На правах рукописи

ЛИ Роман Николаевич

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ ПРОЦЕССОВ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ В ПОЛЕ ТЯЖЕЛОГО АТОМА

01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

НОВОСИБИРСК – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

НАУЧНЫЙ КОНСУЛЬТАНТ:

МИЛЬШТЕЙН Александр Ильич	–	доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, г. Новосибирск.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

КОЖЕВНИКОВ Аркадий Алексеевич	–	доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, ведущий научный сотрудник.
КОЗЛОВ Михаил Геннадьевич	–	доктор физико-математических наук, НИЦ "Курчатовский институт" Федеральное государственное бюджетное учреждение Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова, г. Гатчина, ведущий научный сотрудник.
ШАБАЕВ Владимир Моисеевич	–	доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, заведующий кафедрой.
ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ	–	НИЦ "Курчатовский институт" Федеральное государственное бюджетное учреждение "ГНЦ РФ Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И.Алиханова", г. Москва.

Защита диссертации состоится «______» ____________________ 2013 г. в «________» часов на заседании диссертационного совета Д 003.016.02 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН.

Адрес: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики имени Г.И. Будкера СО РАН.

Автореферат разослан «_____» _____________________2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук, профессор В.С. Фадин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Процессы квантовой электродинамики, протекающие в электрическом поле тяжелого атома, имеют важное значение в различных областях физики: в атомной физике, физике высоких энергий, астрофизике и в других. Изучение таких процессов имеет огромное фундаментальное и прикладное значение.

С прикладной точки зрения процессы квантовой электродинамики в поле тяжелого атома имеют принципиальную важность для ускорительных, спектроскопических и метрологических экспериментов. Правильное детальное описание процессов КЭД при высокой энергии необходимо для проектирования детекторов заряженных частиц, в частности, этими процессами определяется развитие электромагнитных ливней в веществе. Одной из главных научных задач современных ускорительных экспериментов зачастую является поиск Новой Физики — взаимодействий и/или частиц, не присутствующих в Стандартной Модели. Новая Физика должна проявляться в малых отклонениях результатов эксперимента от предсказаний Стандартной Модели. Одним из режимов работы современных ускорительных установок является столкновение тяжелых ядер. Поэтому правильное понимание фоновых процессов, протекающих за счет сильного поля ядер является для таких поисков принципиально важным.

С фундаментальной точки зрения интерес к этим процессам связан с тем, что их изучение является одной из немногих (если не единственной) возможностей количественно с большой точностью проверить предсказания квантовой теории в режиме, в котором вклад высших порядков теории возмущений не подавлен по малому параметру. Поскольку эффективная константа связи $Z\alpha$, характеризующая силу взаимодействия заряженной частицы с атомом или ядром, оказывается для тяжелых атомов величиной, сравнимой с единицей, подход, основанный на теории возмущений по параметру $Z\alpha$, оказывается практически неприменимым. Необходимо использовать подход, основанный на функциях Грина во внешнем поле. Для кулоновского поля, и тем более для поля тяжелого атома, точные функции Грина являются сложными объектами, для которых известно в лучшем случае парциальное разложение, причем каждый член в этом разложении сам содержит интегрирование и/или спецфункции. Поэтому получение с помощью точных функций Грина аналитических результатов для физических характеристик этих процессов затруднено. С другой стороны, затруднено и получение численных результатов. Это связано с тем, что для процессов при высоких энергиях велик характерный угловой момент, поэтому основной вклад в физические характеристики дают много членов парциального разложения.

Естественным решением проблем, возникающих на пути аналитического и численного изучения процессов высокой энергии в поле тяжелого атома, является квазиклассический подход. В этом подходе характерный угловой момент выступает, как большой параметр, позволяющий выполнять приближения. До появления результатов, представленных в настоящей диссертации, применение описываемого подхода состояло, фактически, в использовании функций Грина и волновых функций в кулоновском поле в главном квазиклассическом приближении. Особенно широкую известность и применение получили квазиклассические волновые функции — функции Фарри-Зоммерфельда-Мауэ. С их помощью были получены в главном квазиклассическом приближении результаты для фундаментальных процессов фоторождения пар и тормозного излучения в кулоновском поле. Уже на примере фоторождения пар в кулоновском поле видно, что ведущая квазиклассическая асимптотика становится справедлива только при очень больших энергиях, поэтому дальнейшее развитие квазиклассического подхода является важной задачей.

Цель диссертационной работы

Целью работы является развитие и применение квазиклассического подхода к процессам квантовой электродинамики в поле тяжелого атома при высоких энергиях.

Результаты, представленные в настоящей диссертации, развивают квазиклассический подход в двух направлениях. Во-первых, рассматривается случай произвольного локализованного потенциала, что, например, позволяет определить влияние экранировки на кулоновские поправки. Во-вторых, получается не только ведущий член квазиклассической асимптотики, но и первая поправка. Знание этой поправки делает квазиклассическое разложение достаточно регулярным методом, имеющим в своем арсенале инструменты для определения точности и области применимости.

Развитый подход применяется к основным процессам КЭД в поле тяжелого атома: упругое рассеяние, рождение пар, тормозное излучение, дельбрюковское рассеяние. Кроме того, с помощью квазиклассического подхода анализируется рождение пар в периферических столкновениях тяжелых ионов — процесс, важный для правильной интерпретации данных современных ускорительных экспериментов, таких как RHIC и LHC.

Личный вклад автора

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Научная новизна

Результаты, выносимые на защиту и изложенные в данной диссертационной работе были впервые получены автором и являются, таким образом, оригинальными и абсолютно новыми (к моменту публикации).

Найденная в работе точная функция Грина уравнения Дирака в поле α/r в произвольной размерности пространства-времени была до настоящего времени неизвестна. Причина состоит, видимо, в том, что, в отличие от аналогичных функций Грина уравнения Клейна-Фока-Гордона и уравнения Шредингера, полученных Хостлером еще в 1970 г., вывод дираковской функции требует алгебраических манипуляций с γ-матрицами в d измерениях.

Квазиклассическая функция Грина, полученная в настоящей работе в произвольном локализованном потенциале с учетом первой поправки, была до этого известна только для кулоновского поля в главном квазиклассическом приближении. Полученные представления для квазиклассических функций Грина в кулоновском поле с учетом первой поправки таже являются абсолютно новыми. Отдельно следует сказать о квазиклассических поправках к волновым функциям Фарри-Зоммерфельда-Мауэ. Хотя уточнение приближения Фарри-Зоммерфельда-Мауэ было предметом нескольких ранних работ, задача не была решена до появления работ автора. В диссертации эти поправки получены в компактном виде, абсолютно аналогичном виду волновых функций в главном приближении.

Процесс рождения пар фотоном высокой энергии в кулоновском поле рассматривался в классических работах Бете и соавторов. В этих работах была получена главная асимптотика, которая, к сожалению, плохо согласовывалась с экспериментальными результатами. Найденная в настоящей диссертации поправка впервые позволила объяснить этот факт и добиться согласия теории и эксперимента в области не слишком больших энергий. Что касается зарядово нечетной поправки к дифференциальному сечению, она, до работ автора, была известна лишь в первом порядке по $Z\alpha$, причем в узкой области энергий.

Также впервые была получена правильная поправка к спектру тормозного излучения. Новым и интересным результатом является получение дифференциального сечения тормозного излучения в случае экранированного потенциала. Этот результат показал ошибочность вывода некоторых авторов о независимости (в главном порядке) кулоновских поправок от экранировки.

Спиральные амплитуды дельбрюковского рассеяния при высоких энергиях были известны до результатов настоящей работы, но в более сложном виде. Новыми являются результаты для влияния экранировки на вещественную часть амплитуды дельбрюковского рассеяния вперед, и, в частности, вывод о ее медленном росте.

В процессе рождения пар в столкновениях тяжелых ионов до результатов настоящей работы существовано явное противоречие между результатами подхода светового фронта и метода эквивалентных фотонов. Демонстрация существования кулоновских поправок в первом подходе была важна для вывода о корректности этого метода. В последующих работах автора подход светового фронта использовался для получения кулоновских поправок по обоим ядрам одновременно. Новым и важным результатом является получение вклада в кулоновские поправки порядка $O(\ln\gamma)$. Этот результат объясняет сильное подавление кулоновских поправок, которое наблюдалось в экспериментах.

Новыми являются также и остальные результаты, выносимые на защиту.

Научная и практическая значимость

Найденная точная функция Грина уравнения Дирака (и Клейна-Гордона) в кулоновском поле в произвольной размерности пространства-времени позволяет использовать удобные свойства и методы размерностной регуляризации для задач в сильном атомном поле. Кроме того, для целых значений d, отличных от 3 эта функция Грина может использоваться в задачах, возникающих в физике двумерных материалов.

Квазиклассическая функция Грина с поправкой также может быть использована для нахождения сечений квантовоэлектродинамических процессов высокой энергии, протекающих в поле тяжелого атома. Как следует из применений этой функции, описанных в диссертации, квазиклассическая поправка может оказаться очень существенной. Кроме того, эта поправка позволяет определить границы применимости метода и его точность.

Таким образом, практическая значимость развиваемого в диссертации квазиклассического подхода состоит в том, что этот подход представляет собой универсальный инструментарий для изучения процессов при высоких энергиях, протекающих в поле тяжелого атома.

Важную практическую значимость имеют также и рассмотренные приложения развитых методов. Так, вычисленные поправки к сечениям (дифференциальным и полному) рождения пар и тормозного излучения важны для описания этих процессов при промежуточных энергиях. Это важно для правильного понимания процессов образования и развития электромагнитных ливней в веществе. Другим важным с точки зрения современных экспериментов процессом является процесс рождения пар в периферических столкновениях тяжелых ионов. Понимание этого процесса, например, необходимо для экспериментального поиска Новой физики в экспериментах на Большом адронном коллайдере. Поэтому результаты диссертации, относящиеся к этому процессу, также имеют несомненную практическую ценность.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

- Развитие квазиклассического подхода к описанию процессов КЭД в атомном поле при высоких энергиях. Получение квазиклассических функций Грина и волновых функций уравнений Дирака и Клейна-Фока-Гордона с учетом первой поправки.
- Применение квазиклассического подхода к процессам фоторождения электрон-позитронной пары и тормозного излучения в поле тяжелого атома при высоких энергиях. Вычисление квазиклассической поправки к сечениям этих процессов, анализ влияния атомной экранировки на кулоновские поправки.
- Применение квазиклассического подхода к различным задачам: получение поправки к формуле Мольера для вероятности многократного рассеяния, получение компактных формул для спиральных амплитуд, определение влияния экранировки на реальную часть

амплитуды вперед в процессе дельбрюковского рассеяния при высоких энергиях.

- Вычисление кулоновских поправок в подходе светового фронта и с использованием квазиклассического подхода в процессе рождения электрон-позитронных пар в столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ионов с учетом членов $O(\ln\gamma)$. Вычисление унитарных поправок и сечений множественного рождения электрон-позитронных пар в столкновениях тяжелых ионов.
- Получение точной функции Грина уравнения Дирака в кулоновском поле в произвольной размерности пространства-времени.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на следующих международных конференциях и научных семинарах:

- 18th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop on Quantum Aspects of Beam Physics, Capri, 2000.
- PHOTON2001:International Conference on the Structure and Interactions of the Photon, Ascona, 2001,
- Quarks and Nuclear Physics, Uelich, 2002,
- Международная конференция, посвященная 100-летию со дня рождения П.А.Черенкова "П.А.Черенков и современная физика", Москва, 2004
- 35th International Conference on High Energy Physics, Paris, 2010.

Результаты работы многократно докладывались на научных семинарах в ведущих мировых физических центрах.

Публикации

Материалы диссертации опубликованы в 16 печатных работах из них 12 статей в рецензируемых журналах [1–4, 6, 8, 9, 11–13, 15, 16], 4 статьи в сборниках трудов конференций [5, 7, 10, 14].

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, включающего обзор литературы, 5 глав, заключения, приложения и библиографии. Общий объем диссертации 197 страниц, включая 26 рисунков. Библиография включает 149 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выбранной темы исследований. Обсуждается диаграммная техника Фарри, основанная на использовании точных функций Грина во внешнем поле. Приводятся аргументы в пользу квазиклассического подхода к описанию процессов при высоких энергиях. Перечисляются рассмотренные в следующих главах основные процессы квантовой электродинамики во внешнем поле: упругое рассеяние, фоторождение пар, тормозное излучение и другие. Представлен краткий обзор известных результатов и литературы, посвященных теме диссертации.

В первой главе получены представления для точных и квазиклассических функций Грина волновых уравнений в кулоновском поле, а также, в произвольном локализованном потенциале. Функции Грина волновых уравнений во внешнем поле являются центральными объектами для применения теории возмущений в представлении Фарри. Получение для них удобных точных и приближенных представлений является важным для приложений — вычисления амплитуд и сечений процессов во внешнем поле. Обосновывается применимость квазиклассического приближения для описания процессов при высоких энергиях под малыми углами. Обсуждается отличие квазиклассического приближения от эйконального.

В первом разделе получены функции Грина релятивистских волновых уравнений в потенциале $V(r) = Z\alpha/r$ для пространства d измерений. Представление для функции Грина уравнения Дирака получено с использованием замкнутой алгебры радиальных операторов и формальных алгебраических свойств γ-матриц Дирака в d измерениях. Поскольку нигде не использовалось предположение о целочисленности d, полученное представление может быть использовано для задач, требующих регуляризацию петлевых интегралов. Представление имеет вид

$$G_{\mathrm{D}}(\mathbf{r},\mathbf{r}'|\varepsilon) = -\frac{i\Gamma\left(3/2-\epsilon\right)}{2\pi^{3/2-\epsilon}(rr')^{1-\epsilon}}\sum_{n=0}^{\infty}\int\limits_0^{\infty} ds e^{2iZ\alpha\varepsilon s+i\kappa(r+r')\cot(\kappa s)-i\pi\nu}\,T$$

$$T = [1+(\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{n})(\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{n}')]\left[\frac{y}{2}J'_{2\nu}(y)(\gamma^0\varepsilon+m) - iZ\alpha J_{2\nu}(y)\gamma^0\kappa\cot(\kappa s)\right]B_n(x)$$
$$+\Big[[1-(\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{n})(\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{n}')](\gamma^0\varepsilon+m) - \kappa\cot(\kappa s)\boldsymbol{\gamma}\cdot(\mathbf{n}-\mathbf{n}')\Big]J_{2\nu}(y)(n+1-\epsilon)\,A_n(x)$$
$$+\left[\frac{i\kappa^2(r-r')}{2\sin^2(\kappa s)} + imZ\alpha\gamma^0\right]\boldsymbol{\gamma}\cdot(\mathbf{n}+\mathbf{n}')J_{2\nu}(y)B_n(x)\,, \qquad (1)$$

$$A_n(x) = \frac{1}{1-2\epsilon}\frac{\partial}{\partial x}[C_{n+1}^{1/2-\epsilon}(x) + C_n^{1/2-\epsilon}(x)]\,,$$
$$B_n(x) = \frac{1}{1-2\epsilon}\frac{\partial}{\partial x}[C_{n+1}^{1/2-\epsilon}(x) - C_n^{1/2-\epsilon}(x)]\,,$$
$$\nu = \sqrt{(n+1-\epsilon)^2 - (Z\alpha)^2}\,, \quad \kappa = \sqrt{m^2-\varepsilon^2}\,, \quad y = \frac{2\kappa\sqrt{rr'}}{\sin(\kappa s)}\,,$$

где $\epsilon = (3-d)/2$, $\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0\boldsymbol{\gamma}$, γ^μ — гамма-матрицы, $J_\mu(y)$ — функция Бесселя, $C_n^m(x)$ — полиномы Гегенбауэра.

Во втором разделе получены квазиклассические функции Грина волновых уравнений в кулоновском поле. В частности, получено выражение для функции Грина в d измерениях в главном квазиклассическом приближении. В наиболее важном случае $d=3$ получены квазиклассические волновые функции и функции Грина с учетом первой поправки. Результат для квазиклассической функции Грина квадрированного уравнения Дирака имеет вид

$$(G_{\mathrm{D}^2}(\mathbf{r}_2,\mathbf{r}_1|\varepsilon))_{QC} = \frac{ipe^{ipr}}{8\pi^2 r_1 r_2}\int d^2q \exp\left[i\,\frac{prq^2}{2r_1r_2}\right]\left(\frac{2\sqrt{r_1r_2}}{|\mathbf{q}-\boldsymbol{\rho}|}\right)^{2iZ\alpha\lambda}$$
$$\times\left\{\left(1+\frac{r}{2r_1r_2\lambda}\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{q}\right)\left(1+\underline{i\frac{\pi(Z\alpha)^2}{2p|\mathbf{q}-\boldsymbol{\rho}|}}\right)\right.$$
$$\left.\underline{-\frac{\pi(Z\alpha)^2}{4p^2}(\gamma^0/\lambda-\boldsymbol{\gamma}\cdot\mathbf{r}/r)\frac{\boldsymbol{\gamma}\cdot(\mathbf{q}-\boldsymbol{\rho})}{|\mathbf{q}-\boldsymbol{\rho}|^3}}\right\}. \quad (2)$$

Здесь $p=\sqrt{\varepsilon^2-m^2}$, $\lambda = \varepsilon/p \approx \operatorname{sign}\varepsilon$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, вектора $\mathbf{q}$ и $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ лежат в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{r}$. Это выражение справедливо при малых углах между векторами $-\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$. Подчеркнутые члены в этой формуле соответствуют найденной поправке.

Одним из результатов второго раздела являются также найденные поправки к волновым функциям Фарри-Зоммерфельда-Мауэ. Волновая функция электрона с асимптотикой “плоская плюс расходящаяся волна” с учетом поправок имеет вид

$$u_{\lambda\mathbf{p}}^{(+)}(\mathbf{r}) = \left[\left(\tilde{F}_B(-\mathbf{r},\mathbf{p},\eta) - \frac{\eta m\gamma^0}{\varepsilon_p}F_B(-\mathbf{r},\mathbf{p},\eta)\right)\Lambda^+_{-\mathbf{n}p}\right.$$
$$\left.+F_A(-\mathbf{r},\mathbf{p},\eta)\Lambda^+_{\mathbf{n}p}\right]u_{\lambda\mathbf{p}}\,, \quad (3)$$

где

$$\eta = Z\alpha\varepsilon/p, \quad \varepsilon = \sqrt{p^2+m^2}, \quad \Lambda^{\pm}_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon \pm m\gamma^0}{\mathbf{p}^2}\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p}\right),$$

$$\begin{aligned}
F_A(\mathbf{r},\,\mathbf{p},\,\eta) &= e^{\frac{\pi\eta}{2} - i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}\Bigg[\Gamma(1-i\eta)\,{}_1F_1\left(i\eta, 1|i(pr+\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\right) \\
&\quad \underline{+\frac{\pi\eta^2 \mathrm{e}^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2pr}}\Gamma\left(\tfrac{1}{2}-i\eta\right){}_1F_1\left(\tfrac{1}{2}+i\eta, 1|i(pr+\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\right)}\Bigg], \\
F_B(\mathbf{r},\,\mathbf{p},\,\eta) &= -ie^{\frac{\pi\eta}{2} - i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}\Bigg[\Gamma(1-i\eta)\,{}_1F_1\left(1+i\eta, 2|i(pr+\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\right) \\
&\quad \underline{+\frac{\pi\eta^2 \mathrm{e}^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2pr}}\Gamma\left(\tfrac{1}{2}-i\eta\right){}_1F_1\left(\tfrac{3}{2}+i\eta, 2|i(pr+\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\right)}\Bigg], \\
\tilde{F}_B(\mathbf{r},\,\mathbf{p},\,\eta) &= e^{\frac{\pi\eta}{2} - i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}\Bigg[\Gamma(2-i\eta)\,{}_1F_1\left(i\eta, 2|i(pr+\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\right) \\
&\quad \underline{+\frac{\pi\eta^2 \mathrm{e}^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2pr}}\Gamma\left(\tfrac{3}{2}-i\eta\right){}_1F_1\left(\tfrac{1}{2}+i\eta, 2|i(pr+\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\right)}\Bigg].
\end{aligned} \tag{4}$$

Подчеркнутые члены соответствуют поправкам. Заметим, что найденные поправки имеют практически такой же простой вид, как и главные члены. Получены также соответствующие формулы для волновых функций скалярной частицы.

В третьем разделе получены квазиклассические функции Грина и волновые функции для произвольного локализованного потенциала с учетом первой поправки. Результат для квазиклассической функции Грина квадрированного уравнения Дирака в потенциале $V(\mathbf{r})$ имеет вид

$$G_{\mathrm{D}^2}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\,\varepsilon) = \frac{ie^{ipr}}{4\pi^2 r}\int d\mathbf{q}\exp\left[iq^2 - i\lambda r\int_0^1 dxV(\mathbf{R}_x)\right] \tag{5}$$

$$\times\left\{1 - \frac{r}{2p}\int\limits_0^1 dx\,\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\nabla}_1 V(\mathbf{R}_x) - \frac{\lambda}{2p}\left[2\int\limits_0^1 dxV(\mathbf{R}_x) - V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{ir^3}{p}\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^x dy\left[\sqrt{x(1-x)y(1-y)} - (1-x)y\right](\boldsymbol{\nabla}_{1\perp}V(\mathbf{R}_x))\cdot(\boldsymbol{\nabla}_{1\perp}V(\mathbf{R}_y))\right\},$$

где $\mathbf{R}_x = \mathbf{r}_1 + x\mathbf{r} + \mathbf{q}\sqrt{2x(1-x)r/p}$. Единица в фигурных скобках соответствует главному приближению, а остальные члены являются поправками. Как следует из диаграммной техники, развитой в приложении диссертации, функция Грина квадрированного уравнения является даже более удобной, чем стандартная функция G_{D}, связанная с G_{D^2} соотношением $G_{\mathrm{D}}(\mathbf{r},\mathbf{r}'|\varepsilon) = (\hat{\mathcal{P}}+m)G_{\mathrm{D}^2}(\mathbf{r},\mathbf{r}'|\varepsilon)$.

Результаты первой главы опубликованы в работах [2, 16, 15].

Во второй главе получена амплитуда упругого рассеяния для произвольного локализованного потенциала с учетом квазиклассической поправки. Амплитуда с учетом поправки согласуется с известным результатом эйконального приближения, однако, имет более широкую область применимости. Далее эта амплитуда используется для получения поправки к вероятности многократного рассеяния (формула Мольера). Результат для вероятности многократного рассеяния с передачей импульса $\mathbf{q}$ с учетом поправки имеет вид

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{\varepsilon^2}{(2\pi)^2}\int d\boldsymbol{\rho} e^{-i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\rho}} \exp\left[-nL\int d^2Q\left(1-e^{i\mathbf{Q}\cdot\boldsymbol{\rho}}\right)\frac{d\sigma}{d\mathbf{Q}}\right]$$
$$\times\left\{1-\frac{n^2L}{\varepsilon}\int d\boldsymbol{\rho}_1 \cos\left(\chi\left(\boldsymbol{\rho}_1\right)-\chi\left(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}\right)\right)\chi\left(\boldsymbol{\rho}_1\right)\boldsymbol{\rho}_1\right.$$
$$\left.\cdot\int d\boldsymbol{\rho}_2\,\sin\left(\chi\left(\boldsymbol{\rho}_2\right)-\chi\left(\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}\right)\right)\nabla_{\boldsymbol{\rho}_2}\chi\left(\boldsymbol{\rho}_2\right)\right\}. \quad (6)$$

Здесь $\chi(\boldsymbol{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} dx u(x,\boldsymbol{\rho})$ — эйкональная фаза рассеяния на потенциале $u(\mathbf{r})$ одного атома, $\frac{d\sigma}{d\mathbf{Q}}$ — дифференциальное по поперечной передаче импульса сечение рассеяния на одном атоме. Единица в фигурных скобках соответствует известному результату Мольера, а второй член — найденной поправке. В отличие от главного члена, который зависит от плотности n и толщины L мишени только в комбинации nL, найденная поправка зависит от этих параметров по отдельности. Приведены оценки полученной поправки для реалистичных условий эксперимента.

Результаты второй главы опубликованы в работах [2, 13].

В третьей главе рассмотрены процессы рождения e^+e^- пар фотоном и тормозного излучения электрона на тяжелом атоме при высоких энергиях. Для первого процесса получены кулоновские поправки к спектру, полному сечению, а также, к дифференциальному сечению с учетом квазиклассической поправки. Найденные поправки к спектру имеют вид

$$\frac{d\sigma_C^{(1)}}{dx} = \frac{4(Z\alpha)^2}{m^2}\frac{\pi^3(1-2x)m}{8x(1-x)\omega}\left(1-\frac{3}{2}x(1-x)\right)\,\mathrm{Re}\,g(Z\alpha)\,. \tag{7}$$

Здесь $x=\varepsilon/\omega$ — доля энергии электрона, $g(Z\alpha)=Z\alpha\,\frac{\Gamma(1-iZ\alpha)\Gamma(1/2+iZ\alpha)}{\Gamma(1+iZ\alpha)\Gamma(1/2-iZ\alpha)}$.

Заметим, что эта поправка антисимметрична по отношению к замене $x\to 1-x$, поэтому соответствующую поправку к полному сечению нельзя получить с помощью ее прямого интегрирования. Поправка к полному сечению была получена другим способом, с помошью дисперсионного соотношения, и имеет вид

$$\sigma_C^{(1)} = \frac{4(Z\alpha)^2}{m^2}\left[\frac{\pi^4}{2}\,\mathrm{Im}\,g(Z\alpha)-4\pi(Z\alpha)^3 f_1(Z\alpha)\right]\frac{m}{\omega}\quad . \tag{8}$$

Функция $f_1(Z\alpha)$ связана с известным сечением рождения электрон-позитронной пары с электроном, находящимся в связанном состоянии. Численный вклад $f_1(Z\alpha)$ в (8) невелик и ограничен несколькими процентами для всего интервала значений Z.

Поправка к дифференциальному сечению рождения пар $d\sigma_a$ представлена в виде однократного интеграла от выражения, содержащего гипергеометрические функции:

$$d\sigma_a = -\frac{\alpha m^2\eta^3\,d\varepsilon_p\,d\boldsymbol{\delta}_p\,d\boldsymbol{\delta}_q}{2\sinh(\pi\eta)\sqrt{\pi}\omega^3 Q^3}\,\mathrm{Im}\int_0^\infty\frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{1+\xi_p\lambda}{1+\xi_q\lambda}\right)^{i\eta}[\mathcal{M}(\mathbf{p},\mathbf{q},\eta)+\mathcal{M}(\mathbf{q},\mathbf{p},-\eta)]\,,$$

$$\begin{aligned}\mathcal{M}(\mathbf{p},\mathbf{q},\eta) = {} & \frac{\sqrt{\xi_p}\Gamma(1-i\eta)\Gamma(\frac12+i\eta)}{\varepsilon_q\sqrt{1+\xi_p\lambda}}\Big\{[(\xi_p-\xi_q)\,i\eta\mathcal{F}+(1-\xi_p-\xi_q)\,(1-u)\mathcal{F}']\\ & \times[4\varepsilon_p\varepsilon_q(\xi_p f_1+\xi_q f_2+f_3)+(\varepsilon_p^2+\varepsilon_q^2)(f_1+f_2+2f_3)]\\ & +(\varepsilon_p^2+\varepsilon_q^2)(1-u)[(f_1-f_2)i\eta\mathcal{F}-u(f_1+f_2)\mathcal{F}']\Big\}\,,\end{aligned} \tag{9}$$

$$f_1=\frac{(1/2-i\eta)\mathcal{G}-(1-z)\mathcal{G}'}{1+\xi_p\lambda}\,,\quad f_2=\frac{i\eta\mathcal{G}-(1-z)\mathcal{G}'}{1+\xi_q\lambda}\,,\quad f_3=\frac{(1-z)\mathcal{G}'}{1+\lambda}\,,$$

$$\mathcal{F}={}_2F_1\left(-i\eta,i\eta,1|u\right),\quad \mathcal{G}={}_2F_1\left(\tfrac12-i\eta,i\eta,1|z\right)\,,$$

$$z=1-\frac{Q^2\xi_p\xi_q(1+\lambda)}{m^2(1+\xi_p\lambda)(1+\xi_q\lambda)}\,,\quad u=1-\frac{Q^2\xi_p\xi_q}{m^2}\,,\quad \xi_{p,q}=\frac{1}{1+\delta_{p,q}^2}\,.$$

Здесь $m\boldsymbol{\delta}_p=\varepsilon_p\boldsymbol{\theta}_p$, $m\boldsymbol{\delta}_q=\varepsilon_q\boldsymbol{\theta}_q$ — поперечные импульсы электрона и позитрона, $\mathbf{Q}=\mathbf{p}+\mathbf{q}-\mathbf{k}\approx m(\boldsymbol{\delta}_p+\boldsymbol{\delta}_q)$ — передача импульса, $\eta=Z\alpha$. В отличие от главного члена, эта поправка антисимметрична по отношению к замене $Z\alpha \to -Z\alpha$ и определяет зарядовую асимметрию в процессе. Проанализированы различные асимптотики полученной поправки к сечению, а также, численно исследована зарядовая асимметрия. Получен также вклад в асимметрию комптоновского механизма рождения пар.

Определено влияние экранировки на кулоновские поправки к спектру и полному сечению. Для спектра найденная поправка за счет экранировки имеет вид

$$\frac{d\sigma_C^{(scr)}}{dx} = \frac{32}{3}\sigma_0 m^2 \int_0^\infty \frac{dQ}{Q^3}F(Q)\int_0^\infty \frac{d\tau}{\sinh\tau}\left[\frac{\sin(2Z\alpha\tau)}{2Z\alpha} - \tau\right] \tag{10}$$
$$\times \int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\left[e^{\tau}R(\mu_+) - e^{-\tau}R(\mu_-)\right] ,$$
$$R(\mu) = \frac{3(\mu-1)}{4\mu^2}\left\{\frac{1}{\sqrt{\mu}}\left[3-\mu+x(1-x)(\mu^2+2\mu-3)\right]\ln\left[\frac{\sqrt{\mu}+1}{\sqrt{\mu}-1}\right]\right.$$
$$\left. -6-2x(1-x)(\mu-3)\right\}, \quad \mu_\pm = 1+\frac{8m^2e^{\pm\tau}\sinh^2\tau}{Q^2(\cosh\tau+\cos\varphi)} .$$

Для процесса тормозного излучения изучен интересный вопрос о влиянии экранировки на кулоновские поправки. Кулоновские поправки к дифференциальному сечению имеют вид

$$d\sigma_C^\gamma = \frac{\alpha d\omega d\boldsymbol{\Delta}_\perp d\Delta_z}{16\pi^3\varepsilon_0^3\varepsilon\Delta_z^2}\left[\varepsilon_0^2+\varepsilon^2+2\frac{m^2\omega}{\Delta_z}+\frac{m^4\omega^2}{\varepsilon_0\varepsilon\Delta_z^2}\right]\left[|\mathbf{A}(\boldsymbol{\Delta})|^2 - |\mathbf{A}_B(\boldsymbol{\Delta})|^2\right] , \tag{11}$$

где

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\Delta}) = -i\int d\mathbf{r}e^{-i\boldsymbol{\Delta}\cdot\mathbf{r}-i\chi(\boldsymbol{\rho})}\boldsymbol{\nabla}_\rho V(\mathbf{r}),\ \mathbf{A}_B(\boldsymbol{\Delta}) = -i\int d\mathbf{r}\exp[-i\boldsymbol{\Delta}\cdot\mathbf{r}]\boldsymbol{\nabla}_\rho V(\mathbf{r})\,. \tag{12}$$

Для случая достаточно сильной экранировки $r_{\rm scr}^{-1} \gg \Delta_{min} = m^2\omega/2\varepsilon_0\varepsilon$ величина $|\mathbf{A}(\boldsymbol{\Delta})|^2 - |\mathbf{A}_B(\boldsymbol{\Delta})|^2$ существенно отлична от нуля в области $\Delta \sim r_{\rm scr}^{-1}$, причем в этой области она сильно зависит от способа экранировки. Тем не менее, было показано, что интегрирование этой величины по поперечной передаче приводит к универсальной функции, не зависящей от экранировки:

$$\int d\boldsymbol{\Delta}_\perp\left[|\mathbf{A}(\boldsymbol{\Delta})|^2 - |\mathbf{A}_B(\boldsymbol{\Delta})|^2\right]$$
$$= -32\pi^3(Z\alpha)^2 f(Z\alpha) = -32\pi^3(Z\alpha)^2[\mathrm{Re}\,\psi(1+iZ\alpha)+C]\,. \tag{13}$$

Получены также кулоновские поправки к спектру тормозного излучения с учетом квазиклассической поправки и поправки за счет экранировки.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [8, 9, 10, 16].

В четвертой главе получены простые представления для спиральных амплитуд дельбрюковского рассеяния в кулоновском поле:

$$M_{++} = i\frac{\alpha(Z\alpha)\omega}{8m^2}\int\limits_0^1 ds\int\limits_0^1 dt\, a^2 t[2-t(1-s^2)] \times\left\{4sB\sin(2Z\alpha\tau_0)\mathcal{F}_1 + [B^2-(s^2-1)^2]\cos(2Z\alpha\tau_0)\mathcal{F}_2\right\}, \tag{14}$$

$$M_{+-} = i\frac{\alpha(Z\alpha)\omega(\mathbf{e}\cdot\boldsymbol{\Delta})^2}{4m^2\Delta^2}\int\limits_0^1 ds\int\limits_0^1 dt\, a^2 t(s^2-1)\Big\{4sB(1-t)\sin(2Z\alpha\tau_0)\mathcal{F}_1 + [B^2(2-3t)+2B(s^2+1)(1-2t)-(s^2-1)^2t]\cos(2Z\alpha\tau_0)\mathcal{F}_2\Big\},$$

$$\mathcal{F}_1 = \frac{2\pi a^2}{\sinh(\pi Z\alpha)}\,\mathrm{Im}\,P'_{iZ\alpha}(2a^2-1)\,,\quad \mathcal{F}_2 = -\frac{2\pi a^2}{\sinh(\pi Z\alpha)}\,\mathrm{Re}\,P'_{iZ\alpha}(2a^2-1)\,,$$

Здесь

$$B = \frac{4m^2}{\Delta^2 t(1-t)}\,,\quad \tau_0 = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{B+(1+s)^2}{B+(1-s)^2}\right)\,,\quad a^2 = \frac{4B}{(B+s^2+1)^2-4s^2}\,, \tag{15}$$

а $P'_\mu(x)$ — производная функции Лежандра.

Рассмотрен также вопрос о влиянии атомной экранировки. Экранировка существенна только для малых передач, $\Delta \sim 1/r_{\mathrm{scr}} \ll m$. Для случая полной экранировки, когда выполняется условие $r_{\mathrm{scr}} \ll \omega/m^2$, амплитуды дельбрюковского рассеяния имеют вид:

$$M^{++} = i\frac{28\alpha\omega(Z\alpha)^2}{9m^2}\left[(2Z\alpha)^{-2}\int\limits_{2/m}^{\infty}\rho\left(\frac{\partial\chi(\rho)}{\partial\rho}\right)^2 J_0(\rho\Delta)d\rho - \mathrm{Re}\,\psi(1-iZ\alpha)+\frac{41}{42}\right],$$

$$M^{+-} = i\frac{\alpha\omega}{9m^2}\int\limits_0^{\infty}\rho\left(\frac{\partial\chi(\rho)}{\partial\rho}\right)^2 J_2(\rho\Delta)\,d\rho\,. \tag{16}$$

Здесь $\chi(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} dzV(z,\rho)$ — эйкональная фаза. Как видно из формул выше, для случая полной экранировки амплитуда рассеяния в рассматриваемом приближении является мнимой. Для случая частичной экранировки у амплитуды появляется вещественная часть. В частности, результат для вещественной части амплитуды рассеяния вперед в кулоновском поле без экранировки можно получить с помощью дисперсионного соотношения. В четвертой главе был получен следующий результат для поправки за счет экранировки к амплитуде дельбрюковского рассеяния вперед

$$\delta M = -\frac{\alpha\omega}{18\pi^3 m^2}\int\limits_0^\infty dp\,(\partial_p p^4\tilde{V}^2(p))\int\limits_0^{1/2}\frac{dy}{y}\left[\frac{1}{\eta}+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\eta^2}\right)\ln\left(\frac{1+\eta}{1-\eta-i0}\right)\right]$$
$$\times\left[(6y^2+7y+7)\sqrt{1-2y}+3y(2y^2-3y-3)\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-2y}}{1-\sqrt{1-2y}}\right)\right]\,, \tag{17}$$

где $\eta=\omega py/m^2$, $\tilde{V}(p)$ — Фурье-образ потенциала. Замечательно, что при росте ω вещественная часть медленно растет $\propto \ln^2(\omega/m^2 r_{\rm scr})$, быстро сравниваясь по порядку величины с комптоновской амплитудой рассеяния на атомных электронах.

Результаты четвертой главы опубликованы в работах [1, 2].

В пятой главе изучаются кулоновские поправки в процессе рождения пар в столкновениях тяжелых ионов.

Показано, что подход светового фронта приводит в порядке $O(\ln^2\gamma)$ к кулоновским поправкам, совпадающим с приближением эквивалентных фотонов:

$$\sigma^c_{A,B} = -\frac{28(Z_A\alpha)^2(Z_B\alpha)^2}{9\pi m^2} f(Z_{A,B}\alpha)\ln^2(\gamma_A\gamma_B)\,. \tag{18}$$

Заметим, что в работах нескольких групп авторов, развивающих подход светового фронта, делался вывод об отсутствии кулоновских поправок к сечению

$$\sigma_T = \sum_{n=1}^{\infty} n\sigma_n\,, \tag{19}$$

где σ_n — сечение рождения n пар. Причина этого неправильного вывода состояла в некорректном обращении с интегралом

$$G = \int\frac{d^2k}{(2\pi)^2}\,k^2\left(|F(\mathbf{k})|^2-|F^0(\mathbf{k})|^2\right)\,. \tag{20}$$

Здесь $F(\mathbf{\Delta}) = \int d^2\rho \exp[-i\boldsymbol{\rho}\cdot\mathbf{\Delta}]\,\{\exp[-i\chi(\boldsymbol{\rho})]-1\}$ — эйкональная амплитуда рассеяния, а $F^0(\mathbf{\Delta}) = -i\int d^2\rho \exp[-i\boldsymbol{\rho}\cdot\mathbf{\Delta}]\chi(\boldsymbol{\rho})$ — борновская амплитуда. Как обычно, кулоновский потенциал в этой формуле понимается как предел экранированного потенциала при стремлении радиуса экранировки к бесконечности. Взяв этот предел для величин $|F(\mathbf{k})|^2$ и $|F^0(\mathbf{k})|^2$, легко показать, что они равны. Однако, если сначала выполнить интегрирование по k, а затем выполнить предельный переход $r_{\mathrm{scr}} \to \infty$, мы получим универсальный результат

$$G = -8\pi(Z\alpha)^2 f(Z\alpha) = -8\pi(Z\alpha)^2[\mathrm{Re}\,\psi(1+iZ\alpha)+C]\,. \tag{21}$$

В диссертации было показано, что такая необычная зависимость от момента снятия экранировки появилась как компенсация за изменение порядка интегрирования, проведенного при выводе формулы для сечения.

В той же главе подход светового фронта использовался для получения кулоновских поправок к σ_T по обоим ядрам

$$\sigma^c_{AB} = \frac{56(Z_A\alpha)^2(Z_B\alpha)^2}{9\pi m^2} f(Z_A\alpha) f(Z_B\alpha)\ln(\gamma_A\gamma_B)\,. \tag{22}$$

Заметим, что этот вклад в сечение, в отличие от (18), пропорционален первой степени большого логарифма $l = \ln(\gamma_A\gamma_B)$. В последней главе кулоновские поправки по одному из ядер с той же точностью $O(l)$ были выражены через хорошо известное сечение фоторождения электрон-позитронной пары $\sigma_\gamma(\omega)$:

$$\sigma^c_A = -\frac{28(Z_A\alpha)^2(Z_B\alpha)^2}{9\pi m^2} f(Z_A\alpha)\left[l^2 + \left(2\int_{2m}^{\infty}\frac{d\omega}{\omega}\left[\frac{\sigma_\gamma(\omega)}{\sigma_\gamma(\infty)}-1\right]+\frac{20}{21}\right)l\right]. \tag{23}$$

Оказалось, что численная величина коэффициента при l в квадратных скобках этой формулы довольно велика и для все диапазона Z составляет $-5.5 \div -6.5$. Учет этого члена приводит к сильному подавлению кулоновских поправок в обсуждаемом процессе даже при очень больших энергиях.

Далее в этой главе аналитически и численно исследовалось среднее число рожденных пар при прохождении ядер на фиксированном прицельном параметре. В частности, были получены асимптотики для этой величины в борновском приближении и кулоновских поправок к ней по отношению к одному из ядер. Используя эти результаты, были определены унитарные поправки $\sigma_1 - \sigma_T$, а также, сечения рождения нескольких пар.

Результаты пятой главы опубликованы в работах [3, 4, 6, 7, 11, 12, 14].

В Заключении перечисляются основные результаты диссертационной работы.

В Приложении представлена диаграммная техника, использующая функцию Грина квадрированного уравнения Дирака.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах

Список литературы

[1] Ли Р. Н., Мильштейн А. И., Страховенко В. М. Простое аналитическое представление для амплитуд дельбрюковского рассеяния при высоких энергиях. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1999. Т. 116. С. 78.

[2] Ли Р. Н., Мильштейн А. И., Страховенко В. М. Квазиклассическая функция Грина во внешнем поле и процессы рассеяния на малые углы // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2000. Т. 117. С. 75.

[3] Lee R. N., Milstein A. I. Coulomb corrections to the e+e- pair production in ultrarelativistic heavy-ion collisions // Physical Review A. 2000. Vol. 61. P. 032103. arXiv:hep-ph/9909452.

[4] Lee R. N., Milstein A. I. Coulomb corrections and multiple e+e- pair production in ultrarelativistic nuclear collisions // Physical Review A. 2001. Vol. 64. P. 032106.

[5] Lee R. N. The Coulomb corrections to the e+ e- pair production in ultrarelativistic heavy-ion collisions // 18th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop on Quantum Aspects of Beam Physics: Capri, Italy, 15-20, October 2000. 2002. P. 443.

[6] Lee R. N., Milstein A. I., Serbo V. G. Structure of the Coulomb and unitarity corrections to the cross section of e^+e^- pair production in ultrarelativistic nuclear collisions // Physical Review A. 2002. Vol. 65. P. 022102.

[7] Lee R. N., Milshtein A. I., Serbo V. G. Structure of the Coulomb and unitarity corrections in the e+ e- pair production at relativistic nuclear collisions // Photon 2001: proceedings of the International conference on the structure and interactions of the photon, Ascona, Switzerland, 2-7 September 2001. 2002. P. 339.

[8] Lee R. N., Milstein A. I., Strakhovenko V. M. High-energy expansion of Coulomb corrections to the e^+e^- photoproduction cross section // Physical Review A. 2004. Vol. 69. P. 022708.

[9] Lee R. N., Milstein A. I., Strakhovenko V. M., Schwarz O. Y. Coulomb Corrections to Bremsstrahlung in the Electric Field of a Heavy Atom at High Energies // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2005. Т. 127. С. 5–17. arXiv:hep-ph/0404224.

[10] Lee R. N., Milstein A. I., Strakhovenko V. M., Schwarz O. Y. Electron–positron pair production and bremsstrahlung at intermediate energies in the field of heavy atoms // Radiation Physics and Chemistry. 2006. Vol. 75. P. 868–873.

[11] Lee R. N., Milstein A. I. e^+e^- pair production in ultrarelativistic heavy-ion collisions at intermediate impact parameters // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2007. Т. 131. С. 472–479. arXiv:nucl-th/0610008.

[12] Lee R. N., Milstein A. I. Strong suppression of Coulomb corrections to the cross section of e+e- pair production in ultrarelativistic nuclear collisions // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2009. Т. 136. С. 1121–1126. arXiv:hep-ph/0903.0235.

[13] Lee R. N., Milstein A. I. Correction to Molière's Formula for Multiple Scattering // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2009. Vol. 135. P. 1125. arXiv:hep-ph/0812.2076.

[14] Lee R. N., Milstein A. I e^+e^- pair production in peripheral collisions of ultrarelativistic heavy ions // PoS (ICHEP 2010) 357. 2011.

[15] Lee R. N., Milstein A. I, Terekhov I. S. Relativistic Coulomb Green's function in d-dimensions // J.Exp.Theor.Phys. 2011. Vol. 113. P. 202–206. arXiv:physics.atom-ph/1101.5452.

[16] Lee R. N., Milstein A. I, Strakhovenko V. M. Charge asymmetry in the differential cross section of high-energy e+e- photoproduction in the field of a heavy atom // Physical Review A. 2012. Vol. 85. P. 042104. arXiv:hep-ph/1111.5895.

ЛИ Роман Николаевич

Квазиклассический подход к описанию процессов квантовой электродинамики в поле тяжелого атома

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Подписано в печать 23.09.2013 г.
Сдано в набор 26.09.2013 г.
Формат бумаги 100×90 1/16 Объем 1.3 печ.л., 1.0 уч.-изд.л.
Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 21

Обработано на РС и отпечатано на
ротапринте «ИЯФ им. Г.И. Будкера» СО РАН
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.