+2C}{4} - \frac{\vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2}{4} \right) \quad (6)$$

$C$  - постоянная Эйлера,  $C = 0,577\dots$   
в ультрарелятивистском пределе

$$\alpha_R = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left\{ 2\sqrt{\pi} \delta q - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\gamma} - \frac{\vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2}{4} \right\} \quad (7)$$

Величина  $\alpha$  слабо зависит от вида распределения по импульсам, особенно в ультрарелятивистском пределе (а также в промежуточной области [3]), по этой причине мы будем пользоваться для оценок более простыми формулами для прямоугольного распределения. Указанный факт связан с тем, что основной вклад в ЭВР дают малые углы рассеяния и область малых скоростей в распределении. Из этого же обстоятельства следует, что относительный вклад констант в  $\alpha$  (в том числе и зависящих от поляризации) остается заметным вплоть до  $\delta q \approx 1$  и только тогда, когда импульс большинства электронов становится релятивистским  $\delta q \gg 1$  этот вклад существенно падает.

Проведем оценку относительного вклада членов, зависящих от

поляризации в некоторых актуальных случаях. Для установки ВЭПП-2 в Новосибирске при энергии  $E = 700$  Мэв, при которой характерное время радиационной поляризации составляет около 30мин.,

$\gamma \approx 10^{-2}$ ,  $\delta q = 1$  ( $\delta p = \sqrt{3}$ ). Тогда относительный вклад зависящих от поляризации членов при полной поляризации электронов в  $\alpha$  (формула (5)) составляет около 6%. Это обстоятельство может быть, в принципе, использовано для установления факта поляризации электронов в накопителе, при условии, конечно, что время жизни частиц в накопителе определяется ЭВР. Поскольку процесс поляризации является медленным, удобна, по-видимому, следующая схема - частицы движутся в накопителе время, больше времени поляризации, после чего проводится измерение  $\gamma$ , затем частицы быстро деполяризуются (например, продольным полем), после чего опять измеряется время жизни пучка  $\gamma$ .

Для относительно малых энергий, скажем  $E = 50$  Мэв, при которых может оказаться удобным накопление поперечно поляризованных электронов, мы воспользуемся формулой нерелятивистского приближения (6). Тогда при  $\gamma = 10$  при полной поляризации вклад зависящих от поляризации членов составляет 20%.

3. При малых энергиях (десятки Мэв) условие  $\delta q_z \ll \delta q$  может оказаться не выполненным. Для того, чтобы оценить возникающую здесь ситуацию, рассмотрим случай  $\delta q_z = \delta q$  для гауссова распределения. Естественно, что мы можем ограничиться нерелятивистским случаем. Проводя расчет получаем ( $\delta q \ll 1$ )

$$\alpha = \frac{\pi^{3/2} \gamma_0^2}{\sqrt{(dp)^2 \delta q}} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi} \gamma} (3 + \vec{\xi}_1 \cdot \vec{\xi}_2) \right) \quad (8)$$

где мы отбросили члены  $1/\gamma^2$ . В этом случае как сам ЭВР, так и относительный вклад членов зависящих от поляризации уменьшается.

4. Представляет интерес также влияние ЭВР на саму поляризацию. Для поперечно поляризованных частиц сечение электронного рассеяния с переворотом спина одной частицы в с.п. и имеет вид

$$d\sigma_{++,+-} = d\sigma_{++,-+} = \frac{\gamma_0^2}{4E_c^2(E_c+1)^2} \frac{\cos^2 \varphi}{\sin^2 \vartheta} \cdot \\ \cdot \left\{ (2E_c + 1 + \sin^2 \vartheta)^2 + E_c^2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \sin^2 \varphi \right\} d\Omega \quad (9)$$

а сечение с переворотом спинов обоих частиц

$$d\sigma_{++,--} = \frac{\gamma_0^2}{4E_c^2(E_c+1)^2} \left\{ (E_c + 1)^2 \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi + \right. \\ \left. + (1 + E_c \sin^2 \varphi)^2 \cos^2 \vartheta \right\} \quad (10)$$

где знаки + означают, что спин направлен по (против) оси квантования, в качестве которой выбрано направление магнитного поля. Импульс начальных электронов перпендикулярен оси квантования,  $\vartheta$  - угол рассеяния,  $\varphi$  - азимутальный угол между плоскостью рассеяния и направлением оси квантования.

Для проведения оценки времени деполяризации с логарифмической точностью достаточно взять члены, содержащие  $\sin^2 \vartheta$  в (9). Ясно, что мы должны принять во внимание только рассеяние на углы, при которых частицы не выбывают из пучка по ЭВР. Однако, как мы увидим, эффекты деполяризации оказываются весьма малыми, так что для грубой оценки можно интегрировать по всем углам.

Проводя вычисления времени деполяризации полностью поляризованного пучка и пренебрегая обратными переходами получаем с логарифмической точностью для  $\delta q \gg 1$

$$\frac{1}{\gamma_g} = \frac{c \pi \gamma_0^2}{\sqrt{E^2}} N_0 \ln \frac{1}{\vartheta_0} \quad (II)$$

(для  $\delta q \ll 1$  в числителе появляется дополнительный малый множитель  $\delta q$ ), где  $\vartheta_0$  - минимальный угол рассеяния. Для установки ВЭПП-2 время деполяризации  $\gamma_g$  оказывается порядка  $10^8$  сек., тогда как время радиационной поляризации около  $10^3$  сек в тех же условиях. По этой причине эффектами деполяризации вследствие ЭВР можно пренебречь. Такая большая величина  $\gamma_g$  связана с тем, что как видно из формулы (9) сечение рассеяния с переворотом спина в отличие от сечения рассеяния без переворота спина не содержит множителя  $\nu^{-4}$  и вместе  $\sin^{-4} \vartheta$  содержит  $\sin^{-2} \vartheta$ . Именно вследствие этого  $\gamma_g \sim E^{-2}$ .

Авторы приносят благодарность С.Г.Попову, А.Н.Скринскому, С.А.Хейфцу за многочисленные дискуссии.

Л и т е р а т у р а

1. C.Bernardini,G.Corazza,G.Di Giugno,G.Ghigo,J.Haissinski,  
P.Marin ,R.Querzoli,B.Touschek.Phys.Rev.Lett.10,407,1963
2. B.Gittelman,D.Ritson.Preprint HEPL-291,Stanford,1963.
3. U.Völkel.Preprint DESY 67/5,1967.
4. В.Н.Байер, В.М.Катков ЖЭТФ 52, I422, 1967.

---

Ответственный за выпуск В.М.Катков  
Подписано к печати 30.Х-1967 г.  
Усл. 0,7 печ. л., тираж 250 экз.  
Заказ № 165, БЕСПЛАТНО